# 一种基于 DFT 的低复杂度虚子载波 OFDM 信道估计算法

王一蓉 周 恩 王文博

(北京邮电大学无线信号处理与网络实验室 北京 100876)

**摘 要:** 该文针对采用虚子载波的 OFDM 通信系统,提出了一种基于 DFT 的低复杂度信道估计算法,并与最小 二乘(Least Square, LS)估计算法和线性最小均方误差(Linear Minimum Mean Square Error, LMMSE)算法进行 了详细的性能和复杂度比较。所提 DFT 算法较好地降低了高斯白噪声的影响,相对于 LS 算法获得了较大的性能 增益。该算法在复杂度与性能之间取得了较好的折衷,具有很好的实用价值。

关键词:信道估计;DFT;复杂度;OFDM;虚子载波

中图分类号: TN929.5 文献标识码: A 文章编号: 1009-5896(2007)12-2934-04

# A Low Complexity DFT Based Channel Estimation Method for OFDM Systems

Wang Yi-rong Zhou En Wang Wen-bo

(Wireless Signal Processing & Network Lab, Beijing University of Posts and Telecomm., Beijing 100876, China)

**Abstract**: Aimed at the practical OFDM based systems with virtual subcarriers, a low complexity DFT based channel estimation method is proposed. The performance and algorithm complexity of the proposed method are compared with the classic Least Square (LS) and linear minimum mean square error algorithms. The DFT based method can well reduce the noise effect and obtain a large gain compared to LS algorithm. The proposed method has a good tradeoff between performance and complexity, which is promising for practical applications. **Key words**: Channel estimation; DFT; Algorithm complexity; OFDM; Virtual subcarriers

## 1 引言

B3G系统对数据传输速率提出了更高的要求以支撑无 线多媒体业务,比如在移动环境达到100Mbps,在静止环境 下达到1Gbps的速率。正交频分复用(Orthogonal Frequency Division Multiplexing, OFDM) 技术使用并行数据传输和 子信道交叠,具有较高的频谱效率和较强的抗多径干扰能 力,成为B3G通信的关键技术之一<sup>[1,2]</sup>。

在OFDM系统中使用相关解码,就必须获得信道状态信息(CSI),因此信道估计对于采用相关接收的OFDM系统是 非常重要的,它的性能将直接影响整个系统的性能。考虑到 系统实现复杂度,可行的信道估计方案应在性能与复杂度间 取得一个较好的折衷。在实际的OFDM系统中,为了避免由 于过采样或发送/接收滤波对数据信号带来畸变<sup>[3,4]</sup>,系统一 般都需要引入虚子载波。虚子载波不属于所设计系统的可用 频带范围,因此不能用于系统中的任何目的。虚子载波的引 入将给系统信道估计带来不利影响,针对有虚子载波存在的 实际系统,本文将探讨具有较低计算复杂度和较好性能的信 道估计算法。

论文第2节给出了 OFDM 系统的基带模型,第3节对 最小二乘(LS)和线性最小均方误差(LMMSE)估计算法进行 了分析,并针对采用虚子载波的 OFDM 通信系统,提出了 一种基于离散傅里叶变换(DFT)的低复杂度信道估计算法, 第4节对仿真结果进行了分析。第5节对论文提出的信道估 计算法进行总结。

## 2 OFDM 系统模型

假设OFDM系统子载波总数为*N*,有效子载波数为*N*<sub>e</sub>,利用矩阵的表示形式,OFDM系统可表示为

$$Y = XH + W \tag{1}$$

式中**Y**为接收信号,为一 $N_c \times 1$ 信号向量;**X**为一 $N_c \times N_c$ 对角矩阵,其对角线上的元素即为需传送的基带数据信号; **H**为信道频域响应向量;**W**为一独立同分布的高斯噪声向 量,其均值为 0,方差为 $\sigma^2$ 。

信号在多径衰落信道中传播,信道冲激响应(CIR)可表示为

$$h(n) = \sum_{\ell=0}^{L-1} \alpha_\ell \delta(n - \tau_\ell) \quad , \quad n = 0, 1, \cdots, N-1$$
 (2)

 $\alpha_{\ell}$ ,  $\tau_{\ell}$ 分别为第 $\ell$ 径的信道增益和传播时延, L为信道多径数。假设信道冲激响应长度不超过循环前缀长度。信道频域响应(CFR)为

$$H(k) = \sum_{\ell=0}^{L-1} \alpha_{\ell} e^{-j\frac{2\pi}{N}k\tau_{\ell}} \quad , \quad k = 0, 1, \cdots, N-1 \qquad (3)$$

## 3 信道估计算法

基于 OFDM 的系统中,比较经典的信道估计算法是最

<sup>2006-06-01</sup> 收到, 2006-10-19 改回

### 小二乘估计算法和线性最小均方误差算法。

LS 算法是最简单的一种信道估计算法,其基本原理是 使接收数据与无噪声数据之差的平方达到最小,即

$$\tilde{\boldsymbol{H}}_{\rm LS} = \arg\min\left|\boldsymbol{Y} - \boldsymbol{X}\tilde{\boldsymbol{H}}_{\rm LS}\right| \tag{4}$$

可得LS估计为<sup>[3]</sup>

$$\ddot{\boldsymbol{H}}_{\rm LS} = \boldsymbol{X}^{-1}\boldsymbol{Y} = \boldsymbol{H} + \boldsymbol{W}$$
(5)

式中 $\tilde{W} = X^{-1}W$ 也为一独立高斯噪声向量,其自相关矩阵 为 $R_{\bar{W}\bar{W}} = \sigma^2 (XX^H)^{-1}$ 。LS 算法的缺点是受噪声的影响较 大。

LMMSE算法<sup>[3]</sup>是对LS估计的最佳线性滤波

$$\tilde{H}_{\text{LMMSE}} = K \tilde{H}_{\text{LS}}$$
 (6)

其中 $\tilde{H}_{LS}$ 和 $\tilde{H}_{LMMSE}$ 是LS估计和LMMSE估计的向量形式。 *K*为线性滤波矩阵

$$\boldsymbol{K} = \boldsymbol{R}_{\boldsymbol{H}\boldsymbol{H}} \left( \boldsymbol{R}_{\boldsymbol{H}\boldsymbol{H}} + \sigma^2 \left( \boldsymbol{X} \boldsymbol{X}^{\mathrm{H}} \right)^{-1} \right)^{-1}$$
(7)

 $\boldsymbol{R}_{HH} = E \left\{ HH^{H} \right\}$  是信道的自相关矩阵,由信道的延迟

功率谱决定。LMMSE 算法具有很好的信道估计性能,它利用信道的统计相关性可以很好地抑制噪声的影响。LMMSE 算法的缺点是复杂度太高,且信道统计相关信息一般情况下 很难获得,实用性较差。它一般作为信道估计算法理论上性 能的一个参考。

由于OFDM符号长度一般都远大于信道的最大时延,经 过IDFT 变换得到的信道冲激响应大部分能量都集中在相 对少数几个采样点上。利用这种特性可以在时域进行降噪处 理,由此出现一种基于DFT的信道估计算法<sup>[3-5]</sup>。

DFT 算法具有较低的计算复杂度和较好的性能,有较好的实用价值。但 DFT 算法要求均匀采样,当系统有虚子载 波时,DFT 算法就会存在一定的问题。假设信道频域响应 *H*(*k*)的后部为虚子载波,用 IFFT 将 CFR 变换到时域,所 得 CIR 的估计为

$$\hat{h}(n) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} H(k) e^{j\frac{2\pi}{N}kn}$$

$$= \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N_c-1} \sum_{\ell=0}^{L-1} \alpha_\ell e^{-j\frac{2\pi}{N}k\tau_\ell} \cdot e^{j\frac{2\pi}{N}kn}$$

$$= \frac{N_c}{N} \sum_{\ell=0}^{L-1} \alpha_\ell \frac{\operatorname{Sa}\left(\frac{N_c}{N}\pi(n-\tau_\ell)\right)}{\operatorname{Sa}\left(\frac{\pi}{N}(n-\tau_\ell)\right)} \cdot e^{j\frac{\pi}{N}(N_c-1)(n-\tau_\ell)}$$
(8)

为推导简单,上式假设了虚子载波在末尾的位置。若虚 子载波在其它位置,跟上式也仅有一个相位上的偏差而已。 由式(8)可见,当 $N_c \neq N$ ,CFR 经过 IDFT 变换到时域, Sa 函数的非理想采样将导致 CIR 在整个符号内的扩散,从 而使得多径的能量集中性遭到一定的破坏。

定义多径扩散因子为

$$\xi(m) = \operatorname{Sa}\left(\frac{N_c \pi m}{N}\right) / \operatorname{Sa}\left(\frac{\pi m}{N}\right)$$
(9)

多径扩散因子与 FFT 点数、系统子载波数以及偏移样

点数都有关系。图1给出了多径扩散因子的一个示例,横坐标表示相对于正确位置的偏移样点数。由图1可见,由虚子载波引起的能量扩散将随偏移量的增加而迅速衰减到0 附近。图2给出了利用不完整CFR信息所得的CIR的一个示例。由图可见,当有虚子载波存在时,将 CFR 通过 IFFT 变换到时域时,所得 CIR 将在整个符号上扩散。多径能量主要集中在符号的前端和后端,在符号的中部多径扩散的能量很小。通常噪声能量大于虚子载波引起的扩散能量,在时域仍可采用门限去噪的方法来降低噪声对信道估计性能的影响。



我们用基于 DFT 的方法来处理 LS 估计出的 CFR,以进一步降低噪声的影响。算法描述为

(1)用 LS 算法得到非虚子载波位置上的 CFR,并将虚子 载波位置上的 CFR 置 0, 然后用 IFFT 将所得的初步 CFR 变换到时域。

$$H'(k) = \begin{cases} \tilde{H}_{\rm LS}, & k \notin \Omega_{\rm vc} \\ 0, & k \in \Omega_{\rm vc} \end{cases}$$
(10)

式(10)中,  $\Omega_{vc}$ 为系统虚子载波集合。

$$h'(n) = \text{IFFT}\left\{H'(k)\right\} \tag{11}$$

(2)选取噪声区域的最大幅度值为噪声门限 $\eta$ ,所有低于噪声门限的 CIR 视为噪声,并将其置0。

$$\eta = \max\left\{ \left| h'(n) \right| \right\}, \quad n \in \Omega_{\text{noise}} \tag{12}$$

*Q*<sub>noise</sub> 为在 CIR 上定义的噪声观察区域,如图 2 所示。在噪声观察区域里应包含尽量多的噪声,同时也要包含尽量少的多径能量:

$$h''(n) = \begin{cases} h'(n), & |h'(n)| > \eta \\ 0, & \notin \mathbf{t} \end{cases}$$
(13)

即忽略那些包含噪声功率大于信道有用功率的系数,这些被 忽略径上引起的噪声干扰远高于其可能包含的信道能量,特 别是在低信噪比的情况下。如果这些系数包含信道的一些有 用能量,系统性能上会带来一定程度的损失。但这样处理极 大地消除由于这些径上存在的噪声带来的干扰,从而最终提 高信道估计的性能。

(3)将处理后的 CIR 变换到频域,得到降噪后的 CFR。  
$$\widehat{H}(k) = FFT \{h''(n)\}, \quad k \notin \Omega_{vc}$$
 (14)

### 4 仿真结果

下行链路中,OFCDM系统<sup>[8]</sup>是一种很具吸引力的技术, 它同时具有OFDM和CDMA的优点。本文将在OFCDM系统 中评测所提信道估计算法的性能。

系统帧结构如图 3 所示,一帧中包含*N<sub>d</sub>*个数据符号,并 在数据符号的前端和后端各插一个导频用做信道估计。系统 仿真参数如表 1所示。为考察信道估计的性能,系统未加入 信道编解码。



图 3 帧结构

表 1	仿真参数

系统带宽	101.5MHz
系统子载波数, N <sub>c</sub>	768 (子载波间隔 131.836kHz)
IFFT/FFT 点数	1024
OFCDM 符号长度	7.585µs +1.674µs (CP)(1024+226 样点)
数据符号个数, $N_d$	32
扩频码	Walsh 码
扩频长度	32
调制方式	QPSK
信道模型	MATRICE信道 <sup>[9]</sup> C
解扩合并	MMSEC <sup>[10]</sup>

在接收端,信号经串并变换并去掉循环前缀 CP 后,用 FFT 将信号变换到频域。根据首末两个导频进行信道估计, 并用线性插值的方式估计出中间数据符号部分的信道频域 响应。并根据 MMSEC 准则对接收数据进行频域均衡、解扩 合并,解调恢复出每用户发送的比特信息。

图 4 给出了 3 种信道估计方法 MSE 性能比较曲线。由 图可见,本文所提基于 DFT 的次优算法的性能介于 LS 和 LMMSE 算法之间。相对于 LS 算法,其性能得到了较大的 提高,但与 LMMSE 算法仍有一定的差距。值得注意的是, 基于 DFT 算法丢失了一部分多径的扩散能量,在信噪比 (SNR)较高的情况下将出现"平底"效应。如图 4 所示,在 SNR 为 30dB 时,DFT 算法降噪带来的好处和多径扩散能 量的损失基本达到一个平衡,其性能与 LS 几乎一样。当 SNR 大于 30dB 时,DFT 算法降噪的好处将小于多径扩散能量的 损失,从而使得 DFT 算法降噪的好处将小于多径扩散能量的 损失,从而使得 DFT 算法的性能差于 LS 算法。因此,DFT 算法实用于 SNR 较低的情况。实际情况中,系统接收信号 SNR 通常小于 30dB,因此 DFT 算法有很好的实用价值。



图 4 信道估计 MSE 性能比较

图 5 给出了在 OFCDM 系统中,应用 3 种信道估计算法 的系统误比特率(BER)性能比较结果。由图可见,DFT 算法 相对于 LS 算法有较大的性能增益。实际系统通常需加信道 编解码,而目前使用广泛的 Turbo 码具有很强的纠错能力, 一般仅仅需要系统无编码时的 BER 在 0.01 以内,加编码后 系统 BER 将小于10<sup>-4</sup>。如图 5 所示,达到无编码系统 BER =0.01,在用户数为 1 的情况下 LMMSE, DFT, LS 3 种 信道估计算法所需的 SNR 分别为-3.5dB, -1.5dB, 1.5dB; 而在满负荷情况下, 3 种信道估计算法所需的 SNR 分别为 1dB, 5dB 和 15dB。可见,所提 DFT 算法相对于 LS 算法 有很大的性能增益。



图 5 系统 BER 性能比较

下面分析 3 种算法的计算复杂度。假设系统子载波数 $N_c$ 与FFT点数N具有关系 $N_c$ =3N/4, LMMSE、DFT和LS算法 所 需 复 数 乘 的 次 数 可 分 别 表 示 为 :  $9N^2/16+3N/4$ ,  $3N/4+N\log_2N$ 和 3N/4。图 6 画出了算法所需复数乘的次数 随N的变化曲线。由图可见,LS算法复杂度最低,DFT算法 次之,LMMSE算法复杂度最高。在本文系统环境N=1024 的情况下,DFT、LMMSE算法所需复数乘的次数分别为LS 算法的 14 倍和 769 倍。可见,DFT算法在性能与计算复杂 度间取得了较好的折衷,具有很好的实际应用前景。



图 6 计算复杂度比较

#### 5 结束语

本文研究了 B3G 系统下行链路中的信道估计问题。针 对有虚子载波存在的实际系统,提出了一种基于 DFT 的次 优信道估计算法,并与经典的 LS 算法及 LMMSE 算法进行 了详细的性能比较。仿真结果表明,所提 DFT 算法较好地 降低了噪声的影响,相对于 LS 算法获得了较大的性能增益。 在算法复杂度方面,LS 算法复杂度最低,DFT 算法次之, LMMSE 算法复杂度最高。在复杂度与性能之间取得了较好 的折衷,具有很好的实用价值。

## 参考文献

- Proakis J G. Digital Communications. Prentice-Hall, 3rd edition, 1995.
- [2] Wilson K R and Cioffi M. 16-QAM modulation with orthogonal frequency-division multiplexing in a Rayleighfading environment. In Proc. VTC, Stockholm, Sweden, 1994: 1660–1664.
- [3] Santella G. A frequency requency and symbol synchronization system of OFDM signals: Architecture and simulation results, *IEEE Trans. on Veh. Technol.*, 2000, 49: 254–275.
- [4] Sari H, Karam G, and Jeanclaude I. Transmission techniques for digital terrestrial TV broadcasting. *IEEE Commun. Mag*, 1995, 33(2): 100–109.
- [5] Edfors O, Sandell M, and Van De Beek J J, et al. Analysis of DFT-based channel estimators for OFDM [J]. Wireless

Personal Communications, 2000, 12(1): 55–70.

- [6] Yang B, Cao Z, and Letaief K B. Low-complexity channel estimator based on windowed DFT and scalar Wiener filter for OFDM systems. In Proc. IEEE ICC2001, Helsinki, 2001, vol. 6: 1643–1647.
- [7] Auer G, Dammann A, and Sand S. Channel estimation for OFDM systems with multiple transmit antennas by exploiting the properties of the discrete Fourier transform, personal, indoor and mobile radio communications, The 14th IEEE Proceedings on Sept. 2003, vol.2: 1954–1958.
- [8] Atarashi H, Abeta S, and Sawahashi M. Variable spreading factor orthogonal frequency and code division multiplexing (VSF-OFCDM) for broadband packet wireless access. *IEICE Trans. Commun.*, 2003, E86-B (1): 291–299.
- [9] IST-2001-32620 MATRICE D1.3.
- [10] Maeda N, Atarashi H, Abeta S, and Sawahashi M. Pilot channel assisted MMSE combining in forward link for broadband OFCDM packet wireless access [J]. *IEICE Trans. Commun.*, 2002, E85-A (7): 1635–1646.
- 王一蓉: 女, 1979 年生, 博士生, 研究方向为 MIMO OFDM 4G 移动通信关键技术.
- 周 恩: 男, 1980年生, 博士, 研究方向为宽带无线通信.
- 王文博: 男,1965年生,教授,博士生导师,北京邮电大学电信 工程学院院长,主要研究方向为未来移动通信系统的关 键技术、通信信号处理等.