

## 一种基于空域和频域信息的固定单站无源定位跟踪改进算法

王鼎<sup>①</sup> 曲阜平<sup>②</sup> 吴瑛<sup>①</sup>

<sup>①</sup>(解放军信息工程大学通信工程系 郑州 450002)

<sup>②</sup>(中国人民解放军 65027 部队 丹东 118000)

**摘要:** 针对无源定位必须实现快速和稳定定位跟踪的要求, 本文基于辐射源信号的空域和频域信息, 提出了一种对运动辐射源的固定单站无源定位跟踪改进算法。文中首先利用辐射源信号的空域和频域变化量信息, 通过伪线性卡尔曼滤波算法估计出目标的速度矢量; 然后利用速度矢量的估计值直接获得目标位置矢量的估计, 并将其作为标准卡尔曼滤波算法的观测值进行滤波; 最后通过计算机仿真实验验证了该方法具有较高的定位精度和较快的收敛速度。

**关键词:** 无源定位; 速度矢量; 角度变化率; 多普勒频率变化率; 伪线性卡尔曼滤波

中图分类号: TN911

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2007)12-2891-05

## An Improved Algorithm for Single Non-moving Observer Passive Location and Tracking Based on Frequency and Spatial Measurements

WANG Ding<sup>①</sup> QU Fu-ping<sup>②</sup> WU Ying<sup>①</sup>

<sup>①</sup>(Department of Communication Engineering, Information Engineering University of PLA, Zhengzhou 450002, China)

<sup>②</sup>(Unit No. 65027, PLA, Dandong 11800, China)

**Abstract:** To satisfy the requirement of high location speed and stability, the paper presents an improved algorithm for 3-D moving emitter passive location and tracking using the frequency and spatial measurements by single non-moving observer. This method firstly takes full advantage of the spatial and frequency changing information to estimate the velocity vector of the emitter via the Pseudo-Linear Kalman Filter (PLKF) algorithm, which can be used to obtain the position vector, the Kalman filter is to improve the location accuracy by taking the estimation of the position vector as measurements; the computer simulations show that the method has high location accuracy and fast convergence speed.

**Key words:** Passive location; Velocity vector; Angle changing rate; Doppler changing rate; PLKF

### 1 引言

有源定位系统(如雷达、激光、声纳等)容易暴露自己, 被对方发现, 从而遭到对方电子干扰的软杀伤和反辐射导弹等硬杀伤武器的攻击; 无源定位技术因为具有隐蔽性强而受到重视, 并且在现代电子站和无线通信系统中都有广泛应用。无源定位跟踪必须快速而且稳定, 这不仅仅是快速定位的需要, 更重要的是满足无源定位需要的信号持续时间可能非常有限。角度信息是单站无源定位最基本的观测量, 运动单站通过只测量角度(Bearing-Only, BO)可以实现对辐射源的无源定位, 但研究表明, BO定位存在收敛速度慢, 定位精度低的缺点<sup>[1]</sup>, 而对固定单站而言, 其根本无法满足可观测性条件<sup>[2]</sup>, 必须增加新的观测信息, 例如文献[3]加入了信号的到达时间信息实现了固定单站对运动目标的定位跟踪, 文献[4]加入了信号的多普勒频率信息实现了固定单站对运动目标的定位跟踪。另外随着信号处理技术的不断发展, 角度变化率被引入到无源定位问题中<sup>[5-7]</sup>, 并且得到了迅速发

展, 仿真实验表明, 增加高精度的角度变化率可以大大提高定位收敛速度和定位精度。

在有关固定单站无源定位的文献中, 定位算法通常基于辐射源信号的到达方向(DOA)、脉冲到达时间(TOA)以及角度变化率<sup>[8-11]</sup>, 但是这种方法通常要求信号必须是周期恒定的脉冲信号。文献[12]和文献[13]提出了利用空域信息和频域信息的单站无源定位跟踪算法, 它们适用于对载频恒定的辐射源进行定位, 其利用的信息包括角度和多普勒频率以及它们的变化率。文献[12]的利用的定位算法是MGEKF算法, 该算法需要推导复杂的修正增益函数, 文献[13]则是先利用多普勒频率信息估计目标速度矢量, 再利用目标速度矢量估计目标位置矢量, 仿真实验表明该算法具有较高的定位精度和稳健性。本文在文献[13]的基础上作了进一步的改进, 算法充分利用了辐射源信号的空域和频域变化量信息。计算机仿真表明该方法具有较快的收敛速度和较高的定位精度。

### 2 固定单站无源定位系统模型

#### 2.1 系统状态模型

本文研究三维空间中, 固定单站对空中运动辐射源的无

源定位问题。如图1是其示意图,观测站位于坐标原点,并假设目标作带有加速度扰动的匀速直线运动,由此得到目标的状态方程如下:

$$\mathbf{X}_{k+1} = \Phi_{k+1,k} \mathbf{X}_k + \mathbf{W}_k \quad (1)$$

其中  $\mathbf{X}_k = [x_k \ y_k \ z_k \ \dot{x}_k \ \dot{y}_k \ \dot{z}_k]^\top$ ,  $\Phi_{k+1,k} = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_3 & T \mathbf{I}_3 \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{I}_3 \end{bmatrix}$ ,

$\mathbf{W}_k = \left[ \frac{T^2}{2} w_{xk} \ \frac{T^2}{2} w_{yk} \ \frac{T^2}{2} w_{zk} \ T w_{xk} \ T w_{yk} \ T w_{zk} \right]^\top$  为系统扰动噪声,  $E[\mathbf{W}_k] = \mathbf{0}$ ,  $E[\mathbf{W}_k \mathbf{W}_j^\top] = \mathbf{Q}_k \delta_{j,k}$ ,  $T$  为观测周期。

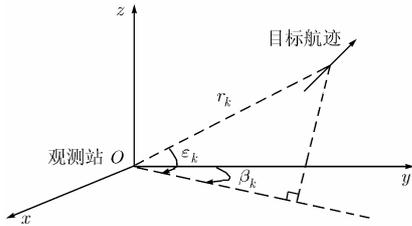


图1 固定单站对运动辐射源的无源定位示意图

## 2.2 系统观测模型

下面分别从空域信息和频域信息讨论系统的观测模型。

**2.2.1 频域信息** 设  $k$  时刻目标相对于观测站的方位角及其变化率为  $\beta_k$  和  $\dot{\beta}_k$ , 仰角及其变化率为  $\epsilon_k$  和  $\dot{\epsilon}_k$ , 根据方位角和仰角的定义有

$$\left. \begin{aligned} \beta_k &= \arctan \frac{x_k}{y_k} \\ \epsilon_k &= \arctan \frac{z_k}{\sqrt{x_k^2 + y_k^2}} \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

对式(2)的方程两边分别求导可以得到方位角变化率  $\dot{\beta}_k$  和仰角变化率  $\dot{\epsilon}_k$  的表达式如下:

$$\left. \begin{aligned} \dot{\beta}_k &= \frac{y_k \dot{x}_k - x_k \dot{y}_k}{x_k^2 + y_k^2} = \frac{\dot{x}_k \cos \beta_k - \dot{y}_k \sin \beta_k}{r_k \cos \epsilon_k} \\ \dot{\epsilon}_k &= \frac{-x_k z_k \dot{x}_k - y_k z_k \dot{y}_k + (x_k^2 + y_k^2) \dot{z}_k}{(x_k^2 + y_k^2 + z_k^2) \sqrt{x_k^2 + y_k^2}} \\ &= \frac{-\dot{x}_k \sin \beta_k \sin \epsilon_k - \dot{y}_k \cos \beta_k \sin \epsilon_k + \dot{z}_k \cos \epsilon_k}{r_k} \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

其中  $r_k = \sqrt{x_k^2 + y_k^2 + z_k^2}$  为目标到观测站的径向距离。

式(3)仅仅给出了角度变化率的表达式, 实际中  $\dot{\beta}_k$  和  $\dot{\epsilon}_k$  可以通过干涉仪等多种途径直接获得<sup>[5]</sup>, 并且与角度测量无关。

**2.2.2 频域信息** 由物理知识可知, 当目标与观测站之间有相对径向速度时, 由于多普勒效应, 观测站得到的辐射源频率中包含了多普勒频率, 假设目标辐射频率恒定, 则有

$$f_k = f_T + f_{dk} \quad (4)$$

其中  $f_T$  为目标辐射频率,  $f_{dk}$  多普勒频率, 并且  $f_{dk}$  的表达式为

$$\begin{aligned} f_{dk} &= -\frac{1}{\lambda} \frac{dr_k}{dt} \\ &= -\frac{1}{\lambda} (\dot{x}_k \sin \beta_k \cos \epsilon_k + \dot{y}_k \cos \beta_k \cos \epsilon_k + \dot{z}_k \sin \epsilon_k) \end{aligned} \quad (5)$$

对式(5)两边求导可以得到多普勒频率变化率  $\dot{f}_{dk}$  的表达式如下:

$$\begin{aligned} \dot{f}_{dk} &= -\frac{1}{\lambda_k} [\ddot{x}_k \sin \beta_k \cos \epsilon_k + \ddot{y}_k \cos \beta_k \cos \epsilon_k \\ &\quad + \ddot{z}_k \sin \epsilon_k + r_k (\dot{\beta}_k \cos \epsilon_k)^2 + r_k \dot{\epsilon}_k^2] \end{aligned} \quad (6)$$

在假设目标没有较大机动的条件下, 有如下等式:

$$\dot{f}_{dk} = -\frac{1}{\lambda} [r_k (\dot{\beta}_k \cos \epsilon_k)^2 + r_k \dot{\epsilon}_k^2] \quad (7)$$

## 3 定位算法

### 3.1 估计目标速度矢量

由于目标的速度矢量只有小范围的变化, 其可观测性相对较好, 并且速度分量和位置分量的数量级相差较大, 所以将速度矢量和位置矢量分离估计, 可以得到较高的估计精度和稳定性<sup>[11, 13]</sup>。文献[13]仅利用了多普勒频率估计目标的速度矢量, 其利用的观测信息并不充分, 而速度矢量的估计精度又将直接影响位置矢量的估计精度, 因此本文增加了角度变化率信息以及多普勒频率变化率信息估计目标的速度矢量, 下面是算法的推导过程。

由于实际中往往无法得知  $\lambda$ , 因此可将  $\lambda$  与速度矢量一起估计, 首先定义一个新的状态矢量  $\mathbf{X}_{V_k} = [\dot{x}_k \ \dot{y}_k \ \dot{z}_k \ \lambda_k]^\top$ , 则有状态方程:

$$\mathbf{X}_{V_{k+1}} = \mathbf{X}_{V_k} + \mathbf{W}_{V_k} \quad (8)$$

其中  $\mathbf{W}_{V_k} = [T w_{xk} \ T w_{yk} \ T w_{zk} \ 0]^\top$  为扰动噪声,  $E[\mathbf{W}_{V_k}] = \mathbf{0}$ ,  $E[\mathbf{W}_{V_k} \mathbf{W}_{V_j}^\top] = \mathbf{Q}_{V_k} \delta_{j,k}$ 。

由式(4)和式(5)可得

$$\begin{aligned} c &= \dot{x}_k \sin \beta_k \cos \epsilon_k + \dot{y}_k \cos \beta_k \cos \epsilon_k \\ &\quad + \dot{z}_k \sin \epsilon_k + \lambda_k \dot{f}_{dk} = g_{1k}(\mathbf{X}_{V_k}) \end{aligned} \quad (9)$$

由式(3)可得

$$\frac{\dot{\epsilon}_k}{\dot{\beta}_k} = \frac{(-\dot{x}_k \sin \beta_k \sin \epsilon_k - \dot{y}_k \cos \beta_k \sin \epsilon_k + \dot{z}_k \cos \epsilon_k) \cos \epsilon_k}{\dot{x}_k \cos \beta_k - \dot{y}_k \sin \beta_k} \quad (10)$$

进一步得到

$$\begin{aligned} 0 &= \left( \frac{1}{2} \dot{\beta}_k \sin \beta_k \sin 2\epsilon_k + \dot{\epsilon}_k \cos \beta_k \right) \dot{x}_k \\ &\quad + \left( \frac{1}{2} \dot{\beta}_k \cos \beta_k \sin 2\epsilon_k - \dot{\epsilon}_k \sin \beta_k \right) \dot{y}_k \\ &\quad - \dot{\beta}_k \cos^2 \epsilon_k \dot{z}_k = g_{2k}(\mathbf{X}_{V_k}) \end{aligned} \quad (11)$$

由式(3)和式(7)可得

$$\dot{\beta}_k \dot{f}_{dk} = -\frac{1}{\lambda_k} \frac{(\dot{\beta}_k \cos \epsilon_k)^2 + \dot{\epsilon}_k^2}{\cos \epsilon_k} (\dot{x}_k \cos \beta_k - \dot{y}_k \sin \beta_k) \quad (12)$$

进一步得到

$$\begin{aligned} 0 &= [(\dot{\beta}_k \cos \epsilon_k)^2 + \dot{\epsilon}_k^2] \cos \beta_k \dot{x}_k \\ &\quad - [(\dot{\beta}_k \cos \epsilon_k)^2 + \dot{\epsilon}_k^2] \sin \beta_k \dot{y}_k \\ &\quad + \dot{\beta}_k \dot{f}_{dk} \cos \epsilon_k \lambda_k = g_{3k}(\mathbf{X}_{V_k}) \end{aligned} \quad (13)$$

将只含有速度矢量和  $\lambda$  的式(9), 式(11)和式(13)联立, 并用含有噪声的观测值  $\beta_k^m$  和  $\dot{\beta}_k^m$ ,  $\varepsilon_k^m$  和  $\dot{\varepsilon}_k^m$ ,  $f_{dk}^m$  和  $\dot{f}_{dk}^m$  代替真实值, 得到如下伪线性观测方程:

$$\mathbf{Z}_{V_k} = \mathbf{H}_{V_k} \mathbf{X}_{V_k} + \mathbf{N}_{V_k} \quad (14)$$

其中

$$\mathbf{H}_{V_k} = \begin{bmatrix} \sin \beta_k^m \cos \varepsilon_k^m \\ \frac{1}{2} \dot{\beta}_k^m \sin \beta_k^m \sin 2\varepsilon_k^m + \dot{\varepsilon}_k^m \cos \beta_k^m \\ \left[ \left( \dot{\beta}_k^m \cos \varepsilon_k^m \right)^2 + \dot{\varepsilon}_k^{m2} \right] \cos \beta_k^m \\ \cos \beta_k^m \cos \varepsilon_k^m & \sin \varepsilon_k^m & f_{dk}^m \\ \frac{1}{2} \dot{\beta}_k^m \cos \beta_k^m \sin 2\varepsilon_k^m - \dot{\varepsilon}_k^m \sin \beta_k^m & -\dot{\beta}_k^m \cos^2 \varepsilon_k^m & 0 \\ -\left[ \left( \dot{\beta}_k^m \cos \varepsilon_k^m \right)^2 + \dot{\varepsilon}_k^{m2} \right] \sin \beta_k^m & 0 & \dot{\beta}_k^m \dot{f}_{dk}^m \cos \varepsilon_k^m \end{bmatrix} \quad (15)$$

$\mathbf{Z}_{V_k} = \begin{bmatrix} g_{1k}^m(\mathbf{X}_{V_k}) \\ g_{2k}^m(\mathbf{X}_{V_k}) \\ g_{3k}^m(\mathbf{X}_{V_k}) \end{bmatrix}$  是观测向量,  $\mathbf{N}_{V_k} = \begin{bmatrix} n_{1k} \\ n_{2k} \\ n_{3k} \end{bmatrix}$  是等效观测噪声。

假设  $\beta_k^m$  和  $\dot{\beta}_k^m$ ,  $\varepsilon_k^m$  和  $\dot{\varepsilon}_k^m$ ,  $f_{dk}^m$  和  $\dot{f}_{dk}^m$  都有误差  $\delta_{\beta_k}$  和  $\delta_{\dot{\beta}_k}$ ,  $\delta_{\varepsilon_k}$  和  $\delta_{\dot{\varepsilon}_k}$ ,  $\delta_{f_{dk}}$  和  $\delta_{\dot{f}_{dk}}$ , 这些误差相互独立并且都是零均值高斯白噪声, 它们的方差分别为  $\sigma_{\beta}^2$  和  $\sigma_{\dot{\beta}}^2$ ,  $\sigma_{\varepsilon}^2$  和  $\sigma_{\dot{\varepsilon}}^2$ ,  $\sigma_{f_d}^2$  和  $\sigma_{\dot{f}_d}^2$ , 则有

$$\begin{aligned} n_{1k} &= \frac{\partial g_{1k}^m}{\partial \beta_k^m} \delta_{\beta_k} + \frac{\partial g_{1k}^m}{\partial \dot{\beta}_k^m} \delta_{\dot{\beta}_k} + \frac{\partial g_{1k}^m}{\partial \varepsilon_k^m} \delta_{\varepsilon_k} \\ &\quad + \frac{\partial g_{1k}^m}{\partial \dot{\varepsilon}_k^m} \delta_{\dot{\varepsilon}_k} + \frac{\partial g_{1k}^m}{\partial f_{dk}^m} \delta_{f_{dk}} + \frac{\partial g_{1k}^m}{\partial \dot{f}_{dk}^m} \delta_{\dot{f}_{dk}} \\ &= (\dot{x}_k \cos \beta_k^m \cos \varepsilon_k^m - \dot{y}_k \sin \beta_k^m \cos \varepsilon_k^m) \delta_{\beta_k} \\ &\quad + (-\dot{x}_k \sin \beta_k^m \sin \varepsilon_k^m - \dot{y}_k \cos \beta_k^m \sin \varepsilon_k^m \\ &\quad + \dot{z}_k \cos \varepsilon_k^m) \delta_{\varepsilon_k} + \lambda_k \delta_{f_{dk}} \end{aligned} \quad (16)$$

$$\begin{aligned} n_{2k} &= \frac{\partial g_{2k}^m}{\partial \beta_k^m} \delta_{\beta_k} + \frac{\partial g_{2k}^m}{\partial \dot{\beta}_k^m} \delta_{\dot{\beta}_k} + \frac{\partial g_{2k}^m}{\partial \varepsilon_k^m} \delta_{\varepsilon_k} \\ &\quad + \frac{\partial g_{2k}^m}{\partial \dot{\varepsilon}_k^m} \delta_{\dot{\varepsilon}_k} + \frac{\partial g_{2k}^m}{\partial f_{dk}^m} \delta_{f_{dk}} + \frac{\partial g_{2k}^m}{\partial \dot{f}_{dk}^m} \delta_{\dot{f}_{dk}} \\ &= \left[ \frac{1}{2} \dot{\beta}_k^m \cos \beta_k^m \sin 2\varepsilon_k^m - \dot{\varepsilon}_k^m \sin \beta_k^m \right] \dot{x}_k \\ &\quad - \left[ \frac{1}{2} \dot{\beta}_k^m \sin \beta_k^m \sin 2\varepsilon_k^m + \dot{\varepsilon}_k^m \cos \beta_k^m \right] \dot{y}_k \delta_{\beta_k} \\ &\quad + \left[ \frac{1}{2} \dot{x}_k \sin \beta_k^m \sin 2\varepsilon_k^m + \frac{1}{2} \dot{y}_k \cos \beta_k^m \sin 2\varepsilon_k^m \right. \\ &\quad \left. - \dot{z}_k \cos^2 \varepsilon_k^m \right] \delta_{\varepsilon_k} \\ &\quad + \left[ \dot{x}_k \dot{\beta}_k^m \sin \beta_k^m \cos 2\varepsilon_k^m + \dot{y}_k \dot{\beta}_k^m \cos \beta_k^m \cos 2\varepsilon_k^m \right. \\ &\quad \left. + \dot{z}_k \dot{\beta}_k^m \sin 2\varepsilon_k^m \right] \delta_{\dot{\varepsilon}_k} + (\dot{x}_k \cos \beta_k^m - \dot{y}_k \sin \beta_k^m) \delta_{\dot{\beta}_k} \end{aligned} \quad (17)$$

$$\begin{aligned} n_{3k} &= \frac{\partial g_{3k}^m}{\partial \beta_k^m} \delta_{\beta_k} + \frac{\partial g_{3k}^m}{\partial \dot{\beta}_k^m} \delta_{\dot{\beta}_k} + \frac{\partial g_{3k}^m}{\partial \varepsilon_k^m} \delta_{\varepsilon_k} \\ &\quad + \frac{\partial g_{3k}^m}{\partial \dot{\varepsilon}_k^m} \delta_{\dot{\varepsilon}_k} + \frac{\partial g_{3k}^m}{\partial f_{dk}^m} \delta_{f_{dk}} + \frac{\partial g_{3k}^m}{\partial \dot{f}_{dk}^m} \delta_{\dot{f}_{dk}} \\ &= -\left[ \left( \dot{\beta}_k^m \cos \varepsilon_k^m \right)^2 + \left( \dot{\varepsilon}_k^m \right)^2 \right] (\sin \beta_k^m \dot{x}_k + \cos \beta_k^m \dot{y}_k) \delta_{\beta_k} \\ &\quad + \left[ 2(\cos \beta_k^m \dot{x}_k - \sin \beta_k^m \dot{y}_k) \dot{\beta}_k^m \cos^2 \varepsilon_k^m + \dot{f}_{dk}^m \lambda_k \cos \varepsilon_k^m \right] \delta_{\dot{\beta}_k} \\ &\quad - \left[ (\cos \beta_k^m \dot{x}_k - \sin \beta_k^m \dot{y}_k) \left( \dot{\beta}_k^m \right)^2 \sin 2\varepsilon_k^m + \dot{\beta}_k^m \dot{f}_{dk}^m \lambda_k \sin \varepsilon_k^m \right] \\ &\quad \cdot \delta_{\varepsilon_k} + 2(\cos \beta_k^m \dot{x}_k - \sin \beta_k^m \dot{y}_k) \dot{\varepsilon}_k^m \delta_{\dot{\varepsilon}_k} + \dot{\beta}_k^m \lambda_k \cos \varepsilon_k^m \delta_{\dot{f}_{dk}} \end{aligned} \quad (18)$$

由式(16), 式(17)和式(18)可以求出等效观测噪声协方差矩阵为

$$\mathbf{R}_{V_k} = E[\mathbf{N}_{V_k} \mathbf{N}_{V_k}^T] \quad (19)$$

因此估计  $\mathbf{X}_{V_k}$  的伪线性卡尔曼滤波(PLKF)算法如下:

$$\begin{cases} \mathbf{X}_{V_k, k-1} = \mathbf{X}_{V_k, k-1} \\ \mathbf{P}_{V_k, k-1} = \mathbf{P}_{V_k, k-1} + \mathbf{Q}_{V_k, k-1} \\ \mathbf{K}_{V_k} = \mathbf{P}_{V_k, k-1} \mathbf{H}_{V_k}^T \left[ \mathbf{H}_{V_k} \mathbf{P}_{V_k, k-1} \mathbf{H}_{V_k}^T + \mathbf{R}_{V_k} \right]^{-1} \\ \mathbf{X}_{V_k} = \mathbf{X}_{V_k, k-1} + \mathbf{K}_{V_k} \left[ \mathbf{Z}_{V_k} - \mathbf{H}_{V_k} \mathbf{X}_{V_k, k-1} \right] \\ \mathbf{P}_{V_k} = \left[ \mathbf{I} - \mathbf{K}_{V_k} \mathbf{H}_{V_k} \right] \mathbf{P}_{V_k, k-1} \end{cases} \quad (20)$$

需要说明的是由于  $\mathbf{R}_{V_k}$  是待估计状态矢量  $\mathbf{X}_{V_k}$  的函数, 因此实际中只能利用一步预测值  $\mathbf{X}_{V_k, k-1}$  代替。

### 3.2 估计目标位置矢量

将目标速度分量的估计值  $\hat{x}_k$ ,  $\hat{y}_k$ ,  $\hat{z}_k$  以及观测值  $\beta_k^m$  和  $\dot{\beta}_k^m$ ,  $\varepsilon_k^m$  和  $\dot{\varepsilon}_k^m$  代入式(3)可以得到  $r_k$  的两个估计值如下:

$$\begin{cases} \hat{r}_{k1} = \frac{\hat{x}_k \cos \beta_k^m - \hat{y}_k \sin \beta_k^m}{\dot{\beta}_k^m \cos \varepsilon_k^m} \\ \hat{r}_{k2} = \frac{-\hat{x}_k \sin \beta_k^m \sin \varepsilon_k^m - \hat{y}_k \cos \beta_k^m \sin \varepsilon_k^m + \hat{z}_k \cos \varepsilon_k^m}{\dot{\varepsilon}_k^m} \end{cases} \quad (21)$$

因此目标位置的两组估计值分别为

$$\begin{cases} \hat{x}_{k1} = \hat{r}_{k1} \sin \beta_k^m \cos \varepsilon_k^m & \hat{x}_{k2} = \hat{r}_{k2} \sin \beta_k^m \cos \varepsilon_k^m \\ \hat{y}_{k1} = \hat{r}_{k1} \cos \beta_k^m \cos \varepsilon_k^m & \hat{y}_{k2} = \hat{r}_{k2} \cos \beta_k^m \cos \varepsilon_k^m \\ \hat{z}_{k1} = \hat{r}_{k1} \sin \varepsilon_k^m & \hat{z}_{k2} = \hat{r}_{k2} \sin \varepsilon_k^m \end{cases} \quad (22)$$

式(22)虽然简单有效, 但由于单次观测的误差较大, 定位精度不高, 这点通过仿真即可验证, 因此需要进一步对目标位置进行滤波。为了简化算法和减少计算量, 本文在  $X$  轴,  $Y$  轴和  $Z$  轴方向上分别进行滤波。

考虑  $X$  轴方向的滤波算法, 定义矢量  $\mathbf{S}_{xk}$  为

$$\mathbf{S}_{xk} = \begin{bmatrix} x_k & \dot{x}_k \end{bmatrix}^T \quad (23)$$

其中  $x_k$  为  $k$  时刻目标在  $X$  轴方向上的位置,  $\dot{x}_k$  为  $k$  时刻目标在  $X$  轴方向上的速度。

在假设目标作带有加速度扰动的匀速直线运动的条件下, 目标的动力学方程为

$$\mathbf{S}_{xk+1} = \Phi_{xk+1, k} \mathbf{S}_{xk} + \mathbf{W}_{xk} \quad (24)$$

其中  $\Phi_{xk+1,k} = \begin{bmatrix} 1 & T \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ ,  $\mathbf{W}_{xk} = \begin{bmatrix} T^2/2 \\ T \end{bmatrix} w_{xk}$ ,  $E[\mathbf{W}_{xk}] = 0$ ,  
 $E[\mathbf{W}_{xk} \mathbf{W}_{xj}^T] = \mathbf{Q}_{xk} \delta_{j,k}$ 。

令  $\mathbf{Z}_{xk} = [\hat{x}_{k1} \ \hat{x}_{k2}]^T$  为观测向量, 则  $k$  时刻系统的观测方程为

$$\mathbf{Z}_{xk} = \mathbf{H}_{xk} \mathbf{S}_{xk} + \mathbf{N}_{xk} \quad (25)$$

其中  $\mathbf{H}_{xk} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ ,  $\mathbf{N}_{xk} = \begin{bmatrix} n_{xk1} \\ n_{xk2} \end{bmatrix}$  是等效观测噪声, 并且有

$$\begin{aligned} n_{xk1} &= \frac{\partial \hat{x}_{k1}}{\partial \beta_k^m} \delta_{\beta_k} + \frac{\partial \hat{x}_{k1}}{\partial \dot{\beta}_k^m} \delta_{\dot{\beta}_k} + \frac{\partial \hat{x}_{k1}}{\partial \varepsilon_k^m} \delta_{\varepsilon_k} + \frac{\partial \hat{x}_{k1}}{\partial \dot{\varepsilon}_k^m} \delta_{\dot{\varepsilon}_k} \\ &\quad + \frac{\partial \hat{x}_{k1}}{\partial \hat{x}_k} \delta_{\hat{x}_k} + \frac{\partial \hat{x}_{k1}}{\partial \hat{y}_k} \delta_{\hat{y}_k} + \frac{\partial \hat{x}_{k1}}{\partial \hat{z}_k} \delta_{\hat{z}_k} \\ &= \left[ \hat{r}_{k1} \cos \beta_k^m \cos \varepsilon_k^m - \frac{1}{\dot{\beta}_k^m} \right. \\ &\quad \cdot \left. \left( \hat{x}_k \sin \beta_k^m + \hat{y}_k \cos \beta_k^m \right) \sin \beta_k^m \right] \delta_{\beta_k} \\ &\quad - \frac{1}{\dot{\beta}_k^m} \hat{x}_{k1} \delta_{\dot{\beta}_k} + \frac{1}{2\dot{\beta}_k^m} \sin 2\beta_k^m \delta_{\dot{\beta}_k} - \frac{1}{\dot{\beta}_k^m} \sin^2 \beta_k^m \delta_{\dot{y}_k} \quad (26) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} n_{xk2} &= \frac{\partial \hat{x}_{k2}}{\partial \beta_k^m} \delta_{\beta_k} + \frac{\partial \hat{x}_{k2}}{\partial \dot{\beta}_k^m} \delta_{\dot{\beta}_k} + \frac{\partial \hat{x}_{k2}}{\partial \varepsilon_k^m} \delta_{\varepsilon_k} + \frac{\partial \hat{x}_{k2}}{\partial \dot{\varepsilon}_k^m} \delta_{\dot{\varepsilon}_k} \\ &\quad + \frac{\partial \hat{x}_{k2}}{\partial \hat{x}_k} \delta_{\hat{x}_k} + \frac{\partial \hat{x}_{k2}}{\partial \hat{y}_k} \delta_{\hat{y}_k} + \frac{\partial \hat{x}_{k2}}{\partial \hat{z}_k} \delta_{\hat{z}_k} \\ &= \left[ \hat{r}_{k2} \cos \beta_k^m \cos \varepsilon_k^m + \frac{1}{2\dot{\varepsilon}_k^m} \right. \\ &\quad \left. - \hat{x}_k \cos \beta_k^m + \hat{y}_k \sin \beta_k^m \right] \sin \beta_k^m \sin 2\varepsilon_k^m \delta_{\beta_k} \\ &\quad - \left[ \hat{r}_{k2} \sin \beta_k^m \sin \varepsilon_k^m + \frac{1}{\dot{\varepsilon}_k^m} \left( \hat{x}_k \sin \beta_k^m \cos \varepsilon_k^m \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \hat{y}_k \cos \beta_k^m \cos \varepsilon_k^m + \hat{z}_k \sin \varepsilon_k^m \right) \sin \beta_k^m \cos \varepsilon_k^m \right] \delta_{\varepsilon_k} \\ &\quad - \frac{1}{\dot{\varepsilon}_k^m} \hat{x}_{k2} \delta_{\dot{\varepsilon}_k} - \frac{\sin^2 \beta_k^m \sin 2\varepsilon_k^m}{2\dot{\varepsilon}_k^m} \delta_{\dot{\beta}_k} \\ &\quad - \frac{\sin 2\varepsilon_k^m \sin 2\beta_k^m}{4\dot{\varepsilon}_k^m} \delta_{\dot{y}_k} + \frac{\sin \beta_k^m \cos^2 \varepsilon_k^m}{\dot{\varepsilon}_k^m} \delta_{\dot{z}_k} \quad (27) \end{aligned}$$

由式(26)和式(27)可得等效观测噪声协方差矩阵为

$$\mathbf{R}_{xk} = E[\mathbf{N}_{xk} \mathbf{N}_{xk}^T] \quad (28)$$

式(28)中的  $\delta_{\hat{x}_k}$ ,  $\delta_{\hat{y}_k}$ ,  $\delta_{\hat{z}_k}$  的方差可从前面估计目标速度矢量的误差协方差矩阵中获得。

此时就可以利用标准卡尔曼滤波(KF)算法对目标位置进行滤波, Y轴方向和Z轴方向可以按照同样的方法处理, 从而实现对辐射源的快速高精度无源定位和跟踪。由于采用速度和位置分离估计的方法, 起到了降维的作用, 避免了位置和速度同时估计时误差的相互影响, 所以该算法具有较强的稳健性。

#### 4 算法仿真

为了验证本文算法的性能, 下面进行计算机仿真实验, 仿真场景如图1所示, 目标辐射源作带有加速度扰动的匀速

运动, 辐射源起始位置为  $x_0 = 100\text{km}$ ,  $y_0 = 200\text{km}$ ,  $z_0 = 50\text{km}$ , 速度为  $\dot{x} = 100\text{m/s}$ ,  $\dot{y} = 300\text{m/s}$ ,  $\dot{z} = 5\text{m/s}$ , 波长为  $\lambda = 0.1\text{m}$ 。观测站位于坐标原点, 观测分量的均方根误差分别为  $\sigma_\beta = \sigma_\varepsilon = 3\text{mrad}$ ,  $\sigma_{\dot{\beta}} = \sigma_{\dot{\varepsilon}} = 0.1\text{mrad/s}$ ,  $\sigma_{f_d} = 1\text{Hz}$ ,  $\sigma_{\dot{f}_d} = 0.5\text{Hz/s}$ , 观测周期为  $T = 4\text{ms}$ , 对目标定位跟踪作200次 Monte-Carlo 仿真, 设第  $j$  次实验估计出目标在  $k$  时刻的速度为  $\dot{x}_k^j$ ,  $\dot{y}_k^j$ ,  $\dot{z}_k^j$ , 位置为  $x_k^j$ ,  $y_k^j$ ,  $z_k^j$ , 分别定义距离估计误差和速度估计误差如下:

$$\begin{aligned} \delta_{v_k} &= \sqrt{\frac{1}{200} \sum_{j=1}^{200} \left( \dot{x}_k^j - \dot{x}_k \right)^2 + \left( \dot{y}_k^j - \dot{y}_k \right)^2 + \left( \dot{z}_k^j - \dot{z}_k \right)^2} \\ \delta_{r_k} &= \sqrt{\frac{1}{200} \sum_{j=1}^{200} \left( x_k^j - x_k \right)^2 + \left( y_k^j - y_k \right)^2 + \left( z_k^j - z_k \right)^2} \quad (29) \end{aligned}$$

图2是距离估计误差示意图, 图3是速度估计误差示意图。

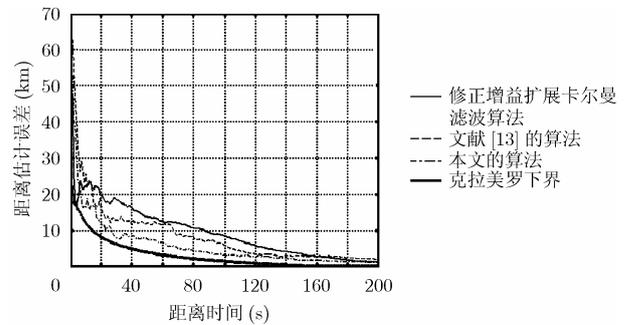


图2 距离估计误差示意图

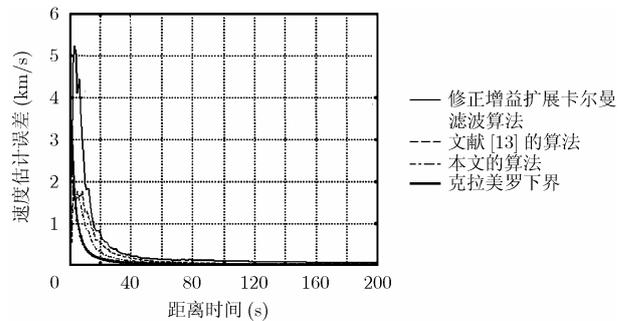


图3 速度估计误差示意图

从图2和图3中可以看出, 相比 MGEKF 算法和文献[13]的算法, 本文的算法提高了定位精度和收敛速度, 其跟踪曲线更加逼近 CRLB, 这说明将角度变化率信息和多普勒频率变化率信息引入到目标速度矢量的估计中, 可以显著改善跟踪滤波器的性能。

#### 5 结论

针对无源定位必须实现快速和稳定定位跟踪的要求, 本文通过研究基于空域和频域测量信息对运动辐射源的单站无源定位跟踪技术, 提出了一种改进的定位跟踪算法。该算

法充分利用了辐射源信号测量值的空域和频域变化量信息,定位收敛速度快而且稳定,并具有很强的实用性。计算机仿真表明,相比 MGEKF 算法和文献[13]的算法,文中的算法具有较快的收敛速度和较高的定位精度。

虽然文中的算法提高了定位精度,但是也在一定程度上增加了计算量,主要体现在估计目标速度矢量和位置矢量时,增加了观测方程的数目,从而增加了滤波算法中矩阵求逆的维数,但是在满足实时性要求的条件下,适当增加计算量以换取滤波性能的提高是值得的。

### 参 考 文 献

- [1] 孙仲康. 基于运动学原理的无源定位技术. 雷达无源定位跟踪技术研讨会论文集, 北京 2001:1-7.
  - [2] T L Song. Observability of target tracking with bearing-only measurement. *IEEE Transaction on Aerospace and Electronic System*, 1996, 33(4): 1468-1472.
  - [3] 杨莘元, 郑思海. 基于运动辐射体 TOA 和 DOA 测量的单站被动定位算法. 电子学报, 1996, 24(12): 66-69.
  - [4] 孙仲康, 周一宇, 何黎星. 单多基地有源无源定位技术. 北京: 国防工业出版社, 1996, 70-90.
  - [5] 邓新蒲, 周一宇. 相位变化率的测量方法及其精度分析. 系统工程与电子技术, 2001, 23(1): 20-23.
  - [6] 郭福成, 孙仲康, 安玮. 利用方向角及其变化率对固定辐射源的三维单站无源定位. 电子学报, 2002, 30(12): 1885-1887.
  - [7] 孙耀伟, 孙仲康, 周一宇. 利用相位变化率对运动辐射源的无源定位的研究. 系统工程与电子技术, 1999, 21(8): 7-8.
  - [8] 李宗华, 冯道旺, 周一宇, 孙仲康. 对空中辐射源的快速无源定位算法及其可观测性分析. 宇航学报, 2003, 24(5): 473-477.
  - [9] 李宗华, 冯道旺, 周一宇, 孙仲康. 固定单站对三维运动辐射源无源定位算法及可观测性分析. 信号处理, 2002, 18(2): 117-122.
  - [10] 郭福成, 孙仲康, 安玮. 对运动辐射源的单站无源伪线性定位跟踪算法. 宇航学报, 2002, 23(5): 28-31.
  - [11] 李宗华, 冯道旺, 周一宇, 孙仲康. 估计目标速度矢量对运动辐射源的固定单站无源定位算法. 电子学报, 2004, 32(6): 953-956.
  - [12] 李宗华, 冯道旺, 周一宇, 孙仲康. 对运动辐射源的单站无源定位跟踪. 中国电子学会电子对抗分会第十三届学术年会论文集, 1999, 1256-1260.
  - [13] 李宗华, 肖予钦, 周一宇, 孙仲康. 利用频域和空域信息的单站无源定位跟踪算法. 系统工程与电子技术, 2004, 26(5): 613-616.
- 王 鼎: 男, 1982 年生, 硕士生, 研究方向为阵列信号处理, 无源定位.
- 曲阜平: 男, 1968 年生, 高级工程师.
- 吴 瑛: 女, 1960 年生, 教授, 博士生导师, 主要研究方向为数字信号处理, 阵列信号处理及其 DSP 实现.