

预警卫星对弹道导弹航迹捕获算法

安 玮 张 涛 周一宇

(国防科技大学电子科学与工程学院 长沙 410073)

摘 要: 对弹道导弹目标捕获方法是空间预警系统的关键技术。该文通过对导弹推力加速度的分析,提出了目标在像平面的非线性运动模型。通过概率数据关联(PDA)求得等效的似然函数,利用 Lagrange 乘数法求得最佳的加权概率,使得对数似然比函数最大。结合量测的灰度信息,改善了其在低 SNR 情况下的检测性能。Monte-Carlo 仿真验证了该方法的目标航迹检测性能和目标状态估计精度,仿真结果表明该方法在两方面都优于原有方法,适用于低 SNR 情况下预警卫星对弹道导弹目标捕获。

关键词: 空间预警; 目标捕获; 广义似然比检测; 概率数据关联

中图分类号: TP391

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2007)11-2676-03

The Track Capture of Ballistic Missile from Satellite Observations

An Wei Zhang Tao Zhou Yi-yu

(School of Electronic Science and Engineering, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China)

Abstract: The target capture is the key technology of the space-based early warning system. In this paper, the thrust acceleration is analyzed, and then the nonlinear model of ballistic missile in the image is presented. Combined with the Probabilistic Data Association (PDA), the likelihood function is denoted, and the optimal weighted probability is calculated using Lagrange way which causes the logarithmic likelihood ratio maximum. Using the amplitude information of measurement, under low Signal-to-noise (SNR) the detection performance is improved. Via the Monte Carlo simulation, this method has the better detection performance and estimation accuracy than other approaches. It is applicable for the target capture under low SNR in the space-based early warning system.

Key words: Space-based early warning; Target capture; GLRT; PDA

1 引言

空间预警系统通过星载IR传感器探测主动段尾焰,实现对弹道导弹近实时的监视和预警^[1,2]。由于大气衰减、高空云层干扰,目标可能处于低信噪比或信杂比(SNR or SCR)环境下,特别是主动段飞行时间较短的短程导弹目标,如何有效、快速捕获潜在的导弹目标是空间预警系统信息处理的关键技术之一。

对弹道导弹航迹捕获是在IR传感器像平面内确认目标的问题。概率数据关联(PDA)是常用的数据关联方法^[3,4],将其与最大似然估计结合,通过广义似然比检验(GLRT),可实现对目标的联合检测与估计^[5,6]。

本文主要研究了在低 SNR 情况下预警卫星对弹道导弹航迹捕获问题。文中首先分析了导弹在像平面的运动特性,提出了其非线性运动模型。在 ML-PDA 方法的基础上,提出了优化的 ML-PDA 方法。最后通过 Monte-Carlo 仿真,对比分析了在不同 SNR 情况下,ML-PDA 与优化 ML-PDA,非线性模型与线性模型的检测性能和估计精度,从仿真结果可见,本文提出的方法优于原有的方法,适用于低 SNR 情

况下对弹道导弹目标捕获。

2 像平面目标运动模型和测量模型

2.1 像平面目标运动方程

处于主动段的导弹目标运动状态比较复杂,与其它机动目标不同,其运动近似在弹道平面内^[7],切向主要受推力作用,其加速度较为复杂,而径向主要受重力作用,可近似为常径向加速度。

由于预警卫星距离目标很远,可认为目标像平面运动轨迹为导弹运动轨迹在像平面(观测平面)的投影。当预警卫星观测到导弹时,导弹已处于重力转弯段,其攻角一般很小,且飞行程序角变化缓慢^[7]。在此条件下,可以证明,目标在像平面运动特征保持了在弹道平面的运动特征,像平面内的切向加速度正比于弹道平面的切向加速度,即 $a_T = ka$, 其中 k 为常数引子, $0 \leq k \leq 1$, 主要由像平面与导弹平面的夹角、导弹飞行程序决定,导弹推力加速度值由推进剂质量变化率 \dot{m} 、排气速度 V_p 和导弹瞬时质量 $m(t)$ 决定^[7], 即

$$a = -\dot{m}V_p / m, \quad \dot{m} < 0 \quad (1)$$

定义极坐标下目标像平面的状态参数为

$$\mathbf{x} \triangleq [x, y, V, a_T, \phi, \omega, q_T]^T \quad (2)$$

其中 x, y 为像平面内 X 方向和 Y 方向位置变量; V 为像平面运动速率; ϕ 为像平面内 X 方向和 Y 方向速度夹角; ω 为角速度。 $q_T = -k \cdot \dot{m} / m$, 则可得目标在极坐标系下的状态方程为

$$\dot{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} V \cos \phi & V \sin \phi & a_T & a_T q_T & \omega & 0 & q_T^2 \end{bmatrix}^T + \mathbf{w} \quad (3)$$

其中 \mathbf{w} 为系统扰动噪声, 假设为白噪声过程, 协方差阵为 \mathbf{Q} 。

对式(3)进行线性离散化, 可得

$$\mathbf{x}(t_{k+1}) = \Phi(t_{k+1}, t_k) \mathbf{x}(t_k) + \mathbf{w}(t_k) \quad (4)$$

其中 $\mathbf{x}(t_k)$ 为 t_k 时刻目标状态参数; $\Phi(t_{k+1}, t_k)$ 为状态转移矩阵; $\mathbf{w}(t_k)$ 为系统扰动噪声, 为零均值高斯白噪声序列, 协方差为 $\mathbf{Q}(t_k)$ 。

2.2 测量模型

定义 $\mathbf{Z}^N \triangleq \{\mathbf{z}_k\}_{k=1}^N$ 为 N 时刻全部的测量集合, $\mathbf{z}_k \triangleq \{z_{kj}\}_{j=1}^{m_k}$ 为 k 时刻获得的量测集合, 其中 m_k 为 k 时刻量测的个数。设 k 时刻源于目标的量测方程为

$$z_{kj} = \mathbf{H}_k \mathbf{x}_k + \mathbf{v}_k \quad (5)$$

其中 \mathbf{H}_k 为观测矩阵, $\mathbf{H}_k = [\mathbf{I}_{2 \times 2} \quad \mathbf{0}_{2 \times 5}]$; \mathbf{v}_k 为测量噪声, 假设为零均值高斯白噪声序列, 其协方差阵为 \mathbf{R}_k , 即 $\mathbf{v}_k \sim \mathcal{N}(0, \mathbf{R}_k)$ 。

若测量为虚警, 假设其在关联区域内服从均匀分布的随机变量, 即

$$p_c(\mathbf{z}) = 1/V, \quad \mathbf{z} \in \mathcal{Z} \quad (6)$$

其中 V 为关联区域面积, 即 $V = \|\mathcal{Z}\|$ 。假设关联区域内出现虚警量测个数服从 Poisson 分布, 即

$$P\{m_k | H_0\} = e^{-\lambda V} \frac{(\lambda V)^{m_k}}{m_k!}, \quad m_k = 0, 1, \dots \quad (7)$$

其中 λ 为虚警密度, 在空间预警系统中, $\lambda = P_F / L^2$, P_D 为虚警概率, L 为像素尺寸。

在目标存在情况(H_1)下, k 时刻观测到 m_k 个量测的概率为

$$P\{m_k | H_1\} = P_D P\{m_k - 1 | H_0\} + (1 - P_D) P\{m_k | H_0\} \quad (8)$$

其中 P_D 为目标检测概率。

3 航迹联合检测与估计算法

信号处理器输出结果中包含了目标点和大量虚警点, 航迹捕获算法通过批处理方式, 判断其中是否有目标存在, 若目标存在, 提取出源于目标的量测序列, 并实现目标运动状态的估计。由于 GLRT-ML-PDA 采用等概率加权各种可能的关联, 使得其检测性能和估计精度受到限制。文中通过 Lagrange 乘数法求得最佳的加权概率, 保证源于目标的量测具有较好关联概率。为了适用于低 SNR 情况下, 在求解似然函数时考虑了量测的强度信息。

3.1 灰度信息描述

经过杂波抑制后, 图像噪声满足零均值高斯分布, 虚警

点灰度分布 $d \sim \mathcal{N}(0, \sigma^2)$, σ 为噪声方差。目标点灰度分布 $d \sim \mathcal{N}(\sigma \text{SNR}, \sigma^2)$ 。给定检测门限 τ , 则量测强度信息的似然比为

$$\rho = \frac{p_1(d)}{p_0(d)} \cdot \frac{P_F}{P_D} \quad (9)$$

其中 $P_D = \text{erf}(\tau/\sigma - \text{SNR})$, $P_F = \text{erf}(\tau/\sigma)$, 为检测概率和虚警概率。

3.2 结合 PDA 的似然函数表示

由于在 k 时刻的 m_k 个量测是独立的, 而源于目标的量测仅为一个。定义

$$\varepsilon_{kj} \triangleq \begin{cases} \{\text{measure } z_{kj} \text{ is from target}\} & , j = 1, \dots, m_k \\ \{\text{measure } z_{kj} \text{ is false alarm}\} & , j = 0 \end{cases} \quad (10)$$

设目标在 k 时刻状态为 \mathbf{x}_k , 则 k 时刻测量的条件概率密度为

$$p\{\mathbf{z}_k | \mathbf{x}_k, \varepsilon_{kj}, H_1\} = \begin{cases} p_v(\mathbf{z}_{kj} | \mathbf{x}_k, H_1) p_c^{m_k-1} \rho_{kj} \prod_{l=1}^{m_k} p_0^\tau(d_{kl}), & j=1, \dots, m_k \\ p_c^{m_k} \prod_{l=1}^{m_k} p_0^\tau(d_{kl}), & j=0 \end{cases} \quad (11)$$

其中 $p_v(\mathbf{z})$ 为测量噪声概率密度函数。根据全概率定理, 在有目标(H_1)情况下 k 时刻测量以 \mathbf{x}_k 为条件的概率密度为

$$p\{\mathbf{z}_k | \mathbf{x}_{k_0}, H_1\} = P\{m_k | H_1\} p_c^{m_k-1} \prod_{l=1}^{m_k} p_0^\tau(d_{kl}) \left\{ p_c P\{\varepsilon_{k0}\} + \sum_{j=1}^{m_k} [\rho_{kj} P\{\varepsilon_{kj}\} \int p_v(\mathbf{z}_{kj} | \mathbf{x}_k) p_w(\mathbf{x}_k | \mathbf{x}_{k_0}) d\mathbf{x}_k] \right\} \quad (12)$$

其中 $p_w(\mathbf{x})$ 为系统扰动概率密度函数。在 $\mathbf{w}(k)$ 和 $\mathbf{v}(k)$ 为高斯分布假设下, $p_1 \triangleq \int p_v p_w d\mathbf{x}_k$ 也满足高斯分布。

由于不同时刻测量是不相关的, 在目标存在情况(H_1)下的似然函数为

$$\Lambda(\mathbf{Z}^N | \mathbf{x}_{k_0}, H_1) = \prod_{k=1}^N p\{\mathbf{z}_k | \mathbf{x}_{k_0}, H_1\} \quad (13)$$

由于目标状态 \mathbf{x}_{k_0} 未知, 则根据式(12), 求得 \mathbf{x}_{k_0} 的最大似然估计为

$$\hat{\mathbf{x}}_{k_0} = \arg \max_{\mathbf{x}_{k_0}} \Lambda(\mathbf{Z}^N | \mathbf{x}_{k_0}, H_1) \quad (14)$$

在无目标(H_0)情况下, 似然函数为

$$\Lambda(\mathbf{Z}^N | H_0) = \prod_{k=1}^N \left[P\{m_k | H_0\} p_c^{m_k} \prod_{l=1}^{m_k} p_0^\tau(d_{kl}) \right] \quad (15)$$

3.3 最佳加权概率的对数似然比检验

根据式(12)和式(15), 可得对数似然比为

$$L(N) = \ln \left[\frac{\Lambda(\mathbf{Z}^N | \mathbf{x}_{k_0}, H_1)}{\Lambda(\mathbf{Z}^N | H_0)} \right] = \sum_{k=1}^N \left[\ln \left[\frac{p(\mathbf{z}_k | \mathbf{x}_{k_0}, H_1)}{p(\mathbf{z}_k | H_0)} \right] \right] = \sum_{k=1}^N \left[\ln \left[\frac{P\{m_k | H_1\}}{p_c P\{m_k | H_0\}} \right] + \ln \left[\sum_{j=1}^{m_k} [\rho_{kj} p_1(\mathbf{z}_j(k) - \boldsymbol{\mu}_k) P\{\varepsilon_{kj}\}] + P\{\varepsilon_{k0}\} p_c \right] \right] \quad (16)$$

由于 $\sum_{j=0}^{m_k} P\{\varepsilon_{kj}\} = 1$ ，利用 Lagrange 法求得最佳的加权概率，定义

$$U \triangleq L + \alpha \left(1 - \sum_{j=0}^{m_k} P\{\varepsilon_{kj}\} \right) \quad (17)$$

记 $P\{\varepsilon_{kj}\} = p_{kj}$ ，令 $\frac{\partial U}{\partial p_{kj}} = 0$ ， $j = 0, 1, \dots, m_k$ ，可求得加权概率的迭代形式为

$$p_{kj}^{(n)} = w_{kj}^{(n-1)} = \frac{p_{kj}^{(n-1)} \rho_{kj} p_1(\mathbf{z}_{kj} - \boldsymbol{\mu}_k)}{\sum_{j=1}^{m_k} p_{kj}^{(n-1)} \rho_{kj} p_1(\mathbf{z}_{kj} - \boldsymbol{\mu}_k) + p_{k0}^{(n-1)} p_c}, \quad j = 1, \dots, m_k$$

$$p_{k0}^{(n)} = w_{k0}^{(n-1)} = \frac{p_{k0}^{(n-1)} p_0}{\sum_{j=1}^{m_k} p_{kj}^{(n-1)} \rho_{kj} p_1(\mathbf{z}_{kj} - \boldsymbol{\mu}_k) + p_{k0}^{(n-1)} p_c}, \quad j = 0 \quad (18)$$

对加权概率的初始值，选取为等概率加权，即

$$\left. \begin{aligned} p_{k0}^{(0)} &= \frac{(1 - P_D) P\{m_k | H_0\}}{P(m_k | H_1)} \\ p_{kj}^{(0)} &= \frac{1 - p_{k0}^{(0)}}{m_k}, \quad j = 1, \dots, m_k \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

通过对式(18)和式(14)的迭代，可以得到，最佳的加权概率和目标状态估计 $\hat{\mathbf{x}}_{k_0}^{(n)}$ 。

4 仿真结果分析

仿真试验中，预警卫星为同步轨道卫星，卫星经度为东经 70° ($E70^\circ$)；星载相机观测数据率为 1Hz。Monte-Carlo 仿真次数为 1000 次，批处理积累帧数 $N = 15$ 。

图 1，图 2 分别给出了在 SNR = 3 时和在 SNR = 4 时，利用非线性模型和线性模型(6 态)、优化 GLRT-ML-PDA 和 GLRT-ML-PDA 的检测工作特性(ROC)曲线。可见，本文提出的非线性模型和优化 GLRT-ML-PDA 明显优于线性模型和原有的 GLRT-ML-PDA 方法。

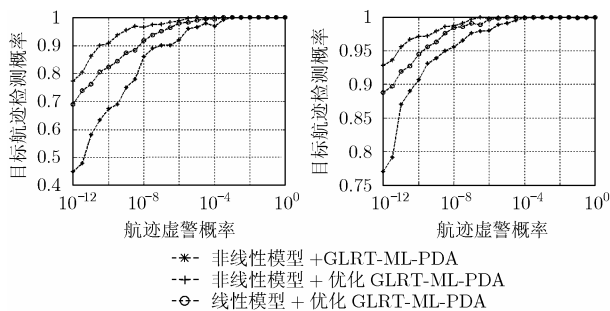


图 1 ROC 曲线(SNR = 3) 图 2 ROC 曲线(SNR = 4)

表 1 给出了 3 种情况下对目标像平面位置的估计误差。可见，本文提出的非线性模型和优化 ML-PDA 的估计精度明显优于线性模型和 ML-PDA 的估计精度。

表 1 3 种方法对目标状态估计精度对比分析(像素)

	非线性模型		线性模型
	优化 ML-PDA	ML-PDA	优化 ML-PDA
SNR=3	0.47	1.06	0.58
SNR=4	0.38	0.67	0.39

5 结束语

本文针对低 SNR 情况下预警卫星对弹道导弹目标捕获问题进行研究。结合导弹推力加速度特征，提出了目标在像平面的非线性运动模型，较好地体现了目标在像平面的运动特征。在 ML-PDA 方法的基础上，提出了优化的 ML-PDA 方法，其利用 Lagrange 乘数法求得最佳的加权概率，保证对数似然比函数最大，并结合测量量的强度信息进一步改善了低 SNR 情况下对目标航迹的检测性能。通过 Monte-Carlo 仿真验证了该方法的目标航迹检测性能和目标状态估计精度，从仿真结果可见，本文提出的方法优于原有的方法，适用于低 SNR 情况下对弹道导弹目标捕获。

参考文献

- [1] Danis J. Space-based tactical missile launch parameter estimation, *IEEE Trans. on AES*, 1993, 29(2): 412-424.
- [2] Li Yicong and Bar-Shalom Y. Trajectory and launch point estimation for ballistic missiles from boost phase LOS measurements. *IEEE Aerospace Conference Proceedings*, 1999, Vol. 4: 425-442.
- [3] 周宏仁等著. 机动目标跟踪. 北京:国防工业出版社, 1991: 219-232.
- [4] Bar-Shalom Y and XiaoRong Li. Estimation and Tracking: Principles, Techniques and software. Norwood, MA, Artech House, 1993.
- [5] HuiMin Chen, XiaoRong Li, and Bar-Shalom Y. On joint track initiation and parameter estimation under measurement origin uncertainty. *IEEE Trans. on AES*, 2004, 40(2): 675-692.
- [6] Chunmun M R and Bar-Shalom Y. Adaptive early-detection ML-PDA estimator for LO target with EO sensors. *IEEE Trans. on AES*, 2002, 38(2): 694-707.
- [7] 张毅, 杨辉耀, 李俊莉编著. 弹道导弹弹道学. 长沙: 国防科技大学出版社, 1999: 282-294.

安 玮: 女, 1969 年生, 副教授, 博士, 主要研究方向为空间信息技术、综合电子战技术。
 张 涛: 男, 1978 年生, 博士生, 研究方向为空间信息处理与对抗技术。
 周一宇: 男, 1948 年生, 教授, 主要研究领域为综合电子战技术、空间信息技术。