长拖尾 K 分布杂波下雷达目标散射中心参数的稳健估计

石志广　　周剑雄　　赵宏钟　　付　强
(国防科技大学四院 ATR 国家重点实验室　长沙　410073)

摘　要：实际条件下，在对基于衰减指数(DE)和模型的雷达目标散射中心参数估计和特征提取时，其噪声背景往往是非高斯的，分布密度函数表现出长拖尾性质。利用基于高斯假设条件下的估计方法进行参数估计时，往往不能得到较好的结果。针对这种情况，该文利用 M 估计方法来实现对长拖尾杂波下 DE 模型参数的稳健估计。首先分析了基于 PRONY 模型的 M 估计实现方法存在的不足，其次提出了两种较为有效的 DE 模型散射中心参数 M 估计的实现方法，并对这两种方法进行了分析和比较。仿真实验结果表明，在一类长拖尾 K 分布杂波条件下，与 ESPRIT 方法以及扩展 PRONY 估计方法相比，该文所提的两种方法均能得到较好的估计结果。

关键词：雷达；长拖尾分布；衰减指数模型；M 估计；K 分布杂波
中图分类号：TN957.51　　**文献标识码**：A　　**文章编号**：1009-5896(2007)12-2848-05

Robust Estimation of Scattering Center Parameters in Long-Tailed K-Distribution Clutter

Shi Zhi-guang　　Zhou Jian-xiong　　Zhao Hong-zhong　　Fu Qiang
(*ATR Lab*, *National University of Defence Technology*, *Changsha* 410073, *China*)

Abstract: When the parameter estimation of Damped Exponentials (DE) based scattering center model is considered in real life situation, the noise is always non-Gaussian and has long-tailed distribution. The estimation error in such noise may be large if the estimator under gauss-noise assumption is used. In this paper, the M-estimation method is used to obtain robust parameter estimation of DE-model in long-tailed clutter. Firstly, the shortcoming of Prony-based M-estimation method is analyzed. Then, other two effective methods to realize M-estimation of DE-model are proposed. A comparative study of these two methods is carried on about their estimation performance. Lastly, Monte-Carlo simulation test is performed to validate the proposed methods. The results show that the two proposed methods both give better estimation results in long-tailed K-Distribution clutter.

Key words: Radar; Long-tailed distribution; Damped exponential model; M-estimation; K-distributed clutter

1　引言

在光学区，电磁散射具有的局部散射现象，使得雷达目标的散射可以用一组散射中心来近似。目标的散射特征描述转化为散射中心的提取、描述和分析[1]。目标散射中心的数学描述主要包括几何绕射(Geometric Theory of Diffraction, GTD)模型、衰减指数(Damped Exponentials, DE)和模型及指数和模型。相对来说，GTD模型的描述更加贴近于高频电磁散射的物理机制，它为散射中心提供了散射强度、几何类型及位置参数信息，对其描述更加完备。但是GTD模型的参数估计存在较大的难度，而在相对带宽较小的条件下，衰减指数和模型(DE)是对GTD模型的一种较好近似，因此本文的研究基于DE模型。

对于高斯噪声假设条件下 DE 模型参数估计方法的研究已经有大量报道，但是实际应用条件下的噪声往往偏离高斯分布，其数据呈现出尖峰特性，在概率密度分布函数上表现为长拖尾特性。常用的参数估计方法对这些尖峰数据(最小二乘、子空间方法等)较为敏感，导致估计结果误差较大。针对长拖尾杂波条件下的 DE 模型参数估计的研究相对较少，文献[2]针对一类非高斯 ARMA 噪声，通过预滤波的方法进行估计模型参数，取得较好效果，但是其假设杂波符合一定模型，限制了其应用范围。文献[3]提出了基于 M 估计的非高斯噪声下指数和模型的参数估计方法，在实现对参数的 M 估计时，利用 Prony 方法将指数和模型转化为线性模型进行估计，由于 Prony 方法对噪声非常敏感，这一方法给参数估计带来很大误差。本文针对长拖尾杂波下的散射中心参数估计问题，首先给出了基于 Prony 模型进行散射中心参数 M 估计的实现方法，分析了算法存在的不足。其次，提出了两种较为有效的对 DE 模型参数的 M 估计实现方法，一种是基于单纯形最优化的方法，一种是基于迭代 ESPRIT 的方法。最后，通过计算机仿真实验，对所提的估计方法与已有的估计方法进行了对比，验证了本文所提算法的有效性。

2006-04-20 收到，2006-09-27 改回

2　数据模型

对于步进频率雷达，目标散射回波的衰减指数和模型可以表达如下：

$$y(n)=\sum_{i=1}^{P}a_i\exp\left(j\frac{4\pi}{c}(f_0+n\Delta f)r_i+\frac{\Delta f}{f_0}n\gamma_i\right)+w(n),\quad n=0,\cdots,N-1 \tag{1}$$

其中P为散射中心个数，A_i为散射中心的复幅度，f_0为起始跳频点，Δf 为跳频间隔，N为跳频点数，r_i为目标位置，γ_i与散射中心的类型有关，其取值一般在区间[-1,1]上。$w(n)$为杂波或噪声。令，$A_i=\alpha_i\ \exp(j(4\pi/c)f_0r_i)$，$\omega_i=(4\pi/c)\Delta fr_i$，$\alpha_i=\frac{\Delta f}{f_0}\gamma_i$，式(1)可写为

$$y(n)=\sum_{i=1}^{P}A_i\exp(j\omega_i n+\alpha_i n)+w(n),\ n=0,\cdots,N-1 \tag{2}$$

待估计参数为$\theta=\{A_i,\omega_i,\alpha_i\}_{i=1}^{P}$，在得到估计值$\hat{\theta}$后可以进一步解出散射中心的位置、类型和幅度参数的估计值。$w(n)$一般假设为复高斯噪声，但是实际中存在的噪声往往呈现出非高斯特性，例如高分辨雷达下的地、海杂波等。已经提出的常用非高斯分布包括对数正态分布、韦布尔分布、复合高斯分布、混合高斯分布以及Alpha-Stable分布等。本文主要考虑一类复合高斯分布——K分布模型，它是一种常用的雷达杂波模型，在高分辨雷达目标检测、跟踪以及识别中广泛应用。其幅度概率密度分布函数为

$$f_X(x)=\frac{2}{a\Gamma(v)}\left(\frac{x}{2a}\right)^{v}K_{v-1}\left(\frac{x}{a}\right),\quad x\ge 0,v>0,a>0 \tag{3}$$

其中x为杂波幅度，v为形状参数，它决定了K分布的形状，a为尺度参数，它与杂波的强度有关。可以写出其同相或正交分量的分布函数为广义拉普拉斯分布[4]：

$$f(x_{I/Q})=\frac{1}{a\sqrt{\pi}\Gamma(v)}\left(\frac{|x_{I/Q}|}{2a}\right)^{v-1/2}K_{v-1/2}\left(\frac{|x_{I/Q}|}{a}\right),\quad v>0,a>0 \tag{4}$$

与高斯分布相比，K 分布密度函数具有较长的拖尾性，在杂波序列中表现出尖峰现象。当 v 越小时，拖尾现象越严重，当 $v\to\infty$时，K 分布趋向瑞利分布。图 1 给出了具有相同二阶矩，不同 v 条件下，K 分布(正交或同相分量)与高斯分布函数的比较，图 2 为相对应的高斯分布与 K 分布的数据序列。从图中可以看出，与高斯分布相比，K 分布数据中的尖峰现象非常严重。文献[5]指出，在进行长拖尾分布杂波下的散射中心估计时，常用的基于高斯噪声假设的估计方法(如最大似然方法，子空间方法，最小二乘方法等)对于这种尖峰数据较为敏感，从而导致估计误差增大。因此，本文在下一节将利用 M 估计解决这一问题。

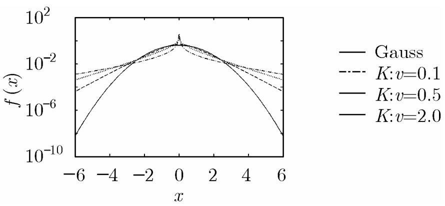


图 1 不同 v 下 K 分布与高斯分布密度函数比较

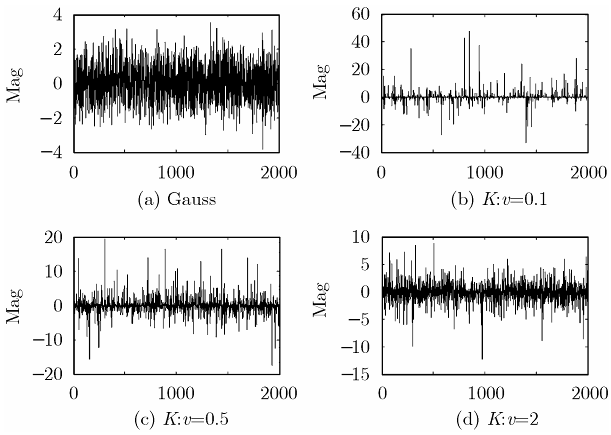


图 2 不同 v 下 K 分布序列与高斯序列比较

3　DE模型散射中心参数的M估计

在独立的高斯和K分布杂波条件假设条件下，散射中心参数的最大似然估计可以等价为对下式进行最小化：

$$J(\theta)=\sum_{n=0}^{N-1}\left|y(n)-\sum_{i=1}^{P}A_i\exp(j\omega_i n+\alpha_i n)\right|^2 \tag{5}$$

$$\hat{\theta}_{\rm ML}=\arg\min_{\theta}J(\theta) \tag{6}$$

式(5)实际上是非线性最小二乘估计，而最小二乘估计的失效点(Break Point)非常小，当数据中仅有一个非常极端的异常点就可以使回归估计值无穷大而失效，故而它很不稳健。因此，对于高斯分布的噪声，上式能够得到较好的估计结果，但是当存在类似于K分布的尖峰杂波数据时，这一估计将导致较大的偏差。如果用增长速度较慢的函数 ρ 代替平方函数，则有希望减轻异常点的影响。对此，Huber(1981)提出了一类估计——M估计(maximum likelihood type estimator)，它是稳健估计的一种，对于散射中心参数的M估计，其优化函数变为：

$$J_M(\theta)=\sum_{n=0}^{N-1}\rho\left(\left|y(n)-\sum_{i=1}^{P}A_i\exp(j\omega_i n+\alpha_i n)\right|\right) \tag{7}$$

$$\hat{\theta}_M=\arg\min_{\theta}J_M(\theta) \tag{8}$$

其中 ρ 称为稳健(损失)函数，它需要满足一定条件[6]。ρ 的选取非常重要，因为算法的稳健主要取决于稳健函数的选取，可以参考相关文献[7]。同时可以看出，最小二乘估计(ρ取为平方函数)是M估计的一个特例。上述散射中心参数的M估计的计算本质上是一高维的、非线性最小化问题，在下一节将具体讨论这一问题的求解方法。

4　散射中心参数 M 估计的求解方法

从上一节可知对散射中心参数的 M 估计就是对式(7)的最小化，许多文献对这一问题进行了研究。在优化过程中，

为了避免解含有指数项的非线性方程，文献[3]首先将上述指数和模型利用 Prony 方法转化为线性模型，然后可以利用加权最小二乘或其它确定性优化方法进行估计，并证明了其估计的相容性;文献[2]提出了一种基于滤波-清除算法的谐波频率的稳健估计方法，这一方法概念清楚，实现简单。下面首先分析基于 Prony 模型的估计方法存在的缺点，并提出一种基于单纯形优化的 M 估计方法；其次，将 ESPRIT 方法与滤波-清除算法相结合，提出基于迭代 ESPRIT 的 DE 模型参数的 M 估计实现方法。首先介绍基于 Prony 模型的 M 估计方法。

4.1 基于 Prony 模型的估计方法

Prony 方法利用多项式理论将式(7)含有指数项的非线性方程的求解转化为线性模型的估计。假设 $\exp(j\omega_i+\alpha_i)$，$i=1,\cdots,P$ 为下面方程的 P 个解

$$b_0+b_1z+\cdots+b_Pz^P=0 \tag{9}$$

其中b_0=1，这样对于散射中心参数的求解等价于对方程(9)的系数进行估计，其具体步骤如下[3]:

(1) 系数 $\hat{b}=(1,\ \hat{b}_1,\ \hat{b}_2,\cdots,\hat{b}_P)$ 的 M 估计定义为

$$\hat{b}=\min_b\sum_{n=0}^{N-P-1}\rho\left(\left|\sum_{k=0}^{P}b_ky_{n+k}\right|\right) \tag{10}$$

(2) 求得估计值 $\hat{b}$ 后，解方程 $\sum_{j=0}^{P}\hat{b}_jz^j=0$ ，其解记为 $\exp(j\omega_i+\alpha_i)$，$\hat{\omega}_j\in[0,2\pi]$。

(3) $\hat{\omega},\hat{\alpha}_i$ 即为 ω_i，α_i 的 M 估计。

在获得估计值 $\hat{\omega}_i$，$\hat{\alpha}_i$ 后，将其代入式(7)得到一线性回归模型，利用一般的线性模型 M 估计方法可以求解得到幅度参数的稳健估计 $\hat{A}_i$。可以看到，上述求解散射中心参数的 M 估计实现方法，是将优化目标函数式(7)用式(10)来代替，这样做降低了计算的复杂性，但是当存在噪声时，由式(10)得到的 Prony 极点的估计精度却大大降低，这是 Prony 方法固有的缺点。在高斯假设条件下，已有很多算法对 Prony 方法进行改进(例如基于 SVD−TLS 的 Prony 模型参数估计)，但是这些方法不适用于非高斯噪声下 M 估计的情形。因此可以预见，通过式(10)得到多项式系数，然后求解得到 DE 模型参数的方法，其估计误差是比较大的，第 5 节中的仿真实验结果进一步说明了这一点。为了降低估计误差，本文提出另外两种 DE 模型参数 M 估计的实现方法。下面先介绍第一种。

4.2 基于单纯形优化的估计方法

为了避免Prony方法带来的估计误差，采用单纯形法直接对式(7)进行最小化寻优。单纯形法是由Nelder和Mead提出的一种非线性搜索优化算法[8]，该方法直接根据函数值就可以完成优化过程，不需要目标函数的导数信息，是一种广泛用于非线性无约束优化问题的直接局部搜索技术。其优点是不用求目标函数的一次导数矩阵和赫森矩阵，不用进行复杂的矩阵运算，因此占用内存少，计算工作量小。

在实现单纯形搜索算法时，首先对式(7)进行改造，在假设已经得到 ω、α 估计值的条件下，将幅度系数 A 用其最小二乘解表示，代入(7)式，得到下式

$$J_M(\theta)=\sum_{n=0}^{N-1}\rho\left(\left|y(n)-\left(\left(\boldsymbol{D}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{D}\right)^{-1}\boldsymbol{D}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{y}\right)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{f}_n\right|\right) \tag{11}$$

其中 $\boldsymbol{f}_n=\left[\exp\left(j\omega_1n+\alpha_1n\right),\cdots,\exp\left(j\omega_Pn+\alpha_Pn\right)\right]^{\mathrm{T}}$，$\boldsymbol{y}=[y(0),\cdots,y(N-1)]^{\mathrm{T}}$，$\boldsymbol{D}=[\boldsymbol{f}_0^{\mathrm{T}},\cdots,\boldsymbol{f}_{N-1}^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}$。

对式(11)应用单纯形法进行优化求解，与式(7)比较，优化维数降低，问题得到简化。在得到ω，α 的估计后，A 的估计与基于 Prony 模型求解 A 的估计方法相同;优化算法的初始值 ω_0，α_0 由 ESPRIT 算法求解得到。在上面的算法中，每一次迭代时，也可以通过已知的 ω，α 估计值，得到 A 的 M 估计，然后代入式(7)进行迭代优化，这样最后搜索得到结果将更准确，但是将使得计算量增大很多。

4.3 基于迭代 ESPRIT 的估计方法

ESPRIT 方法是一种可用于估计散射中心参数的子空间方法，它避免了繁琐的迭代优化过程，在高斯噪声条件下，这一方法得到的估计结果可以很好地接近 DE 模型的 CRB。但是在具有长拖尾分布的杂波条件下，其估计性能变差。文献[2]针对存在异常数据的情况，提出一种滤波-清除算法，由它得到估计结果实际上是对式(7)优化估计的一个逼近，在实际条件下往往工作得很好。基于以上两点，本文将 ESPRIT 算法与滤波-清除算法相结合，形成一种基于迭代 ESPRIT 的 DE 模型参数稳健估计算法。算法具体步骤如下：

(1)对于含杂波的测量数据 $y_0(n)$，$n=0,\cdots,N-1$，应用 ESPRIT 算法，得到初始估计值 $\hat{\omega}_0,\ \hat{\alpha}_0$。

(2)在第 i 步迭代中，由估计值 $\hat{\omega}_i,\ \hat{\alpha}_i$ 重构回波数据 $\hat{y}(n)$，$n=0,\cdots,N-1$，并计算拟合误差 $r(n)=y_i(n)-\hat{y}(n)$。

(3)对于拟合误差数据利用Tukey函数[9]进行清除，变换公式如下:

$$\hat{r}(n)=\begin{cases}\left(1-\left(\dfrac{|r(n)|}{C}\right)^2\right)^2, & |r(n)|\le C\\ 0, & \text{其他}\end{cases} \tag{12}$$

其中 $C=4.7\hat{\sigma}$，$\hat{\sigma}=1.4826\cdot\mathrm{Med}_n\left(\left|r(n)-\mathrm{Med}_n(r(n))\right|\right)$，$\mathrm{Med}(\bullet)$ 是取中值函数。

(4) 由 $\hat{y}(n),\ \hat{r}(n)$ 相加得到滤波后数据 $y_{i+1}(n)=\hat{y}(n)+\hat{r}(n)$，$n=0,\cdots,N-1$。对 $y_{i+1}(n)$ 应用 ESPRIT 算法估计得到 $\hat{\omega}_{i+1},\ \hat{\alpha}_{i+1}$。

(5)判断是否满足收敛条件，若满足，则迭代结束；否则，$i=i+1$ 转第(2)步。

在得到了估计值 $\hat{\omega},\ \hat{\alpha}$，与 4.1 节，4.2 节一样，可以得到 A 的 M 估计值。与 4.1 节、4.2 节的算法相比，基于迭代 ESPRIT 算法的散射中心 M 估计方法，概念清楚，实现简单，一般在迭代 4～5 次后便可得到较为理想的估计值，计算量相对较少，因此更为实用。

5　仿真实验

这一节对上一节所提的算法和分析进行仿真验证。

假设两个散射中心情况，按照式(2)产生仿真数据，数据长度 N=64，散射中心参数设置如表 1 所示

表 1 散射中心参数

	A	ω/π	γ
1	1	0.1	0.003
2	0.707+0.707j	0.4	0.003

通过Monte-Carlo实验验证算法。长拖尾分布杂波假设为独立K分布，其仿真方法参考文献[10]。分别取v=0.1, 0.3, 1.0，在不同信杂比(SCR)下分别进行200次仿真实验，SCR定义如下：

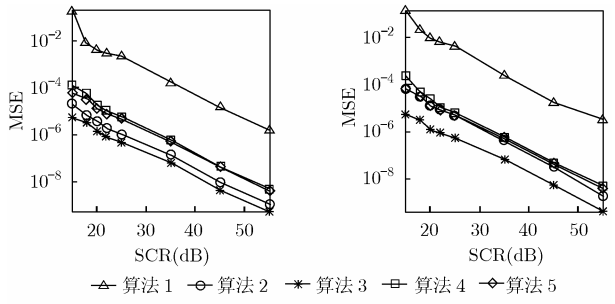
$$\mathrm{SCR}=10\log_{10}\left(\frac{N\left|A_1\right|^2}{E\left(|w|^2\right)}\right) \tag{13}$$

其中 $E(|w|^2)=\dfrac{\Gamma(2)\Gamma(v+1)}{\Gamma(v)}(2a)^2$ 。

图3和图4分别为v=0.1，v=1.0时不同算法在不同信杂比下估计得到的结果，其中算法1为4.1节基于Prony模型算法，代价函数取为Huber函数，求解中首先应用SVD-TLS求得多项式系数的初始估计值，然后通过对式(10)优化得到估计值$\hat{b}$；算法2为4.2节基于单纯形优化算法，代价函数取为Tukey函数；算法3为4.3节基于迭代ESPRIT算法(迭代次数为5)；算法4为直接由SVD-TLS对Prony模型的估计；算法5为直接由ESPRIT算法估计。

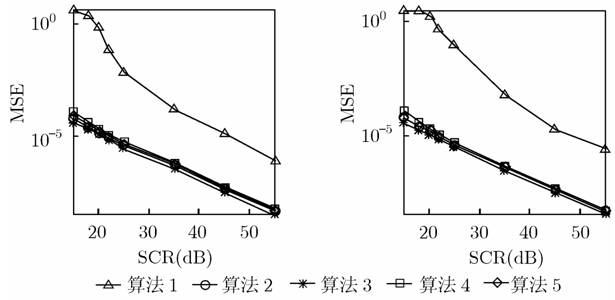
在每一幅图中，x 轴为信杂比，y轴为估计值的均方误差(MSE)，图(a)为散射中心1的频率估计结果，图(b)为散射中心1的类型参数估计结果。散射中心2的估计性能与散射中心1类似，不在此一一给出。从这些图可以看出，算法2、算法3的估计效果均比算法1好，而且算法1的估计结果比算法4、算法5还要差，这说明直接对式(10)进行优化的性能不稳定。算法2、算法3估计结果均优于算法4、算法5，这表明在K分布杂波下，基于M估计的参数求解方法可以提高参数估计的精度。同时，对比算法2、算法3的估计结果，后者要优于前者，特别是对于类型参数估计时，这一效果更为明显，这是因为在算法2中进行迭代优化时，式(11)是由幅度参数的最小二乘解而不是其稳健估计值代入式(7)得到，使得最终优化结果误差较大。

对比图3和图4，可以看到，随着v的增大，由M估计带来的优势减小。这是因为在K分布条件下，随着v的增大，其分布特性逐渐逼近高斯分布，尖峰数据减少(参见图2)，因此由M估计得到结果与直接应用常规估计算法得到结果也越来越接近。如图4中所示，当v=1.0时，算法2-算法5估计值的MSE已比较接近。



(a) 位置参数　(b) 类型参数

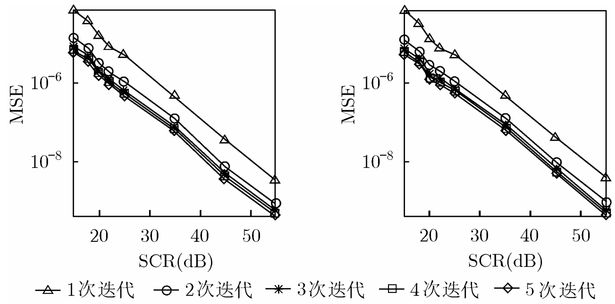
图3　v=0.1时，散射中心1的估计结果



(a) 位置参数　(b) 类型参数

图4　v=1.0时，散射中心1的估计结果

为了观察算法 3 的迭代收敛情况，图 5 给出了 v=0.1 时，不同迭代次数下，算法 3 的估计结果。每条曲线代表不同迭代次数下的估计结果。由图中可以看出，1 次迭代和 2 次迭代之间的估计结果相差较大，随着迭代次数增加，相邻曲线的差别逐渐减小，迭代次数 5 与 4 之间相差很小；分析其它 v 取值下的估计结果，也有类似的规律。因此在应用中可以选取算法 3 的迭代次数为 5，这也表明算法 3 在较小的迭代次数下就可以取得较好的结果，收敛速度较快。



(a) 位置参数　(b) 类型参数

图 5　v=0.1 时，算法 3 在不同迭代次数下对散射中心 1 的估计结果

6　结束语

本文主要研究了实际条件下，当存在非高斯长拖尾噪声时 DE 模型参数 M 估计的实现方法。M 估计可以有效地抑制长拖尾噪声下尖峰数据的影响，使得估计误差较小。针对

基于 Prony 模型实现 M 估计时的缺点，提出了两种 M 估计的实现方法，一种是基于单纯形优化的估计方法，一种是基于迭代 ESPRIT 的估计方法。通过仿真实验表明，与基于 Prony 模型的 M 估计方法以及非 M 估计方法相比，这两种方法均可以得到较好的估计结果。而这两种方法相比较，基于迭代 ESPRIT 的算法在计算量和估计精度上均优于基于单纯形优化的估计方法。

文中的仿真仅针对于 K 分布杂波，实际中，基于 M 估计的方法可以推广于其它长拖尾杂波中，例如 Alpha-Stable 分布、混合高斯分布等，因此本文所提的方法也适用于这些情况。同时应当指出，M 估计并没有利用杂波的谱特性，因此对于相关杂波时的情况，算法的性能可能会有所下降。

参 考 文 献

[1] Lee C P, *et al.*. A GTD-based parametric model for radar scattering. *IEEE Trans. on AES*, 1995, 43(10): 1058–1067.

[2] Zhang Xian-Da and Liang Ying-Chang. Prefiltering-based ESPRIT for estimating sinusoidal parameters in non-Gaussian ARMA noise. *IEEE Trans. on SP*, 1995, 43(1): 349–353.

[3] Wu Yuehua and Tam Kwok-Wai. M-estimation in exponential signal models. *IEEE Trans. on SP*, 2001, 49(2): 373–380.

[4] Baker C J. K-distributed coherent sea clutter. *IEE Proc.*, 1991, 138(2): 89–92.

[5] Oh Sang Geun and Kashyap L R. A robust approach for high resolution frequency estimation. *IEEE Trans. on SP*, 1991, 39(3): 627–643.

[6] Huber P J. Robust Statistics. New York: Wiley, 1981.

[7] Hansen R R and Chellappa R. Two-dimensional robust spectrum estimation. *IEEE Trans. on ASPP*, 1988, 16(7): 1051–1066.

[8] Lagarias J C, Reeds J A, and Wright M H, *et al.*. Convergence properties of the Nelder-Mead simplex method in low dimensions. *SIAM Journal of Optimization*, 1998, 9(1): 112–141.

[9] Holland P W and Welsch R E. Robust regression using iteratively reweighted least squares. *Commun. Stat.-Theory Method*s, 1977, A(6): 466–480.

[10] Marier L J. Correlated K-distributed clutter generation for radar detection and track. *IEEE Trans. on AES*, 1995, 31(2): 568–580.

石志广： 男，1975年生，博士生，研究方向为雷达杂波建模仿真以及杂波下的信号处理.

周剑雄： 女，1977年生，讲师，研究方向为宽带高分辨雷达信号处理及目标识别.

赵宏钟： 男，1971年生，副教授，主要研究方向为雷达信号处理及雷达系统设计.

付　强： 男，1962年生，教授，主要研究方向为雷达信号处理及雷达系统设计.