## 基于辅助变量粒子滤波的空对海 BO-TMA 的研究

程水英 张剑云 (电子工程学院 合肥 230037)

摘 要:论文探讨了 TMA(目标运动分析)中基本的非线性估计问题;介绍了粒子滤波(PF)的基本思想和辅助变量 PF(AVPF)的基本算法,特别针对空对海单站只测方位 TMA(BO-TMA)问题应用 AVPF 和 EKF(扩展卡尔曼滤波) 进行了对照研究;建立了问题的离散非线性滤波估计模型;设计了典型的应用场景;给出了 Monte Carlo 仿真运行 结果;表明 AVPF 具有更高的估计精度、更好的收敛特性和滤波一致性。

关键词:递推非线性滤波;扩展卡尔曼滤波;粒子滤波;辅助变量粒子滤波;只测方位目标运动分析
 中图分类号:TN971.+2
 文献标识码:A
 文章编号:1009-5896(2007)11-2734-04

# Research on Air-to-Sea Bearing-Only TMA by Auxiliary Variable Particle Filtering

Cheng Shui-ying Zhang Jian-yun

(Electronic and Engineering Institute, Hefei 230037, China)

Abstract: In comparison with the Extended Kalman Filtering (EKF) algorithm, the Auxiliary Variable Particle Filtering (AVPF) algorithm is exploited in this paper to solve the problem of TMA based on Bearing-Only measurements (BO-TMA). Firstly, the problem of nonlinear filtering is identified in nature as the groundwork embedded in TMA. The PF (Particle Filtering) and the AVPF algorithms are then introduced, including their design consideration and elements of algorithms. Particular attention is paid to the problem of single observer air-to-sea BO-TMA. The discrete-time models are formulated pertinent to the nonlinear filtering problem and a typical scenario is depicted. The contrast results of Monte Carlo simulations between the AVPF and EKF have demonstrated that AVPF is more feasible to the air-to-sea BO-TMA by virtue of its favorable consistency with higher accuracy and better convergence.

**Key words**: Recursive nonlinear filtering; Extended Kalman filtering; Particle filtering; Auxiliary variable particle filtering; Bearing-only target motion analysis

## 1 引言

对运动目标的单站无源跟踪也称为目标运动分析 (Target Motion Analysis, TMA), TMA在军事和民用领域 内都有着极其重要的意义。仅基于运动目标方位(Bearing) 信息测量的TMA简称为BO-TMA,其中方位信息也就是角 度信息,在三维空间中包括方位角和俯仰角,因此BO-TMA 也被称为AO-TMA。TMA中的动态状态空间(Dynamic State-Space, DSS)模型由状态方程和观测方程组成,其中状 态方程通常为线性的,但由于是无源观测,所以观测方程一 般为非线性。因此,TMA问题本质上是一个递推非线性Bayes 滤波问题,其任务就是要从受噪声污染的观测量中去递推地 估计不可观测的系统状态(目标运动状态)。由于非线性的原 因,其精确解通常并不解析,而且随着时间的推移将趋于无 穷维<sup>[1,2]</sup>;因为"维数灾难"以及运算量和存储量的急剧膨胀 而使得该最优解在物理上不可实现,在工程上也无此必要, 而只需做某种近似即可,亦即寻找上述问题的次优解。 传统的次优解法便是扩展卡尔曼滤波(Extended Kalman Filtering, EKF)<sup>[1,3]</sup>,其基本思路是对非线性模型在状态向量的邻域内进行Taylor级数展开<sup>[4]</sup>并取其一阶近似得到线性化的DSS模型。EKF的缺点是需要计算模型的Jacobi矩阵<sup>[4]</sup>从而使得实现起来较为困难,而对一些不可微的情况,EKF自然失效;在模型非线性较强以及系统噪声非高斯时估计的精度严重降低,并可能造成滤波器的发散。因此人们一直在寻找可以替代EKF的免微分非线性Bayes滤波方法,尤其是近年来国际上在该方向的研究取得了令人瞩目的成就;其中尤以粒子滤波(Particle Filtering, PF)<sup>[5,6]</sup>受到了更为广泛的关注。本文应用基于辅助变量的PF(Auxiliary Variable PF, AVPF)算法<sup>[7]</sup>来解决空对海BO-TMA中的非线性滤波问题,并与EKF对比,通过仿真实验来说明AVPF所具有的良好的非线性滤波估计性能。

## 2 空对海 BO-TMA 问题的描述

图 1 为本文讨论的空对海单站 BO-TMA 中目标-观测器 的相对几何关系,参数定义也如图 1 所示,其中 θ为方位角,

<sup>2006-03-27</sup> 收到, 2006-08-16 改回 国家自然科学基金(60702015)资助课题

$$\boldsymbol{\psi}_{k} = \boldsymbol{\psi}_{k}^{t} + \boldsymbol{w}_{k} = h(\boldsymbol{x}_{k}) + \boldsymbol{w}_{k}$$
(1)

其中观测噪声  $w \Delta [w_{\theta}, w_{\phi}]^{\mathrm{T}}$ ,并假定为零均值的高斯白噪声,  $w \sim N(\mathbf{0}, \mathbf{P}_w)$ ,  $\mathbf{P}_w \Delta \mathrm{diag}(\sigma_{\theta}^2, \sigma_{\phi}^2)$ ;  $\psi \Delta [\theta, \phi]^{\mathrm{T}} = [\theta(\mathbf{x}), \phi(\mathbf{x})]^{\mathrm{T}}$  $\Delta h(\mathbf{x})$ , 真值  $\theta_k^t \Delta \mathrm{ctg}^{-1}(\Delta Y_k / \Delta X_k)$ ,  $\phi_k^t \Delta \mathrm{tg}^{-1}(\Delta Z_k / \sqrt{\Delta X_k^2 + \Delta Y_k^2})$ 。与众多文献不同的是,这里用反余切来表示方位角,因为本文同时考虑了目标可能位于XOY平面的两个象限,即 $\theta_k^t \in (0, \pi)$ 。以惯性运动目标为例,定义状态向量 $\mathbf{x} \Delta [X, \dot{X}, Y, \dot{Y}]^{\mathrm{T}} \Delta \mathbf{x}^{Tg}$ ,则状态方程为

$$\boldsymbol{x}_{k+1} = \boldsymbol{F}^{CV} \boldsymbol{x}_{k} + \boldsymbol{G}^{CV} \boldsymbol{v}_{k}$$
(2)  

$$\pm \boldsymbol{p} \approx \boldsymbol{z} \times \boldsymbol{F}^{CV} \Delta \begin{bmatrix} 1 & T_{s} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & T_{s} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{G}^{CV} \Delta \begin{bmatrix} T_{s}^{2}/2 & 0 \\ T_{s} & 0 \\ 0 & T_{s}^{2}/2 \\ 0 & T_{s} \end{bmatrix}, \quad T_{s}$$

为采样周期,  $v \Delta [a_x, a_y]^T$ 为状态噪声,并假定为零均值的高 斯白噪声,  $v \sim N(\mathbf{0}, \mathbf{P}_v)$ ,  $P_v \Delta diag(\sigma_{a_x}^2, \sigma_{a_y}^2)$ 。式(2)的目标运 动模型称为恒速(Constant Velocity, CV)模型或白噪声加速 度(White Noise Acceleration, WNA)模型<sup>[1,10]</sup>。可见,本文 讨论的空对海单站BO-TMA问题的状态方程为线性,但观测 方程为非线性,而且为时变的,因此实际是一个时变非线性 滤波问题。观测模型的时变性也是容易发现的,在式(1)中  $\mathbf{x}_k = \mathbf{x}_k^{Tg} = \mathbf{x}_k^{ob} + \Delta \mathbf{x}_k$ ,由于参考点观测器的状态  $\mathbf{x}_k^{ob}$ 时变 性,所以观测模型也是时变的。关于BO-TMA的可观测性讨 论己有许多文献可供参考,本文不再涉及;但为了保证可观 测,这里假定观测器在空中作水平匀速圆周机动。



图 1 目标-观测器相对几何关系

### 3 粒子滤波与辅助变量粒子滤波

粒子滤波或Monte Carlo粒子滤波(MCPF), 是以重要性 采 样 (Importance Sampling, IS) 和 序 贯 重 要 性 采 样 (Sequential IS, SIS)为基础的序贯Monte Carlo(Sequential MC, SMC)方法, 因此又被称为SMC滤波, 而PF称谓的正式 提出只是 1999 年的事<sup>[9]</sup>。为了得到递推非线性Bayes滤波问 题的渐近最优解, PF的关键思想是基于观测  $y_{1:k}$  递推地用一 组加权随机样本(粒子)  $\chi_k = \{x_k^i, \tilde{w}_k^i\}_{i=1}^{N_s}$ 来近似表征关于k时 刻状态  $x_k$ 的后验密度函数:

$$p(\boldsymbol{x}_{k} \mid \boldsymbol{y}_{1:k}) \approx \hat{p}_{N_{s}}(\boldsymbol{x}_{k} \mid \boldsymbol{y}_{1:k}) = \sum_{i=1}^{N_{s}} \tilde{w}_{k}^{i} \delta(\boldsymbol{x}_{k} - \boldsymbol{x}_{k}^{i}),$$

$$\sum_{i=1}^{N_{s}} \tilde{w}_{k}^{i} = 1$$
(3)

其中  $\tilde{w}_{k}^{i}$ 称为归一化重要性权。由于  $p(\boldsymbol{x}_{k} | \boldsymbol{y}_{1:k})$ 包含了随机量  $\boldsymbol{x}_{k}$ 的全部统计信息,其它任何统计量的估计如均值、协方差 或斜度、峭度等高阶信息都可以由它估计出来,基于上述近 似,这些统计量的均值积分估计式就可以转换为如下的加权 和形式:

$$\overline{\Omega}_{\boldsymbol{x}_{k}} \underline{\triangleq} E\left[\Omega\left(\boldsymbol{x}_{k}\right)\right]_{p\left(\boldsymbol{x}_{k}|\boldsymbol{y}_{1:k}\right)} \approx E\left[\Omega\left(\boldsymbol{x}_{k}\right)\right]_{\hat{p}_{N_{s}}\left(\boldsymbol{x}_{k}|\boldsymbol{y}_{1:k}\right)} \\
= \int \Omega\left(\boldsymbol{x}_{k}\right) \sum_{i=1}^{N_{s}} \tilde{w}_{k}^{i} \delta\left(\boldsymbol{x}_{k}-\boldsymbol{x}_{k}^{i}\right) \mathrm{d}\boldsymbol{x}_{k} = \sum_{i=1}^{N_{s}} \tilde{w}_{k}^{i} \Omega\left(\boldsymbol{x}_{k}^{i}\right) \quad (4)$$

比如当 $\Omega(\boldsymbol{x}_k) = \boldsymbol{x}_k$ 时,就可获得最小均方误差(MMSE)估计 子<sup>[1,3]</sup>  $\overline{\Omega}_{\boldsymbol{x}_k}^{\text{MMSE}} = E[\boldsymbol{x}_k \mid \boldsymbol{y}_{1:k}]$ 。与传统的EKF等算法相比,PF 的突出优势就在于对复杂问题的求解上,比如高维的非线 性、非高斯动态系统的状态递推估计或概率推理问题;因为 粒子滤波的算法性能在理论上对这些都不敏感。式(3)中粒子  $\boldsymbol{x}_k^i$ 通常难以直接从 $p(\boldsymbol{x}_k \mid \boldsymbol{y}_{1:k})$ 中采样得到,因为该后验密度 可能是高维、多峰、非标准、非解析的。为此我们可以转而 从另一易于采样的密度函数 $q(\boldsymbol{x}_k \mid \boldsymbol{y}_{1:k})$ 中采样粒子,并称其 为重要性密度(Importance Density, ID)或提议分布 (Proposal Distribution, PD),这就是重要性采样<sup>[5,6]</sup>。SIS即 IS的递推实现,通过递推实现粒子集中粒子和权值的更新, 具体可表示为

$$\begin{aligned} \boldsymbol{x}_{k}^{i} &\sim q\left(\boldsymbol{x}_{k} \mid \boldsymbol{x}_{0:k-1}, \boldsymbol{y}_{1:k}\right), \quad \boldsymbol{w}_{k}^{i} = \boldsymbol{w}_{k-1}^{i} \frac{p\left(\boldsymbol{y}_{k} \mid \boldsymbol{x}_{k}^{i}\right) p\left(\boldsymbol{x}_{k}^{i} \mid \boldsymbol{x}_{k-1}^{i}\right)}{q\left(\boldsymbol{x}_{k}^{i} \mid \boldsymbol{x}_{k-1}^{i}, \boldsymbol{y}_{k}\right)}, \\ \tilde{\boldsymbol{w}}_{k}^{i} &= \boldsymbol{w}_{k}^{i} \middle/ \sum_{i=1}^{N_{s}} \boldsymbol{w}_{k}^{i} \end{aligned}$$
(5)

其中 $w_k^i$ 称为非归一化重要性权。由式(5)便可得到式(3)和式 (4)中所需的粒子集 $\boldsymbol{\chi}_k = \left\{ \boldsymbol{x}_k^i, \tilde{w}_k^i \right\}_{i=1}^{N_s}$ 。

PF算法中提议分布的选取目标是使得重要性权值的方 差最小。由Pitt和Shephard<sup>[7]</sup>提出的辅助变量粒子滤波正是 一种逼近最优提议分布的方法。结合式(3)将后验密度表示为  $p(\mathbf{x}_{k} | \mathbf{y}_{1:k}) \propto p(\mathbf{y}_{k} | \mathbf{x}_{k}) p(\mathbf{x}_{k} | \mathbf{y}_{1:k-1})$ 

$$= p(\boldsymbol{y}_{k} \mid \boldsymbol{x}_{k}) \int p(\boldsymbol{x}_{k} \mid \boldsymbol{x}_{k-1}) p(\boldsymbol{x}_{k-1} \mid \boldsymbol{y}_{1:k-1}) \mathrm{d}\boldsymbol{x}_{k-1}$$

$$\approx p(\boldsymbol{y}_{k} \mid \boldsymbol{x}_{k}) \int p(\boldsymbol{x}_{k} \mid \boldsymbol{x}_{k-1}) \sum_{i=1}^{N_{s}} \tilde{w}_{k-1}^{i} \delta(\boldsymbol{x}_{k-1} - \boldsymbol{x}_{k-1}^{i}) \mathrm{d}\boldsymbol{x}_{k-1}$$

$$= \sum_{i=1}^{N_{s}} [\tilde{w}_{k-1}^{i} p(\boldsymbol{y}_{k} \mid \boldsymbol{x}_{k})] p(\boldsymbol{x}_{k} \mid \boldsymbol{x}_{k-1}^{i}) \qquad (6)$$

引入辅助变量 ζ 来表示上式中的成分索引 i, 则有

$$p(\boldsymbol{x}_{k}, \zeta_{k-1}^{i} \mid \boldsymbol{y}_{1:k}) \propto p(\boldsymbol{y}_{k} \mid \boldsymbol{x}_{k})p(\boldsymbol{x}_{k}, \zeta_{k-1}^{i} \mid \boldsymbol{y}_{1:k-1})$$
$$= [\tilde{w}_{k-1}^{i}p(\boldsymbol{y}_{k} \mid \boldsymbol{x}_{k})]p(\boldsymbol{x}_{k} \mid \boldsymbol{x}_{k-1}^{i})$$
(7)

仍然应用重要性采样的思想,选取重要性密度使其满足

$$q(\boldsymbol{x}_{k},\zeta_{k-1}^{i} \mid \boldsymbol{y}_{1:k}) = q(\zeta_{k-1}^{i} \mid \boldsymbol{y}_{1:k})q(\boldsymbol{x}_{k} \mid \zeta_{k-1}^{i}, \boldsymbol{y}_{1:k})$$

$$\propto [\tilde{w}_{k-1}^{i}p(\boldsymbol{y}_{k} \mid \mu_{k:k-1}^{i})]p(\boldsymbol{x}_{k} \mid \boldsymbol{x}_{k-1}^{i}) \qquad (8)$$

其中  $\mu_{k|k-1}^{i}$  是给定  $\boldsymbol{x}_{k-1}^{i}$  条件下关于状态量  $\boldsymbol{x}_{k}$  的某种统计信 息 。 重 要 性 采 样 得 到 粒 子 集  $\tilde{\boldsymbol{\chi}}_{k} = \{(\boldsymbol{x}_{k}^{i}, \zeta_{k-1}^{i}), \tilde{\boldsymbol{w}}_{k}^{i}\}_{i=1}^{N_{k}}$ ~  $q(\boldsymbol{x}_{k}, \zeta_{k-1} \mid \boldsymbol{y}_{1:k})$ , 丢弃其中的辅助变量  $\zeta_{k-1}^{i}$  可得所需粒子

集
$$\boldsymbol{\chi}_{k} = \left\{ \boldsymbol{x}_{k}^{i}, \tilde{\boldsymbol{w}}_{k}^{i} \right\}_{i=1}^{N_{s}}, \quad$$
其中权值:  

$$\overline{\overline{w}}_{k}^{i} \propto \frac{p\left(\boldsymbol{x}_{k}^{i}, \zeta_{k-1} = i \mid \boldsymbol{y}_{1:k}\right)}{q\left(\boldsymbol{x}_{k}^{i}, \zeta_{k-1} = i \mid \boldsymbol{y}_{1:k}\right)} = \frac{p\left(\boldsymbol{y}_{k} \mid \boldsymbol{x}_{k}^{i}\right)}{p\left(\boldsymbol{y}_{k} \mid \boldsymbol{\mu}_{k|k-1}^{i}\right)},$$

$$\tilde{w}_{k}^{i} = \overline{\overline{w}}_{k}^{i} / \sum_{i=1}^{N_{s}} \overline{\overline{w}}_{k}^{i} \qquad (9)$$

归纳起来,AVPF的基本算法如下: $k=1,2,\dots$ 循环迭代; (1)权值修正: $i=1,\dots,N_s$ ,计算 $\mu^i_{k|k-1}$ , $\hat{w}^i_{k-1} \propto \tilde{w}^i_{k-1}p$ · $(\mathbf{y}_k \mid \mu^i_{k|k-1})$ ; (2)权值归一化: $i=1,\dots,N_s$ ,  $\tilde{w}^i_{k-1} = \hat{w}^i_{k-1} / \sum_{i=1}^{N_s} \hat{w}^i_{k-1}$ ; (3)重采样,但只需返回所得粒子父代的序 号 $\zeta^i_{k-1}$ ; (4)重要性采样: $i=1,\dots,N_s$ ,采样粒子  $\mathbf{x}^i_k \sim q(\mathbf{x}_k \mid \zeta^i_{k-1}, \mathbf{y}_{1:k}) = p(\mathbf{x}_k \mid \mathbf{x}^{(i-1)}_{k-1})$ ,按照式(9)计算权值并最后归一化,得到所需粒子集 $\chi_k = \{\mathbf{x}^i_k, \tilde{w}^i_k\}_{i=1}^{N_s}$ ; (5)结果输出:根据要求,由粒子集 $\chi_k$ 并依据式(4)估算所需的状态统计信息。

#### 4 仿真分析

#### 4.1 情景设定与参数选取

仿真中假定的4种目标巡航轨迹及其与观测器的相对运 动关系如图2所示,其中坐标未按比例绘制,以实际标注为 准。观测器在空中绕Z轴作逆时针水平匀速圆周机动,飞行 半径 $R^{Ob}=20$ km, 切线速率 $v^{Ob}=300$ m/s, 高度 $Z^{Ob}=10$ km, 起始点在 XOY 面上的投影与 X轴(逆时针)的夹角  $\psi_0^{Ob} = \{0^\circ, 90^\circ, 180^\circ, 270^\circ\}$ 。相对于Z轴来说,目标的4种轨 迹中①的角动量为正, ②的角动量为零, ③和④的角动量为 负;各种轨迹的起止点如图2所示,航速 $v^{Tg}=15$ m/s。由于 目标与观测器处在不同的高度平面,所以该问题本质上还是 个三维TMA问题。仿真中假定方位角与俯仰角的测量精度分 别为 $\sigma_{ heta}=0.3^{\circ}$ ,  $\sigma_{\phi}=0.5^{\circ}$ , 状态噪声 $\sigma_{a_{X}}=0.05\mathrm{m}^{2}/\mathrm{s}$ ,  $\sigma_{av} = 0.01 \text{m}^2/\text{s}$ ,采样周期 $T_s = 5\text{s}$ 。AVPF中所用的粒子数 N<sub>s</sub>=3000,其中的重采样算法则采用最小方差采样 (minimum variance sampling) 或系统重采样(systematic resampling),但这里只需返回选中粒子的序号即可,具体算 法可参阅文献[6]。AVPF的另一个可变参数就是 $\mu_{kk-1}^{i}$ 的选 择,根据我们的仿真结果,在粒子数足够多时, $\mu_{kk-1}^i$ 只要 是由密度函数  $p(\mathbf{x}_{i} \mid \mathbf{x}_{i-1}^{i})$  决定的关于状态量  $\mathbf{x}_{i}$  的某种统计 信息即可,可以是均值、众数或单个样本等,具体的选择对 算法性能影响甚微;所以为简单起见,本文选择 x, 的单个样 本。

#### 4.2 仿真结果与分析

以目标运动轨迹①为例, $\psi_0^{Ob} = 0^\circ$ 。EKF滤波器的初 始状态为 $\boldsymbol{x}_{0|0} = [475 \text{km}, -15 \text{m/s}, 80 \text{km}, 0 \text{m/s}], 协方差$ 



#### 图 2 目标巡航时目标-观测器运动情景设定

 $P_{0|0} = \text{diag}([16(\text{km})^2, 16(\text{m/s})^2, 1(\text{km})^2, 0.64(\text{m/s})^2]); \overline{\text{m}}$ AVPF滤波的初始状态则设为满足高斯分布的含有 3000 个 等权值粒子的粒子集,分布参数同样由均值 $x_{00}$ 和协方差 $P_{00}$ 决定。我们分别运用AVPF和EKF对上述的空对海单站 BO-TMA问题进行研究,经过15次Monte Carlo仿真后的统 计结果如图 3~图 5 所示。从目标运动轨迹②、③和④以及在 观测器起始角不同条件下也可得到类似的结果,但由于篇幅 限制这里不再给出其相应图示。图3和图4分别为应用AVPF 和EKF时关于目标状态各分量的估计值、 $\pm \sigma$ 置信区间以及 与真值的比较。可见,对于目标的各个状态分量,由于EKF 采用对非线性模型线性化的方法,所以其估计方差稍小,而 且迅速趋于平稳; 平稳后方差的波动其实是受观测器圆周运 动的影响,波动的周期正好与观测器转动周期一致。但EKF 估计的偏差更大,尤其是关于位置分量X和Y的估计逐渐趋 于发散,分别在约1200s和1830s之后其一倍σ置信区间便已 不能包含状态真值,发散后再小的估计方差已经没有什么意 义了。其中图 4 关于位置分量 X 的子图由于幅面限制不够明 显,上述结果是作者在对原图进行放大观察后得到的。相反, AVPF估计的精度更高,没有出现误差的累积现象。AVPF 估计的位置分量X的标准差约为3.3km,位置分量Y估计的标 准差约为 600m, 而这相对于几百公里的绝对距离来说已经 很小;速度X和Y分量估计标准差分别约为4m/s和0.7m/s。





为了对 AVPF 与 EKF 在估计偏差方面的性能进行更加 严格的比较,图 5 同时给出了二者关于目标运动状态各个分 量估计的均方根误差(RMSE)。RMSE 的估计式定义为

$$\mathbf{RMSE}(\hat{\boldsymbol{x}}_{k}) = \left[\frac{1}{N_{\mathrm{MC}}} \sum_{i=1}^{N_{\mathrm{MC}}} \left(\tilde{\boldsymbol{x}}_{k}^{i} \circ \tilde{\boldsymbol{x}}_{k}^{i}\right)\right]^{1/2}$$
(10)

其中  $N_{MC}$  为运行的 Monte Carlo 仿真次数,  $\hat{x}_k \Delta x_k - \hat{x}_k$ , "o"表示 Schur 积,即对应元素相乘。图 5 更好地显示出 AVPF 与 EKF 在估计偏差方面的性能差异。由图 5 可见, 虽然 AVPF 与 EKF 均是有偏估计,但二者的估计偏差性能



图 4 目标各状态分量的真值、EKF 估计值及其±σ 置信区间



图 5 AVPF 与 EKF 关于目标各状态分量估计的 RMSE 比较

却不尽相同。除速度 X 分量的估计 AVPF 与 EKF 具有类似 的 RMSE 偏差外,其它各状态分量估计的 RMSE 偏差性能 AVPF 均要优于 EKF。具体表现在 AVPF 估计的 RMSE 偏 差均能收敛于一个较小的平稳值,其中位置 X 分量经历了一 个相对较长的暂态后收敛于约 3.3km,而位置 Y 分量估计的 RMSE 偏差则平稳地趋于约 700m,速度 X 和 Y 分量估计的 RMSE 偏差在稳态分别约为 2.5m/s 和 0.35m/s。相反 EKF 估计的偏差较大,尤其是关于位置分量 X 和 Y 的估计偏差 随着观测时间几乎是线性增长的,即滤波器有发散的趋势。 这实际上是由于 EKF 在对模型线性化时引入了较大的线性 化误差,而该误差随着时间的推移会产生累积效应。而 AVPF 则对模型的非线性不敏感,因为 AVPF 近似的实际是状态的 分布,其关于均值和方差等各阶矩的估计在粒子数趋于无穷 时几乎必然收敛于其真值:也就是说,若想获得更高的估计 精度,只需增加算法中采样的粒子数即可。

#### 5 结束语

总之,AVPF 是用足够数目的加权粒子来直接近似状态 量的后验密度,而对非线性模型本身并没有作任何近似,也 无需计算模型的 Jacobi 矩阵,在样本数趋于无穷时为渐近无 偏的;所以AVPF获得了上述比EKF更高的精度收益、更好的收敛特性和滤波一致性。而且,由AVPF还可以估计状态量的高阶统计信息,而这在EKF中则无法做到。AVPF的运算量问题一方面可以采用当今的高速器件实现来克服,另一方面则可以设计更优的并行算法,这些课题现在在国际上均有研究。虽然本文仅以空对海单站BO-TMA为例,用AVPF粒子滤波来解决其中的非线性滤波问题,但对其它的粒子滤波算法及其它观测体制或应用场合同样具有参考价值,这方面我们已经开展了相关研究,所取得的成果将另外集结成文。

## 参考文献

- Bar-Shalom Y, Li X R, and Kirubarajan T. Estimation with Applications to Tracking and Navigation: Theory, Algorithms, and Software [M]. New York: John Wiley & Sons, 2001: 373–374, 381–395, 99, 268–275.
- Kushner H J. Approximations to optimal nonlinear filters
   [J]. *IEEE Trans. on Automat. Contr.*, 1967, 12(10): 546– 556.
- Kay S M. Fundamentals of Statistical Signal Processing: Estimation Theory [M]. NJ: Prentice Hall, 1993: 449–452, 344–350.
- [4] Mathematical Society of Japan. Encyclopedic Dictionary of Mathematics (2<sup>nd</sup> ed.) [M]. Cambridge, Massachusetts, and London: The MIT Press, 1986: 1754, 1449.
- [5] Doucet A, Godsill S, and Andrieu C. On sequential Monte Carlo methods for Bayesian filtering [J]. Statistics and Computing, 2000, 10(3): 197–208.
- [6] Arulampalam M S, Maskell S, and Gordon N, et al. A tutorial on particle filters for online nonlinear/non-Gaussian Bayesian tracking [J]. *IEEE Trans. on Signal Processing*, 2002, 50 (2): 174–188.
- [7] Pitt M and Shephard N. Filtering via simulation: Auxiliary particle filters [J]. J. Amer. Statist. Assoc., 1999, 94(446): 590–599.
- [8] Gordon N J, Salmond D J, and Smith A F M. Novel approach to nonlinear/non-Gaussian Bayesian state estimation [J]. *IEE Proc.* -F, 1993, 140 (2): 107–113.
- [9] Carpenter J, Clifford P, and Fearnhead P. Improved particle filter for nonlinear problems [J]. *IEE Proc. Radar, Sonar* and Navigation, 1999, 146(1): 2–7.
- [10] Li X R and Jilkov V P. Survey of maneuvering target tracking. part I: dynamic models [J]. *IEEE Trans. on* Aerospace and Electronic Systems, 2003, 39(4): 1333–1364.
- 程水英: 男,1974年生,讲师,博士,现在电子工程学院博士后 流动站工作,研究方向为机动目标跟踪、自动控制、软 件无线电、DSP 及应用、信号与信息处理等
- 张剑云: 男,1963年生,博士,教授,系主任,博士生导师,主 要研究领域涉及信号与信息处理、软件无线电和电子信 息系统的软硬件设计等.