

基于优化的 LDA 算法人脸识别研究

庄哲民 张阿妞 李芬兰
(汕头大学电子工程系 汕头 515063)

摘要: 提取低维人脸特征是人脸识别系统中极其关键的一步。线性判别分析(LDA)是一种较为普遍的用于特征提取的线性分类方法。本文提出了一种优化的 LDA 算法,该方法克服了传统的 LDA 算法用于人脸识别时存在的问题:通过重新定义样本类间离散度矩阵使传统的 Fisher 准则能够最优化,克服了边缘类对选择最佳投影方向的影响;同时,利用因数分解的方法避免了对矩阵求逆,解决了小样本问题。依据经验选取适当的 e 值,得到最佳的识别效果。实验结果表明,人脸识别效果优于传统 LDA 方法。

关键词: 线性判别分析(LDA); 人脸识别; 类间离散度; 类内离散度; 特征提取

中图分类号: TP391.41

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2007)09-2047-03

Based on an Optimized LDA Algorithm for Face Recognition

Zhuang Zhe-min Zhang A-niu Li Fen-lan

(Department of Electronics, Shantou University, Shantou 515063, China)

Abstract: Extracting the most discriminant low-dimensional face feature is an extremely critical step in Face Recognition (FR) systems. Linear Discriminant Analysis (LDA) is one of the most popular linear classification techniques for feature extraction. An optimized LDA algorithm is introduced to overcome questions existing in the traditional LDA algorithm for FR in this paper. The between-class scatter matrix is redefined in order to make the traditional Fisher criterion optimal and eliminate the effect that the edge of class has on selecting the optimal projection; at the same time, it avoids computing the inverse of matrix by means of factorization, and solves the Small Sample Size (SSS) problem. Adopting experiential method, the appropriate value of e is found, and then the optimal effect of face recognition is got. Experimental results show the recognition rate of this method is superior to the traditional LDA.

Key words: Linear Discriminant Analysis (LDA); Face recognition; Between-class scatter; Within-class scatter; Feature extraction

1 引言

人脸识别与其它生物特征识别相比具有非侵犯性、主动、方便友好等特点,因而有更广阔的应用前景。它已是人工智能、模式识别等学科的研究热点。目前已有许多用于人脸识别的方法^[1,2]。特征提取是人脸识别中极其关键的一步^[2-9]。线性判别分析(LDA)是一种较为普遍的用于特征提取的分类方法。它是基于 Fisher 准则,寻找一组将高维样本投影到低维空间的最佳的判别投影向量,使所有的投影样本类内离散度最小且类间离散度最大,又被称为 Fisher 线性判别分析(FLD)。LDA 算法对光照条件、人脸表情、姿态的变化不太敏感,因而在人脸识别中得到广泛的应用。但是, LDA 算法在人脸识别应用中常遇到两个问题: (1)小样本问题 (Small Sample Size, SSS); (2)边缘类的存在造成投影空间中近邻样本重叠的问题。针对小样本问题, Bellhumeur 提出 Fisherfaces 方法^[4], 利用主分量分析(Principle Component Analysis, PCA^[3])将高维空间的样本投影到低维空间以保证

类内离散度矩阵非奇异,也可用零空间方法解决小样本问题^[5-7], 其中最具代表力是 Yang 提出的 DLDA^[6] (Direct_LDA)方法; 针对边缘类问题解决的办法目前主要有两种: 对类间离散度矩阵 S_b 重新定义^[8]或对 Fisher 准则局部加权^[9]。

本文提出了一种优化的 LDA 人脸识别方法,重新定义了样本的类间离散度矩阵,使得传统 Fisher 准则能够最优化,克服了边缘类对选择最佳投影方向的影响;同时,通过因数分解的方法避免了对矩阵求逆,解决了小样本问题。依据经验选取适当的 e 值,得到最佳的识别效果。实验结果表明,人脸识别效果优越于传统 LDA 方法。

2 传统的 LDA 方法

设参加训练的人脸图像共有 C 类 N 张,每张图像定义为一个样本 \mathbf{x} (图像大小为 $(l_w \times l_h)$), \mathbf{x} 是一个 $n (= l_w \times l_h)$ 维向量,那么,样本的类间离散度矩阵 S_b 和类内离散度矩阵 S_w 分别定义为

$$S_b = \sum_{i=1}^C p_i (\mu_i - \mu)(\mu_i - \mu)^T \quad (1)$$

$$S_w = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^c \sum_{x \in C_i} (x - \mu_i)(x - \mu_i)^T \quad (2)$$

式中 $p_i = N_i/N$ 是每个类的先验概率, N_i 是 $C_i(i=1, 2, \dots, C)$ 类的训练样本的总个数, $\mu_i = \frac{1}{N} \sum_{x \in C_i} x$ 为 C_i 的样本均值, $\mu = \frac{1}{N} \sum_x x$ 为所有样本的均值, 这时, 总体离散度矩阵 S_t 可以表示为

$$S_t = \frac{1}{N} \sum_x (x - \mu)(x - \mu)^T \quad (3)$$

显然 $S_t = S_w + S_b$ 。

LDA 是基于 Fisher 准则寻找最佳投影矩阵 W

$$J(W_{opt}) = \arg \max_W \frac{|W^T S_b W|}{|W^T S_w W|} \quad (4)$$

利用特征分解的方法求解 W , 如下式:

$$S_b W = S_w W \Lambda \quad (5)$$

式(5)中 S_w 也可用 S_t 替代。

W 是由 $S_w^{-1} S_b$ 的前 m 个较大特征值对应的特征向量组成的矩阵。但在人脸识别中, 一副图像的像素往往大于训练样本的总个数, 这将造成 S_w 不可逆使式(5)不能方便求解; 另外, LDA 算法在满足式(4)时却过度强调了边缘类与其它类的类间距离大小, 导致在投影空间中近邻类样本的重叠。

3 优化的 LDA 算法

解决小样本问题可以通过降维的办法使 S_w 非奇异, 或者避免对 S_w 求逆。这里我们通过因数分解将式(5)转换为式(6)

$$\left(\sum_{j=1}^q \hat{b}_j b_j^T \right) W = W \Lambda \quad (6)$$

其中
$$\hat{b}_j = \sum_{i=1}^p \frac{\lambda_{b_j}}{\lambda_{u_i}} u_i^T b_j u_i \quad (7)$$

\hat{b}_j 是向量 b_j 的重构, 式中 λ_{b_j} 、 λ_{u_i} 分别是 S_b 、 S_w 的特征值, 且 $\lambda_{b_1} \geq \lambda_{b_2} \geq \dots \geq \lambda_{b_q}$, $q (q = C - 1)$ 为 S_b 的秩; $\lambda_{u_1} \geq \lambda_{u_2} \geq \dots \geq \lambda_{u_p}$, $p (p = N - C)$ 为 S_w 的秩。显然式(6)^[10]避免了对 S_w 求逆, 解决了小样本问题。

可以看出式(7)中 $\frac{\lambda_{b_j}}{\lambda_{u_i}} \langle u_i^T, b_j \rangle$ 为一变化数值, 它的大小变化直接影响到在叠加时各向量 u_i 中元素的变化, 当 j 为定值时 λ_{b_j} 和 b_j 均为定量, b_j 的重构好坏取决于 λ_{u_i} 和 u_i 的取值。因而可对 \hat{b}_j 重新定义为

$$\hat{b}_j = \sum_{i=1}^e \frac{\lambda_{b_j}}{\lambda_{u_i}} u_i^T b_j u_i \quad (8)$$

其中 $e (e \leq p)$ 的取值直接影响向量 b_j 的重构效果, 因而选取适当的 e 值可以得到更佳的人脸识别效果。

为了减弱边缘类对投影方向的主导作用, S_b 重新定义为^[8]

$$\tilde{S}_b = \sum_{i=1}^{C-1} \sum_{j=i+1}^C P_i P_j w(d_{ij}) (\mu_i - \mu_j)(\mu_i - \mu_j)^T \quad (9)$$

其中 p_i, p_j 是类 i, j 的先验概率, d_{ij} 为 C_i 类和 C_j 类均值向量间的欧氏距离, $d_{ij} = \sqrt{(\mu_i - \mu_j)^T (\mu_i - \mu_j)}$, 而 $w(d_{ij}) = (d_{ij})^{-2p}, p=1,2,3, \dots$ 。这里取 $p=1$ 。

\tilde{S}_b 的定义中只考虑了类间距离的方向, 而忽略其距离的大小。这样便有效解决了边缘类对选取投影方向影响的问题。

S_t 将随之重新定义为

$$\tilde{S}_t = \tilde{S}_b + S_w \quad (10)$$

式(6)中选取 \tilde{S}_t 或是 S_w 以及 e 的不同取值都会对识别率造成影响, 如图 1-图 4。

图 1-图 4 是在 ORL 人脸库中实验得到的, 对人脸库图像剪切并缩放为大小 24×24 的图像作为实验图像。训练样本分别为每人的前 ($m=2, 8$) 张, 测试样本为每人的后 ($n=8, 2$) 张。图 1 和图 3 是式(6)选用 S_w 的实验结果, 图 2 和图 4 是式(6)选用 \tilde{S}_t 的实验结果。

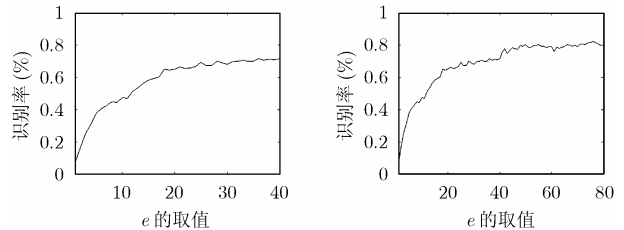


图 1 $m=2$, 式(6)选用 S_w

图 2 $m=2$, 式(6)选用 \tilde{S}_t

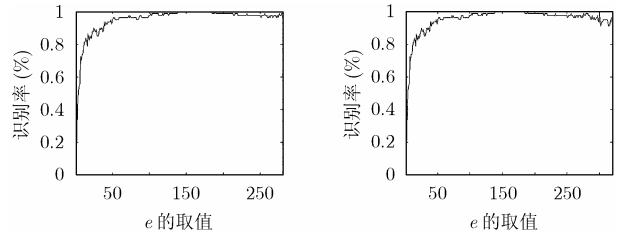


图 3 $m=8$, 式(6)选用 S_w

图 4 $m=8$, 式(6)选用 \tilde{S}_t

由图比较得: m 取值相同时, 当 $e \leq \text{rank}(S_w)$, 不论是采用 S_w 还是 \tilde{S}_t , 识别率完全相同。这是因为不论是采用 S_w 还是 \tilde{S}_t 求解式(6)时, 只是造成所求的投影矩阵 W_{S_w} 和 $W_{\tilde{S}_t}$ 中的部分投影向量方向相反, 而这个差别对人脸的分类识别并没有任何影响; 当 m 相同时, $\text{rank}(S_w) < \text{rank}(\tilde{S}_t)$, 所以图 2 和图 4 中 $\text{rank}(S_w) < e \leq \text{rank}(\tilde{S}_t)$ 部分对应的识别率是 \tilde{S}_t 提供的更多的判别信息得到的, 但这些信息对分类识别而言并不都是有意义的。例 $m=2$, 由于 \tilde{S}_t 提供的更多判别信息提高了识别率。但当 $m=8$ 时, $280 < e \leq 319$ 对应的识别率呈下降趋势, \tilde{S}_t 提供的额外信息成为多余; 大多情况下, m 一定时, 随着 e 值的增大识别率不断增大, 当增大到一定值后又处于下降状态, 并且在识别率最高点附近识别率变化缓慢, 因此找到识别率最高点对应的 e 值或 e 的取值范围很有意义。

大量实验结果表明不同的人脸库或同一样本库中不同训练样本值的情况下识别率最高点对应的 e 并不相同, 本

文依据经验初步对 e 值的选取做了归结,图5是关于 e 选取的流程图,其中 $b = \text{rank}(\tilde{S}_t)$, $a = \text{rank}(S_w)$, $i=1,2,\dots,5$, $c_1 = (b - a) / 4$, $c_2 = (b - 100) / 4$, $t = b / 100$, $s = a / 100$,用所取 e 值求出识别率,并将最大值作为识别结果。

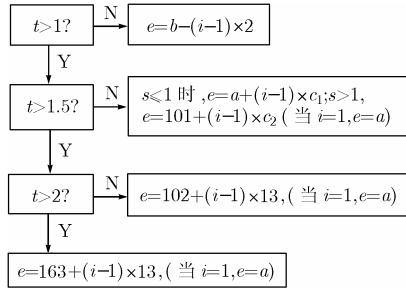


图5 e 值的选择方法

4 实验结果

分别在 ORL 和 Yale 标准人脸库上进行实验。ORL 数据库有 40 个人,每人 10 幅共 400 幅图像,图像是在不同时间,光线轻微变化的条件下拍摄的,其中包括姿态、光照和表情的差别。原始图像大小 112×92 , 256 灰度级。我们对原始图像采用双三次插值法缩放为 28×23 大小的图像进行实验。Yale 人脸库有 15 人,每人 11 幅图像。人脸的表情、光照等的变化比 ORL 人脸库的变化都要大。这里将原图片剪切并缩放为 35×35 大小的图像。

实验比较了不同数目的训练样本下,各种人脸识别算法的识别率。我们从人脸库中随机选取 k (ORL 人脸库中, $k = 2,3,\dots,9$; Yale 人脸库中, $k = 2,3,\dots,10$)幅图像作为训练样本,剩余图像作为测试样本,对每个 k 实验 30 次(不重复, $k=2$ 除外),分类器采用(KNN+Euclid)实验结果如表 1,表 2。可以看出本文的算法优于其它几种算法。

5 结束语

本文提出了一种优化的 LDA 人脸识别算法,它不仅解决了传统 LDA 人脸识别方法存在的两个问题,而且取得了很好的识别效果。另外文中还提出对 e 值的研究。识别率随 e 值变化而变化的现象在其它方法^[4,6]中也存在,如 DLDA 中,将样本类内离散度矩阵投影到样本类间离散度矩阵的非零空间中得到的矩阵 $S'_w (= Z^T S_w Z)$,并将 S'_w 对应得 m 个零特征值或者较小特征值对应得特征向量组成的矩阵,人脸识别率也将随 m 的取值不同而变化,选取适当的 m 值将会得到最佳识别率。因此,对 e 值的研究有重要意义。

表 1 在 ORL 人脸库的识别结果比较

k	PCA	PCA+LDA	DLDA	新方法
2	76.57	78.36	77.97	82.57
3	82.06	85.62	84.92	89.69
4	87.17	89.97	89.32	93.94
5	90.07	91.73	91.97	96.65
6	92.65	93.48	93.73	97.52
7	93.72	93.88	95.06	98.47
8	95.42	94.33	95.88	98.92
9	95.75	94.50	96.25	99.50

表 2 在 Yale 人脸库的识别结果比较

k	PCA	PCA+LDA	DLDA	新方法
2	62.32	62.57	66.27	73.78
3	71.19	72.64	72.81	80.53
4	72.38	74.76	74.92	81.87
5	73.33	75.78	75.67	83.25
6	74.96	76.44	76.73	85.56
7	75.76	77.37	77.89	86.59
8	75.89	77.82	78.18	87.11
9	76.04	77.94	78.78	89.33
10	76.56	78.44	78.89	90.91

参考文献

- [1] Chellappa R, Wilson C, and Sirohey S. Human and machine recognition of faces: A survey. *Proc. IEEE*, 1995, 83(5): 705-741.
- [2] Tplba A S, El-Baz A H, and El-Harby A A. Face recognition: A literature review. *J. of Signal Processing*, 2005, 2(1): 88-103.
- [3] Turk M and Pentland A. Eigenfaces for recognition. *J. of Cognitive Neuroscience*, 1991, 3(1): 71-86.
- [4] Belhumeur P N, Hespanha J P, and Kriegman D J. Eigenfaces vs. fisherfaces: Recognition using class specific linear projection. *IEEE Trans on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 1997, 19(7): 711-720.
- [5] Chen L F, Liao M, and Lin J C, et al. A new LDA-based face recognition system which can solve the small samples size problem. *J. of Pattern Recognition*, 2000, 33(10): 1713-1726.
- [6] Yu H and Yang J. Direct LDA algorithm for high dimensional data with application to face recognition. *J. of Pattern Recognition*, 2001, 34(10): 2067-2070.
- [7] Huang R, Liu Q S, and Lu H Q, et al. Solving the small sample size problem of LDA. *IEEE Proceedings of the 16th International Conference on Pattern Recognition, Canada, Quebec 2002*, 3: 29-32.
- [8] Lotlikar R and Kothari R. Fractional-step dimensionality reduction. *IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2000, 22(6): 623-627.
- [9] Loog M, Duin R P W, and Haeb-Umbach R. Multiclass linear dimension reduction by weighted pairwise fisher criteria. *IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2001, 23(7): 762-766.
- [10] Martinez A M and Zhu M. Where are linear feature extraction methods applicable? *IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2005, 27(1): 1934-1944.

庄哲民: 男, 1965 年生, 博士, 教授, 研究方向为智能信号处理、模式识别等。
 张阿妞: 女, 1982 年生, 硕士生, 研究方向为智能信号处理、图像处理。
 李芬兰: 女, 1964 年生, 博士, 副教授, 研究方向为智能信号处理。