

## 距离向多孔径接收宽测绘带 SAR 系统信噪比分析

王小青<sup>①</sup> 肖 疆<sup>①②</sup> 陈永强<sup>①</sup> 朱敏慧<sup>①</sup>

<sup>①</sup>(中国科学院电子学研究所微波成像技术国家重点实验室 北京 100080)

<sup>②</sup>(中国科学院研究生院 北京 100080)

**摘 要:** 基于距离向多孔径接收的宽测绘带合成孔径雷达(SAR)方法在理论和仿真上已经被证明是一种精度较高,应用前景较好的宽测绘带 SAR 方法。在以往的研究中对该方法的信噪比分析只是通过矩阵的条件数来定性分析系统的信噪比,这样就得出信噪比的定量解析表达式,也无法给出系统信噪比的最优设计准则。本文通过 Vandermonde 逆矩阵的解析表达式推出了系统信噪比的解析表达式,证明了系统信噪比的极限值,并且给出了系统信噪比的最优设计准则。最后给出了几个符合信噪比最优准则的系统方案,并计算了系统信噪比改善曲线,验证了最优准则的正确性。

**关键词:** 合成孔径雷达; 宽测绘带; 信噪比

中图分类号: TN958

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2007)09-2101-04

## The SNR Study of the Wide Swath SAR Basing on Elevation Multi-receiver

Wang Xiao-qing<sup>①</sup> Xiao Jiang<sup>①②</sup> Chen Yong-qiang<sup>①</sup> Zhu Min-hui<sup>①</sup>

<sup>①</sup>(Nat. Key Lab of Microwave Imaging Tech., Institute of Electronics, CAS, Beijing 100080, China)

<sup>②</sup>(Graduate School, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100039, China)

**Abstract:** The wide swath synthetic aperture radar (SAR) method basing on elevation multi-receiver is proved to be a high precise and feasible wide swath SAR method by theory and simulation. The SNR of this method has been analyzed by the matrix condition, and the analysis leads to only a qualitative conclusion in previous study. In this paper, the explicit formula is deduced for the SNR of this method, then the limit of the SNR is given and the optimal SNR design rule is presented. Finally, some system schemes according to the optimal SNR rule is given at last and those SNR curve is calculated to validate the rule.

**Key words:** Synthetic Aperture Radar (SAR); Wide swath; SNR

### 1 引言

宽测绘带合成孔径雷达(SAR)是目前SAR研究的热点问题,在需要全球动态观测和高重复频率观测应用中往往都需要很宽的测绘带,同时又保持较高的分辨率。但是对于常规SAR来说测绘带宽度和方位向分辨率是一对矛盾,两者不能同时提高<sup>[1-6]</sup>。

文献[7]中提出的距离向多孔径接收的宽测绘带方法是一种精度较高,应用前景较好的宽测绘带 SAR 方法。系统原理如图 1 所示。

天线在距离向上分为  $N$  个子天线,每个子天线间距  $D$ 。发射时用一个波束发射,照射的斜距范围:

$$\left(\frac{n}{F_r} + \tau\right)\frac{c}{2} < R < \left(\frac{n+N}{F_r} - \tau\right)\frac{c}{2}, n \text{ 为某一整数} \quad (1)$$

其中包括  $N$  个子测绘带,它们的范围为

$$\left(\frac{n+i}{F_r} + \tau\right)\frac{c}{2} < R_i < \left(\frac{n+1+i}{F_r} - \tau\right)\frac{c}{2}, 0 \leq i \leq N-1 \quad (2)$$

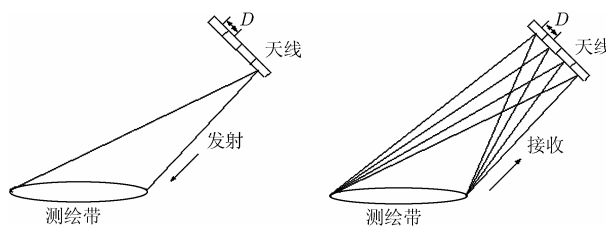


图 1 距离向多孔径 SAR 原理示意图

接收时用  $N$  个子天线分别进行接收。记这  $N$  个子天线为  $A_0, A_1, \dots, A_{N-1}$ 。

很显然,这  $N$  个子测绘带的回波会同时到达天线,也就是第 1 个子测绘带反射的  $n$  个周期以前的脉冲,第 2 个子测绘带反射的  $n+1$  个周期以前的脉冲, ..., 第  $N$  个子测绘带反射的  $n+N-1$  个周期以前的脉冲回波同时到达天线。这就是常规 SAR 的距离向模糊问题,如果能从混叠信号中提取出各子测绘带信号就能突破常规 SAR 测绘带和分辨率的限制。

对各个子天线用同一本振解调并用同一距离向匹配滤波器进行距离向脉冲压缩后,进行同步采样,对  $\tau$  时刻的采

样值, 可以近似认为是斜距分别为  $\frac{c}{2}\left(\frac{n}{F_r} + \tau\right)$ ,  $\frac{c}{2}\left(\frac{n+1}{F_r} + \tau\right)$ ,  $\dots$ ,  $\frac{c}{2}\left(\frac{n+N-1}{F_r} + \tau\right)$  的地面目标信号的混叠信号。

由于这  $N$  个地面目标到天线的连线与天线法线的夹角不同, 所以这  $N$  个地面目标信号在各个子天线会产生不同的相移。记这  $N$  个点与天线的连线与天线法线的夹角(离开天线法线往上为正、往下为负)分别为  $\alpha_0(\tau)$ ,  $\alpha_1(\tau)$ ,  $\dots$ ,  $\alpha_{N-1}(\tau)$ 。令  $\alpha(r)$  为斜距  $r$  的目标视角与天线法线的夹角, 则根据目标与天线相对位置(如图 2 所示)可以得出

$$\alpha(r) = \arccos\left[\frac{r^2 + H^2 + 2HR_E}{2r \cdot (H + R_E)}\right] - \beta \quad (3)$$

$\beta$  为 SAR 到地心的连线与 SAR 天线面板的法线夹角,  $H$  为 SAR 的高度,  $R_E$  为地球半径。

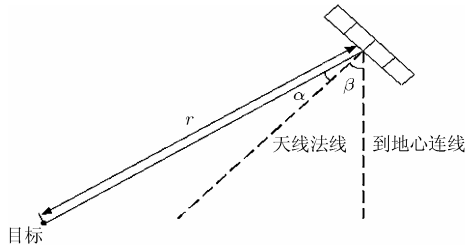


图 2 目标、天线的几何关系

这样接收信号与这  $N$  个目标的关系为

$$\mathbf{F}(\tau) = \mathbf{W}(\tau)\boldsymbol{\sigma}(\tau) \quad (4)$$

其中  $\mathbf{F}(\tau) = [f_0(\tau), f_1(\tau), \dots, f_{N-1}(\tau)]^T$  为各数据通道的采样值,  $\boldsymbol{\sigma}(\tau) = [\sigma_0(\tau), \sigma_1(\tau), \dots, \sigma_{N-1}(\tau)]^T$  为斜距, 分别为这  $N$  个点的地面目标的复反射系数。

$$\mathbf{W}(\tau) = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ \exp\left[j\frac{2\pi D \sin \alpha_0(\tau)}{\lambda}\right] & \exp\left[j\frac{2\pi D \sin \alpha_1(\tau)}{\lambda}\right] \\ \vdots & \vdots \\ \exp\left[j\frac{YD \sin \alpha_0(\tau)}{\lambda}\right] & \exp\left[j\frac{YD \sin \alpha_1(\tau)}{\lambda}\right] \\ \dots & 1 \\ \dots & \exp\left[j\frac{2\pi D \sin \alpha_{N-1}(\tau)}{\lambda}\right] \\ \vdots & \vdots \\ \dots & \exp\left[j\frac{YD \sin \alpha_{N-1}(\tau)}{\lambda}\right] \end{bmatrix} \quad (5)$$

其中  $Y = 2\pi(N-1)$ ;  $\mathbf{W}(\tau)$  是一个 Vandermonde 矩阵, 故

$$|\mathbf{W}(\tau)| = \prod_{N-1 \geq m > n \geq 0} \left\{ \exp\left[j\frac{2\pi D \sin \alpha_m(\tau)}{\lambda}\right] - \exp\left[j\frac{2\pi D \sin \alpha_n(\tau)}{\lambda}\right] \right\} \quad (6)$$

如果  $\mathbf{W}(\tau)$  是满秩的, 则各子测绘带的回波信号便可由下式分离出来, 即

$$\boldsymbol{\sigma}(\tau) = \mathbf{W}^{-1}(\tau)\mathbf{F}(\tau) \quad (7)$$

反解出各子测绘带信号后的处理就与常规 SAR 一样了。文献[7-13]对该方法的原理、成像算法、视角误差自适应估计、误差分析等方面进行了详细的分析和讨论。但在这些文献中对信噪比的分析是用矩阵  $\mathbf{W}(\tau)$  的条件数来定性分析的, 得出了反解运算可以将信噪比近似提高  $N$  倍的定性结论, 并没有得出信噪比的解析表达式, 在下面的分析中本文将利用 Vandermonde 矩阵求逆的解析表达式推出信噪比的解析表达式, 并证明了反解矩阵对信噪比改善的极限值, 给出信噪比最优设计准则。

## 2 系统信噪比分析

假设信号反解前各接收通道的噪声平均功率都是  $P_n$ , 且互不相关, 分别为  $\delta_0(\tau), \delta_1(\tau), \dots, \delta_{N-1}(\tau)$ , 反解后的噪声为  $\delta'_0(\tau), \delta'_1(\tau), \dots, \delta'_{N-1}(\tau)$ , 这样

$$\boldsymbol{\delta}'(\tau) = \mathbf{W}^{-1}(\tau)\boldsymbol{\delta}(\tau) \quad (8)$$

其中  $\boldsymbol{\delta}'(\tau) = [\delta'_0(\tau), \delta'_1(\tau), \dots, \delta'_{N-1}(\tau)]^T$ ,  $\boldsymbol{\delta}(\tau) = [\delta_0(\tau), \delta_1(\tau), \dots, \delta_{N-1}(\tau)]^T$ 。

根据 Vandermonde 的求逆方法<sup>[14,15]</sup>, 对于矩阵

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ x_0 & x_1 & \dots & x_{N-1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_0^{N-1} & x_1^{N-1} & \dots & x_{N-1}^{N-1} \end{bmatrix} \quad (9)$$

逆矩阵  $\mathbf{A}^{-1}$  的各个元素为

$$\mathbf{A}_{m,n}^{-1} = \frac{b_{m,n}}{\prod_{k=0, k \neq m}^{N-1} (x_m - x_k)} \quad (10)$$

其中  $b_{m,n}$  为如下多项式的系数

$$Y_m(x) = \prod_{k=0, k \neq m}^{N-1} (x - x_k) = \sum_{n=0}^{N-1} b_{m,n} x^n \quad (11)$$

这样反解后第  $m$  个子测绘带的噪声功率与原噪声功率之比为

$$\rho(m) = \frac{P'_n(m)}{P_n} = \sum_{n=0}^{N-1} |\mathbf{W}_{m,n}^{-1}|^2 = \frac{\sum_{n=0}^{N-1} |b_{m,n}|^2}{\left| \prod_{k=0, k \neq m}^{N-1} (x_m - x_k) \right|^2} \quad (12)$$

令  $B_{m,n}$  为  $b_{m,n}$  的离散傅里叶变换,

$$B_{m,n} = \sum_{k=0}^{N-1} b_{m,k} \exp\left(j\frac{2\pi nk}{N}\right) = Y_m\left[\exp\left(j\frac{2\pi n}{N}\right)\right] \quad (13)$$

根据 Parseval 定理

$$\begin{aligned} \sum_{n=0}^{N-1} |b_{m,n}|^2 &= \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} |B_{m,n}|^2 = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} \left| Y_m\left[\exp\left(j\frac{2\pi n}{N}\right)\right] \right|^2 \\ &= \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} \prod_{k=0, k \neq m}^{N-1} \left| \exp\left(j\frac{2\pi nk}{N}\right) - \exp\left[j\frac{2\pi D \sin \alpha_k(\tau)}{\lambda}\right] \right|^2 \\ &= \frac{4^{N-1}}{N} \sum_{n=0}^{N-1} \prod_{k=0, k \neq m}^{N-1} \sin^2\left[\frac{\pi n}{N} - \frac{\pi D \sin \alpha_k(\tau)}{\lambda}\right] \end{aligned} \quad (14)$$



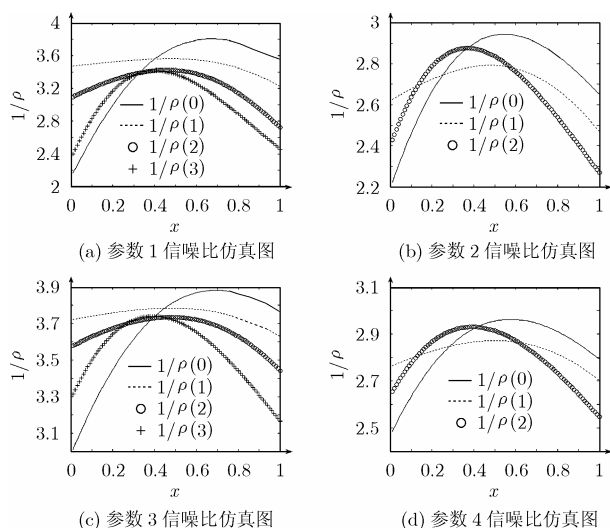


图 4 纵坐标为反解计算后的信噪比改善比，横坐标是归一化接收时间  $x = \tau F_r$

从上面的曲线对比可以看出当达到信噪比最优设计准则时信噪比的平均改善比  $\rho$  接近于测绘带个数  $N$ ，并且各个测绘带信噪比曲线起伏不大，这就从另一个角度说明了式(20)最优准则的正确性。从上面的简单对比可以看出在相同情况下，测绘带数越小，SAR 平台高度越高，平均改善比  $\rho$  越接近于测绘带个数  $N$ ，这主要是因为测绘带数越小，SAR 平台高度越高式(18)的近似就越小。

#### 4 结束语

本文推导出距离向多孔径接收宽测绘带 SAR 的信噪比解析表达式，并且证明了矩阵反解最多可以将信噪比提高为反解前的  $N$  倍。通过对信噪比解析表达式的分析，得到了系统信噪比设计的最优准则。最后给出了几个符合信噪比最优准则的系统方案，从这几个系统方案的信噪比曲线可以看出系统的平均信噪比改善接近于测绘带个数  $N$ ，而且起伏不大，从而说明了最优准则的正确性。

#### 参考文献

- [1] Moore R K. Scanning spaceborne synthetic aperture radar with integrated radiometer. *IEEE Trans. on AES*, 1981, 17(3): 410-420.
- [2] Currie A and Brown M A. Wide-swath SAR. *IEE Proc.-F*, 1992, 139(2): 122-135.
- [3] 王小青, 朱敏慧. 一种宽测绘带 SAR 新方法的探讨. *电子与信息学报*, 2003, 25(10): 1425-1429.  
Wang Xiao-qing and Zhu min-hui. A discussion on a new method of wide swath SAR. *Jornal of Electronic & Information Technology*, 2003, 25(10): 1425-1429.
- [4] Goodman N A and Lin Sih Chung. Procesing of multiple-receiver spaceborne arrays for wide-area SAR. *IEEE Trans. on GRS*, 2002, 40(4): 841-852.
- [5] Callaghan G D and Longstaff I D. Wide-swath space-born SAR using a quad-element array. *IEE Proc.-F*, 1999, 146(3): 159-165.
- [6] Griffiths H D and Mancini P. Ambiguity suppression in SARs using adaptive array techniques. Proc. of IGARSS'91 Symp., Helsinki University of Technology, Espo, Finland, 1991: 1015-1018.
- [7] 王小青, 郭琨毅, 盛新庆, 朱敏慧. 基于距离向多孔径接收的宽测绘带 SAR 成像方法的研究. *电子与信息学报*, 2004, 26(5): 739-745.  
Wang Xiao-qing, Guo Kun-yi, Sheng Xin-qing, and Zhu Min-hui. A research on the multi-aperture wide-swath SAR imaging method. *Jornal of Electronic & Information Technology*, 2004, 26(5): 739-745.
- [8] 王小青. 宽测绘带方法及其仿真研究. [博士论文], 北京: 中国科学院电子学研究所, 2005 年 1 月.
- [9] 王小青, 郭琨毅, 盛新庆, 朱敏慧. 一种应用在多孔径宽测绘带 SAR 中的 CS 算法. *电子与信息学报*, 2005, 27(12): 1861-1866.  
Wang Xiao-qing, Guo Kun-yi, Sheng Xin-qing, and Zhu Min-hui. An algorithm based on CS algorithm applied in multi-aperture wide-swath SAR. *Jornal of Electronic & Information Technology*, 2005, 27(12): 1861-1866.
- [10] Wang Xiaoqing, Zhu Minhui, and Sheng Xinqing. The angle error estimate method in the wide swath SAR basing on multi-receiver. *Journal of Electronics (China)*, 2006, 23(3): 374-378.
- [11] 郭琨毅, 王小青, 盛新庆. 距离向多孔径接收宽测绘带 SAR 三种成像算法比较. *电波科学学报*, 2005, 20(1): 119-124.  
Guo Kun-yi, Wang Xiao-qing, and Sheng Xin-qing. Comparison of three imaging algorithm for multi-aperture wide-swath synthetic aperture radar (MAWS-SAR). *China Journal of Radio Science.*, 2005, 20(1): 119-124.
- [12] 郭琨毅, 王小青, 盛新庆. 距离向多孔径超宽测绘带成像体制中各项误差分析. *电子与信息学报*, 2005, 27(9): 1383-1387.  
Guo Kun-yi, Wang Xiao-qing, and Sheng Xin-qing. Error analysis about range multi-aperture SAR imagin system. *Jornal of Electronic & Information Technology*, 2005, 27(9): 1383-1387.
- [13] 郭琨毅. 超宽测绘带微波成像若干体制的并行仿真研究. [博士论文], 北京: 中国科学院电子学研究所, 2005 年 1 月.
- [14] Gautschi W. On the inverse Vandemonde and confluence Vandemonde matrices. *Numer. Math.*, 1962, 4(2): 117-123.
- [15] Macon N and Spitzbart A. inverse of Vandemonde matrices, *Amer. Math. Mon.*, 1958, 65(2): 95-100.

王小青: 男, 1978 年生, 博士, 助理研究员, 研究方向为雷达信号与信息处理。

肖 疆: 男, 1979 年生, 博士生, 研究方向为信号与信息处理。

陈永强: 男, 1973 年生, 副研究员, 研究方向为雷达信号与信息处理。

朱敏慧: 女, 1943 年生. 研究员, 博士生导师, IEEE 高级会员, 主要研究方向为计算机图像和图形学、微波遥感与雷达技术、雷达信号与信息处理等。