

修正自适应 Chirplet 分解法及其快速实现

王 勇 姜义成

(哈尔滨工业大学电子工程技术研究所 哈尔滨 150001)

摘 要: 为克服时频关系为线性的基函数的不足, 该文提出一种新的信号分解算法——修正自适应 Chirplet 分解法, 将 Chirplet 基函数推广到三次相位信号的形式, 因此可以逼近信号中的非线性时变结构成分。同时提出了一种快速分解算法, 该算法通过计算信号的三次相位函数, 可得到其能量分布集中于信号的瞬时频率变化率曲线上的结论, 此时通过谱峰检测可同时获得基函数的二、三次相位系数, 时间中心以及幅度的估计; 进而通过解调频技术获得其初始频率和时间宽度的估计。文中给出了实现该方法的具体步骤, 并分别以仿真信号和蝙蝠回声定位信号为例验证了该算法的有效性。

关键词: 修正自适应 Chirplet 分解; 非线性时变; 三次相位函数

中图分类号: TN911.6

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2007)09-2124-04

Modified Adaptive Chirplet Decomposition and Its Fast Implementation

Wang Yong Jiang Yi-cheng

(Research Institute of Electronic Engineering Technology, Harbin Institute of Technology, Harbin, 150001, China)

Abstract: A new algorithm of signal decomposition——Modified Adaptive Chirplet Decomposition(MACD) is presented to overcome the deficiency of basis functions with linear time-frequency relations. The chirplet atom is extended to quadratic frequency modulated signal, and it can approach the nonlinear time varying components of the original signal. At the same time, a fast algorithm is presented by computing the Cubic Phase (CP) function of the signal, it is shown that the CP function is concentrated along the instantaneous frequency rate, and the peak of the CP function yields the estimates of the coefficients of quadratic and cubic phase, the time center and the amplitude, Then the initial frequency and the time extent can be obtained by the dechirp technique. The scheme of the algorithm is shown in this paper, and the results of simulated data and echolocation signal from brown bat demonstrate the validity of the method proposed.

Key words: Modified adaptive chirplet decomposition; Nonlinear time varying; Cubic phase function

1 引言

时频分析技术是处理非平稳信号的有力工具, 它可以同时在时域和频域表征信号, 以揭示信号的频率成分及相位等特征随时间的变化情况, 在语音、雷达、声纳、生物医学等领域取得了广泛的应用^[1]。目前常用的时频分析技术有两类^[2]: 一类是双线性时频分布, 即 Cohen 类时频分布, 其中当以 Wigner-Ville 分布最为著名。但这类分布对多分量信号存在严重的干扰项, 影响了对信号自身项的分析和理解, 虽然许多学者针对如何抑制干扰项的问题做了大量工作, 但均是以牺牲时频聚集性为代价的。另一类是基于信号分解的方法, 将信号分解成一系列基函数的线性组合, 用以反映信号的内部结构。这类方法包括 Gabor 变换、Chirplet 变换等。

在信号分解过程中, 基函数的选取至关重要。其中, Qian 和 Mallat 分别提出了基于 Gauss 函数集的自适应投影匹配分解法^[3,4], 由于所用的基函数频率不变, 即对时频平面的划分是一种格型分割, 这样就导致对变频信号无法进行有

效的匹配; 在此基础上, 殷勤业等又提出用 Gauss 包络线性调频信号作为基函数集的自适应旋转投影分解法, 将基函数的参数扩展为四维^[5]; 但以上方法均仅适合于处理频率成分随时间做线性变化的信号, 而当信号频率成分随时间做非线性变化时, 势必增加基函数的个数以及导致信号分解的不精确性。基于此, 本文在自适应 Chirplet 分解的基础上, 提出了修正的自适应 Chirplet 分解(Modified Adaptive Chirplet Decomposition, MACD)算法, 将 Chirplet 基函数推广到三次相位信号的形式, 可以很好地逼近信号中的非线性时变结构成分。同时, 文中提出了修正自适应 Chirplet 分解的一种快速算法, 并分别以仿真信号和蝙蝠回声定位信号为例验证了本算法的有效性。

2 信号分解原理

这里简要回顾一下信号分解的基本原理。对于信号 $s(t)$ 进行自适应投影分解, 首先, 选择一个具有归一化能量的基函数 $h_0(t)$, 使得信号 $s(t)$ 与其在此基上投影的距离最小, 即

$$\min_{h_0} \|s_1(t)\|^2 = \min_{h_0} \|s_0(t) - \langle s_0(t), h_0(t) \rangle h_0(t)\|^2 \quad (1)$$

其中 $s_0(t) = s(t)$ 。

式(1)可以解释为是最小二乘,它等价于求解与信号最相似的基函数:

$$|C_0|^2 = \max_{h_0} |\langle s_0(t), h_0(t) \rangle|^2 \quad (2)$$

这样,经过第一次分解后,信号 $s(t)$ 可以表示为

$$s_0(t) = \langle s_0(t), h_0(t) \rangle h_0(t) + s_1(t) \quad (3)$$

其中 $s_1(t)$ 是 $s_0(t)$ 向基函数 $h_0(t)$ 作正交投影后的剩余量。

然后,对 $s_1(t)$ 继续重复对 $s_0(t)$ 所做的分解步骤,那么,在第 $k+1$ 次分解过程中,有

$$|C_k|^2 = \max_{h_k} |\langle s_k(t), h_k(t) \rangle|^2 \quad (4)$$

$$s_k(t) = \langle s_k(t), h_k(t) \rangle h_k(t) + s_{k+1}(t) \quad (5)$$

经过 $M+1$ 次投影分解后, $s(t)$ 可以表示为

$$s(t) = \sum_{k=0}^M \langle s_k(t), h_k(t) \rangle h_k(t) + s_{M+1}(t) \quad (6)$$

其中 $s_{M+1}(t)$ 是 $s(t)$ 经过 $M+1$ 次投影后的剩余量。

可以证明,随着分解次数的增加,即当 $M \rightarrow \infty$ 时,剩余量的能量趋向于零。由此说明,采用自适应投影分解法进行信号分解,当分解次数趋向于无穷时,信号的这种分解是彻底的。自适应投影分解法的优点在于,基函数是根据信号的不同特点,按照与信号最匹配的原则来自适应估计的,因而能较准确地反映信号的局部时频特性。但是,当基函数库中的函数类型与信号不同时,则无法进行有效的分解。目前常用的基函数如 Gabor 函数和 Chirplet 函数均仅适合于处理频率成分随时间做线性变化的信号,而当信号频率成分随时间做非线性变化时,势必增加基函数的个数以及导致信号分解的不精确性。因此,本文第3节提出修正自适应 Chirplet 分解法及其快速实现方法。

3 修正自适应 Chirplet 分解 (MACD) 及其快速实现

在自适应 Chirplet 分解过程中,所用的基函数具有如下形式:

$$g_n(t) = (\pi\sigma_n^2)^{-0.25} \exp \left\{ -\frac{(t-t_n)^2}{2\sigma_n^2} + j\omega_n(t-t_n) + j\beta_n(t-t_n)^2 \right\} \quad (7)$$

其中 σ_n , t_n , ω_n , β_n 分别表示线调频小波基的宽度,时间中心,初始频率和调频率。

在此基础上,本文提出修正的自适应 Chirplet 分解,其基函数具有如下形式:

$$h_n(t) = (\pi\sigma_n^2)^{-0.25} \exp \left\{ -\frac{(t-t_n)^2}{2\sigma_n^2} + j\omega_n(t-t_n) + j\beta_n(t-t_n)^2 + j\gamma_n(t-t_n)^3 \right\} \quad (8)$$

其中 σ_n , t_n , ω_n , β_n 分别表示基函数的宽度,时间中心,初始频率和调频率。

定义 γ_n 为基函数的弯曲因子,它的存在,使得基函数

$h_n(t)$ 的时频关系变为曲线,如图1所示。

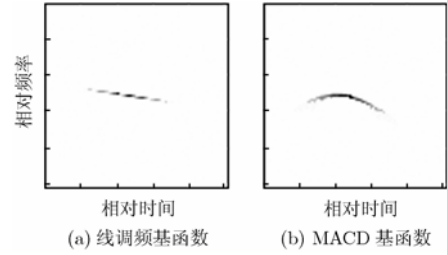


图1 基函数时频关系

MACD 算法就是将待分析信号 $s(t)$ 表示为一组新的基函数 $h_n(t)$ 的线性组合,即

$$s(t) = \sum_{n=0}^{\infty} D_n h_n(t) \quad (9)$$

MACD 算法实质上等价于寻找与信号最接近的基函数

$$|D_n|^2 = \max_{h_n} |\langle s_n(t), h_n(t) \rangle|^2 \quad (10)$$

其中

$$s_n(t) = s_{n-1}(t) - D_{n-1} h_{n-1}(t) \quad (11)$$

$s_n(t)$ 是 $s_{n-1}(t)$ 向基函数 $h_{n-1}(t)$ 作正交投影后的剩余量, $s_0(t) = s(t)$ 。

从式(10)可以看出,系数 D_n 的计算是一个多维非线性优化问题,通常,没有解析形式的解,如果采用遍历整个参数空间的穷尽搜索方法进行估计,运算量将是相当大的。文献[6,7]中针对线性调频基提出了参数估计的简化算法,但仍需要在一定范围内进行参数搜索,或者自适应迭代等,不利于具体的应用。这里提出一种快速的 MACD 基函数参数估计算法,过程如下。

考虑单分量信号

$$s(t) = D_0 (\pi\sigma_0^2)^{-0.25} \exp \left\{ -\frac{(t-t_0)^2}{2\sigma_0^2} + j\omega_0(t-t_0) + j\beta_0(t-t_0)^2 + j\gamma_0(t-t_0)^3 \right\} \quad (12)$$

首先定义其三次相位函数^[8](Cubic Phase, CP):

$$CP(t, u) = \int_0^{+\infty} s(t+\tau) s(t-\tau) e^{-j\omega\tau^2} d\tau \quad (13)$$

将式(12)代入式(13)可以得到

$$CP(t, u) = D_0^2 (\pi\sigma_0^2)^{-0.5} \exp \left\{ -\frac{(t-t_0)^2}{\sigma_0^2} + 2j\omega_0(t-t_0) + 2j\beta_0(t-t_0)^2 + 2j\gamma_0(t-t_0)^3 \right\} \times \int_0^{+\infty} \exp \left\{ -\frac{\tau^2}{\sigma_0^2} + j\tau^2 [2\beta_0 + 6\gamma_0(t-t_0) - u] \right\} d\tau \quad (14)$$

其中

$$\int_0^{+\infty} \exp \left\{ -\frac{\tau^2}{\sigma_0^2} + j\tau^2 [2\beta_0 + 6\gamma_0(t-t_0) - u] \right\} d\tau = \frac{\sqrt{\pi}}{2\sqrt{[2\beta_0 + 6\gamma_0(t-t_0) - u]^2 + \frac{1}{\sigma_0^4}}} e^{j\phi} \quad (15)$$

其中

$$\phi = \frac{1}{2} \arctan \frac{1}{\sigma_0^2 [u - 2\beta_0 - 6\gamma_0(t - t_0)]} - \frac{\pi}{4} \quad (16)$$

因此, 有

$$|\text{CP}(t, u)| = D_0^2 (\pi \sigma_0^2)^{-0.5} \exp \left\{ -\frac{(t - t_0)^2}{\sigma_0^2} \right\} \cdot \frac{\sqrt{\pi}}{2 \sqrt{[2\beta_0 + 6\gamma_0(t - t_0) - u]^2 + \frac{1}{\sigma_0^4}}} \quad (17)$$

由式(17)可知, 当

$$\left. \begin{aligned} u &= 2\beta_0 + 6\gamma_0(t - t_0) \\ t &= t_0 \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

时, $|\text{CP}(t, u)|$ 达到最大值, 为

$$|\text{CP}(t, u)|_{\max} = \frac{1}{2} D_0^2 \quad (19)$$

因此, 参数 $\{t_0, \beta_0, D_0\}$ 的估计方法可理解为: 首先计算信号的三次相位函数, 然后对其进行谱峰搜索, 得到峰值点的位置 $(t_0, 2\beta_0)$, 进而得到 t_0 的估值 \hat{t}_0 和 β_0 的估值 $\hat{\beta}_0$, D_0 的估值可由下式获得

$$\hat{D}_0 = \sqrt{2\text{CP}(\hat{t}_0, 2\hat{\beta}_0)} \quad (20)$$

由式(18)可知, 信号 $s(t)$ 的三次相位函数集中在直线 $u = 2\beta_0 + 6\gamma_0(t - t_0)$ 上, 通过计算直线的斜率即可得到 γ_0 的估计, 方法如下:

分别计算 t_1, t_2 时刻的 u 值, 得到

$$u(t_1) = 2\beta_0 + 6\gamma_0(t_1 - t_0) \quad (21)$$

$$u(t_2) = 2\beta_0 + 6\gamma_0(t_2 - t_0) \quad (22)$$

由式(21)和式(22)可以得到 γ_0 的估值 $\hat{\gamma}_0$:

$$\hat{\gamma}_0 = \frac{u(t_1) - u(t_2)}{6(t_1 - t_2)} \quad (23)$$

估计出参数 $\{t_0, \beta_0, \gamma_0, D_0\}$ 后, 下面估计初始频率 ω_0 和时间宽度 σ_0 , 方法如下:

(1) 利用估计出的 \hat{t}_0 , $\hat{\beta}_0$ 及 $\hat{\gamma}_0$ 构造参考函数:

$$s_{\text{ref1}}(t) = \exp\{-j\hat{\beta}_0(t - \hat{t}_0)^2 - j\hat{\gamma}_0(t - \hat{t}_0)^3\} \quad (24)$$

用此参考函数对原信号 $s(t)$ 解调频, 得到如下关系式:

$$h_1(t) = s(t)s_{\text{ref1}}(t) \approx D_0(\pi\sigma_0^2)^{-0.25} \cdot \exp\left\{-\frac{(t - t_0)^2}{2\sigma_0^2} + j\omega_0(t - t_0)\right\} \quad (25)$$

由上式可见, 解调频后的信号具有正弦信号的形式, 因此可以通过傅里叶变换得到 ω_0 的估计:

$$\hat{\omega}_0 = \arg \max\{\text{FFT}[h_1(t)]\} \quad (26)$$

(2) 利用估计出的 \hat{t}_0 及 $\hat{\omega}_0$ 构造参考函数:

$$s_{\text{ref2}}(t) = \exp\{-j\hat{\omega}_0 t(-\hat{t}_0)\} \quad (27)$$

用此参考函数乘以信号 $h_1(t)$, 可以得到

$$h_2(t) = h_1(t)s_{\text{ref2}}(t) \approx D_0(\pi\sigma_0^2)^{-0.25} \exp\left\{-\frac{(t - t_0)^2}{2\sigma_0^2}\right\} \quad (28)$$

此时原信号 $s(t)$ 已被解调为实信号, 由式(28)可见, 可通过峰值的一维搜索得到 σ_0 的估计:

$$\hat{\sigma}_0 = \frac{\hat{D}_0^2}{\sqrt{\pi \{\max|h_2(t)|\}^2}} \quad (29)$$

采用以上算法, 可以获得单分量修正 Chirplet 函数所有参数 $\{D_0, \sigma_0, t_0, \omega_0, \beta_0, \gamma_0\}$ 的快速估计。但是实际上信号中会包含有多个分量, 而且不同信号分量的强度往往相差很大, 此时, 可采用类似于“CLEAN”技术依次估计出每个信号分量, 过程如下:

(1) 根据式(18), 式(20), 式(23), 式(26), 式(29)估计出第一个强信号分量的所有参数 $\{D_0, \sigma_0, t_0, \omega_0, \beta_0, \gamma_0\}$;

(2) 在 $\hat{\omega}_0$ 附近设计一个带宽极窄的带阻滤波器 $\text{win}(\omega_0)$, 形式如下:

$$\text{win}(\omega_0) = \begin{cases} 0, & \omega_L < \hat{\omega}_0 < \omega_R \\ 1, & \text{其它} \end{cases} \quad (30)$$

其中 ω_L, ω_R 的数值根据窄谱的宽度确定。

(3) 计算下式, 得到第一个强信号分量被滤除后的信号

$$x(t) = \text{IFFT}\{\text{FFT}[h_1(t)] \cdot \text{win}(\omega_0)\} \quad (31)$$

(4) 构造解调频参考信号:

$$s_{\text{ref3}}(t) = \exp\{j\hat{\beta}_0(t - \hat{t}_0)^2 + j\hat{\gamma}_0(t - \hat{t}_0)^3\} \quad (32)$$

然后计算下式, 将其它分量校正为原来的形式, 从而得到第一个强信号分量被滤除的回波信号 $s_1(t)$:

$$s_1(t) = x(t)s_{\text{ref3}}(t) \quad (33)$$

(5) 重复步骤 (1)~步骤(4), 直到检测不出明显的修正型 Chirplet 信号为止。

由式(13)可见, 信号的三次相位函数是一种双线性变换, 像所有的双线性时频变换一样, 当信号包含多个分量时会产生交叉项。文献[9]表明, 三次相位函数的交叉项分散在信号的时间—瞬时频率变化率平面上, 不影响对信号自身项的检测和参数估计。

4 实验结果

下面分别以仿真信号和蝙蝠回声定位信号为例, 来说明上述算法的有效性。

(1) 仿真信号 该信号包含两个修正型 Chirplet 分量, 共 256 点, 历时 20s, 表 1 列出了每个分量参数的真值与其相应的估计值, 可以看到, 该算法的估计精度较高。估计完毕后, 剩余信号能量不到原信号能量的 11%。

表 1 修正型 Chirplet 参数真实值与估计值的比较

		D_n	σ_n	t_n	ω_n	β_n	γ_n
1	T	2.0000	2.0000	8.0000	10.0000	0.5000	0.0100
	E	2.0408	2.0412	8.0315	10.0531	0.5050	0.0106
2	T	0.5000	4.0000	12.0000	5.0000	0.3000	0.0500
	E	0.4925	3.6329	12.1260	5.0265	0.3200	0.0497

注: T 表示真值; E 表示估计值。

(2) 蝙蝠回声定位信号 蝙蝠的回声定位信号共 400 点, 历时 2.5ms, 图 2(a)为信号的时域波形; 图 2(b)是相应的 Wigner-Ville 分布, 从图中可以看出, 交叉项成分严重干

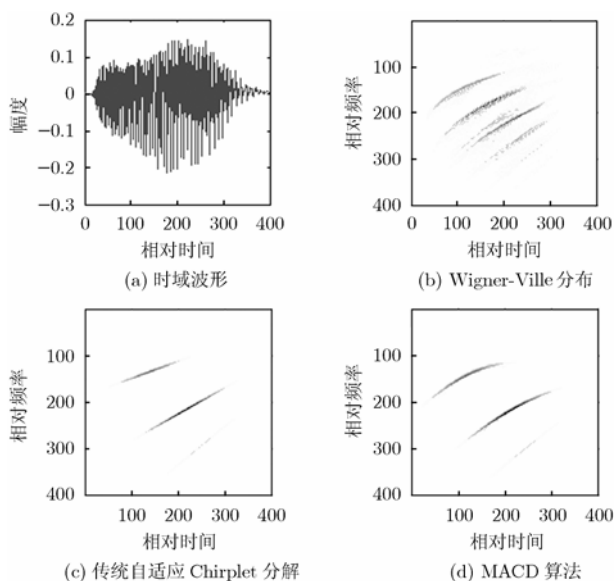


图2 蝙蝠回波定位脉冲及其时频分布

扰着信号项;图 2(c)是基于传统自适应 Chirplet 分解后的 Wigner-Ville 分布,该分布不含交叉项,但对信号时变特性的刻画存在明显失真;图 2(d)是基于本文提出的 MACD 算法分解出每个信号分量后,计算其高阶 Wigner-Ville 分布后的分析结果,不难看出,MACD 算法能同时刻画蝙蝠回声定位脉冲中的非线性和线性时变成分,可更精确地显示信号分量的频率随时间的变化特性。

5 结束语

当信号频率成分随时间做非线性变化时,如蝙蝠回声定位脉冲信号,由于传统的信号分解方法均仅适合于处理频率成分随时间做线性变化的信号,这样导致基函数个数的增加以及信号分解的不精确性。基于此,本文在自适应 Chirplet 分解的基础上,提出了修正的自适应 Chirplet 分解(Modified Adaptive Chirplet Decomposition, MACD)算法,将

Chirplet 基函数推广到三次相位信号的形式,可以很好地逼近信号中的非线性时变结构成分。同时,本文提出了基于信号三次相位函数的快速分解方法,使得 MACD 算法得以容易地实现,具有较大的应用价值。

参考文献

- [1] Cohen L. Time-frequency distributions——A review. *Proc. IEEE*, 1989, 77(7): 941-981.
- [2] Hlawatsch F and Boudreaux-Bartels G F. Linear and quadratic time-frequency signal representations. *IEEE Signal Processing Magazine*, 1992, 9(2): 21-67.
- [3] Qian S, et al. Signal representation using adaptive normalized Gaussian functions. *Signal Processing*, 1994, 36(1): 1-11.
- [4] Mallat S, et al. Matching pursuit with time-frequency dictionaries. *IEEE Trans on SP*, 1993, 41(12): 3397-3415.
- [5] 殷勤业, 倪志芳等. 自适应旋转投影分解法[J]. 电子学报, 1997, 25(4): 52-58.
- [6] 邹虹, 保铮. 一种有效的基于 Chirplet 自适应信号分解算法. 电子学报, 2001, 29(4): 515-517.
- [7] 殷勤业, 倪志芳. 自适应旋转投影分解法的快速实现. 通信学报, 1998, 19(1): 22-28.
- [8] O'shea Peter. A new technique for instantaneous frequency rate estimation. *IEEE Signal Processing Letters*, 2002, 9(8): 251-252.
- [9] O'shea Peter. A fast algorithm for estimating the parameters of a quadratic FM signal. *IEEE Trans on SP*, 2004, 52(2): 385-393.

王 勇: 男, 1979 年生, 博士生, 研究方向为非平稳信号时频分析及其在合成孔径雷达成像中的应用.

姜义成: 男, 1964 年生, 教授, 博士生导师, 研究方向为雷达信号处理、目标识别技术等.