

一种基于神经网络的卡尔曼滤波改进方法

蒋恩松 李孟超 孙刘杰

(上海理工大学光学与电子信息工程学院 上海 200093)

摘要: 卡尔曼(Kalman)滤波是一种基于最小方差估计的递推式滤波方法,它要求信号的状态模型是已知的,这就限制了它在实际中的应用。利用神经网络的良好非线性映射能力对实际系统进行系统辨识,可以获得符合精度要求的系统状态方程,很大程度改进了卡尔曼滤波的效果。相对于一些经典的卡尔曼滤波改进算法,这种方法具有应用范围广和数学建模简单易行的优点。将神经网络与卡尔曼滤波相结合的方法用于图像复原实验,结果表明,该方法具有可行性和有效性。

关键词: 图像复原; 卡尔曼滤波; 神经网络

中图分类号: TP391

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2007)09-2073-04

An Improved Method of Kalman Filter Based on Neural Network

Jiang Ens-ong Li Meng-chao Sun Liu-jie

(Optical & Electronic Information Engineering College,

University of Shanghai for Science and Technology, Shanghai 200093, China)

Abstract: Kalman filter is a recursive filtering method based on minimum variance estimation, but it assumes that the signal's state model is exactly known, which restricts its application in practice. Nevertheless the system's state equation can be obtained through the identification of systems by using neural network's good abilities of non-linear mapping. In contrast to some classic improved algorithm of Kalman filtering, this method has the advantages of wide application range, simple and feasible mathematical modeling. In this paper, the method which integrates neural network and Kalman filter is implemented for image restoration. The experiment result shows that the provided method is effective and available.

Key words: Image restoration; Kalman filtering; Neural Networks(NN)

1 卡尔曼滤波基本理论及其经典改进算法

1.1 卡尔曼滤波的基本理论

卡尔曼(Kalman)滤波是一种递推线性最小方差估计,主要解决从加法型信号 $x_t = s_t + n_t$ 中提取有用信号 s_t 。它是根据前一个估计值和最近一个观测数据来估计信号的当前值,对于状态空间模型的状态矢量估计是一种强有力的手段,在理论上具有重要价值^[1,2]。在实际应用中,常常是将系统离散化,用离散化后的差分方程来描述连续系统。下面概要讨论一般的离散随机系统的卡尔曼滤波。

卡尔曼滤波的离散状态方程由下列状态方程和测量方程描述:

$$\mathbf{x}_k = \mathbf{A}_k \mathbf{x}_{k-1} + \mathbf{w}_{k-1} \quad (1)$$

$$\mathbf{y}_k = \mathbf{C}_k \mathbf{x}_k + \mathbf{v}_k \quad (2)$$

这里假设动态噪声 \mathbf{w}_k 与观测噪声 \mathbf{v}_k 都是均值为零的正态噪声,且两者互不相关。按最小方差估计方法,可推得递推公式:

$$\hat{\mathbf{x}}_k = \mathbf{A}_k \hat{\mathbf{x}}_{k-1} + \mathbf{H}_k (\mathbf{y}_k - \mathbf{C}_k \mathbf{A}_k \hat{\mathbf{x}}_{k-1}) \quad (3)$$

其中 $\hat{\mathbf{x}}_k$ 是 k 时刻系统状态向量真值 \mathbf{x}_k 的估计值, \mathbf{H}_k 是最小均

方误差条件下的增益矩阵,即

$$\mathbf{H}_k = \mathbf{P}'_k \mathbf{C}_k^T (\mathbf{C}_k \mathbf{P}'_k \mathbf{C}_k^T + \mathbf{R}_k)^{-1} \quad (4)$$

$$\mathbf{P}'_k = \mathbf{A}_k \mathbf{P}_{k-1} \mathbf{A}_k^T + \mathbf{Q}_{k-1} \quad (5)$$

$$\mathbf{P}_k = (\mathbf{I} - \mathbf{H}_k \mathbf{C}_k) \mathbf{P}'_k \quad (6)$$

式(5)称为预测误差协方差矩阵,式(6)称为误差协方差滤波(校正)方程。其中 $\mathbf{Q}_k = \text{var}[\mathbf{w}_k] = E[\mathbf{w}_k \mathbf{w}_k^T]$ 称为动态噪声协方差阵, $\mathbf{R}_k = \text{var}[\mathbf{v}_k] = E[\mathbf{v}_k \mathbf{v}_k^T]$ 为测量噪声协方差阵。

式(3)~式(6)是卡尔曼滤波的基本关系式,它是一种递推式的滤波方法,这种方法无须保存过去的历史数据,只要新数据测得后,结合前一时刻已求出的估计值及系统本身的状态方程,按一定的递推方式即可求得新的估计值,这就特别适用于电子计算机上的计算。在空间技术、工业过程控制与电子工程等领域得到了比较广泛的应用。

1.2 一些经典卡尔曼滤波改进算法

传统卡尔曼滤波只有在其数学模型确定的情况下才是最佳的,但要将其应用于实际系统中,有许多问题需要解决。例如初始状态的统计特性 \mathbf{x}_0 , \mathbf{P}_0 的设定,要求事先给出系统状态向量的统计特性,噪声的模型,以及系统状态向量与噪声之间的相互关系等。但最主要的是确定精确的数学模型。其使用受到一定的限制。于是,一些学者对其进行改进,提

出了不少改进的方法和思路。概括地讲，这些改进算法可分成两类：

如果能准确地获得噪声统计的特性，滤波器的性能就能大大提高。因此，如何更精确估计模型中的噪声方差阵 Q 和 R ，提高滤波精度，防止滤波发散，是改进卡尔曼滤波的一个主要方面。这一方面的改进算法可归结为自适应滤波范畴。关于自适应滤波和自适应控制等问题的理论研究，文献 [2,3]进行了综述性的讨论。文献[4-6]给出了一些基于自适应滤波理论常见的卡尔曼滤波改进算法。

另一方面，卡尔曼滤波需要解决对非线性系统的应用问题。而卡尔曼滤波是在线性系统的基础上发展起来的，问题的关键可归结为非线性方程的线性化。对离散、线性系统的卡尔曼滤波估计公式改进后可以推广应用于连续的非线性系统，这种改进的卡尔曼滤波算法即所谓的扩展卡尔曼滤波(Extended Kalman Filter, EKF)。它是解决非线性滤波问题常用的和有效的一种方法^[7]。一种改进的推广卡尔曼滤波^[8](MEKF)和自适应推广卡尔曼滤波^[9](AEKF)的估计结果可以逼近真实值。

诚然，以上改进思路对于防止滤波发散具有应用价值，是比较经典的改进算法。但这些改进方法都是针对具体的实际系统，在应用中并不具有普适性，换言之，从一般意义来说，这些方法并不能达到减免模型误差的目的^[6]。因为卡尔曼滤波是要求信号的状态模型是已知的，而在实际应用中，系统的数学模型的建立是复杂和困难的，很多情况下甚至不可能建立精确的数学模型。考虑到模型的近似度决定了滤波的精确度，从建立准确的系统状态方程的角度，本文提出一种利用神经网络良好的建模能力对卡尔曼滤波进行改进的方法。

2 基于神经网络技术的卡尔曼滤波

2.1 基于神经网络的系统辨识简介

基于神经网络的系统辨识，就是选择适当的神经网络作为被辨识系统 P 的模型 \hat{P} 、逆模型 \hat{P}^{-1} (假定 P 是可逆的)，也就是用神经网络来逼近实际系统或其逆。由于神经网络的非线性映射能力、学习能力和黑箱建模能力，近二十年来，基于神经网络的线性或非线性的系统辨识一直受到人们的广泛关注^[10]。

2.2 基于 BP 神经网络的卡尔曼滤波

根据传统的卡尔曼滤波的特点，为解决系统建立尽可能精确的数学模型的问题，降低系统建模的复杂度，本文利用神经网络技术的优良的非线性映射能力，提出一种基于神经网络技术的卡尔曼滤波新的改进方法。其核心思想是将系统状态矩阵 A_k 用神经网络进行模型参数辨识，采用确定性采样方法选取有限样本进行训练以获得所需精度的状态矩阵 \hat{A}_k ，从而可利用卡尔曼滤波进行处理。将传统卡尔曼滤波与神经网络相结合得到的改进算法的信号流程结构见图 1。

与前述经典的卡尔曼滤波比较，基于神经网络的方法无需为系统建立数学模型，降低了传统卡尔曼滤波在数学建模上的复杂度和困难度。在非线性随机系统应用中，也不需要线性微分方程的存在，弱化了 EKF 方法的条件。从而增强了卡尔曼滤波的普适性，拓展卡尔曼滤波的应用范围。

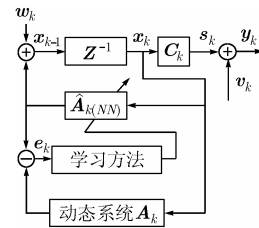


图 1 基于神经网络的卡尔曼滤波的信号模型框图

3 应用于图像复原的实例

3.1 图像复原的实现

原始图像如图 2(a)所示，将它打印后再进行扫描得图 2(b)，不失一般性，尺寸均为 252×252 并将图像处理成灰度图。在这里，可以把图 2(a)看作是成像物体，用 $f(x,y)$ 描述，打印机和扫描仪可以从总体上看成是一个成像系统，用算符 H 来隐含地表示该成像系统所有重要性质；图 2(b)可看作是图 2(a)经过该系统所成的像，用 $g(x,y)$ 表示，则图像的始成过程可简单表示成： $g(x,y) = Hf(x,y) + n(x,y)$ 。在这里的 $n(x,y)$ 是一种统计性质的信息。在实际应用中，往往假设噪声是白噪声。令点扩散函数 $h(x,\alpha,y,\beta) = H\delta(x-\alpha,y-\beta)$ 。考虑到该系统是线性位移不变系统，则可表示成

$$g(x,y) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} f(\alpha,\beta)h(x-\alpha,y-\beta)d\alpha d\beta + n(x,y) \quad (7)$$

$$= f(x,y) \otimes h(x,y) + n(x,y)$$

可以看到，原始图像与扫描图像有比较明显的区别。这是因为在图像的形成、传输以及记录显示过程中，由于实际成像系统的局限性、传输介质的影响、环境随机噪声等使得所记录下来的图像几乎都有一定程度的质量降级，这就是所谓的“图像退化”。在此，采取卡尔曼滤波方法对扫描图像进行图像复原，首先需要确定点扩散函数，从而获得系统的状态方程。采用神经网络技术进行系统辨识后，则其卡尔曼滤波方程可以很容易表示成

$$x_k = \hat{A}_k x_{k-1} + w_{k-1} \quad (8)$$

$$y_k = I_k x_k + v_k \quad (9)$$



图 2 原始图像及复原前后图像

其中 \hat{A}_k 由系统辨识而来，即我们把扫描图像的数据作为神

神经网络的输入数据, 而把原始图像的数据作为神经网络期望的输出, 在这里, 采用的是BP三层神经网络, 图像的每一列作为神经网络的一个输入向量, 则其输入层神经元 252 个, 输出层神经元也是 252 个, 可以根据经验公式 $n_2=2n_1+1$ (n_2 是隐层神经元数, n_1 为输入层神经元数), 并经实际训练的检验调整确定其隐层神经元 510 个。这样, 经过 20 幅图像数据训练即可达到令人满意的性能。经过神经网络辨识后事实上已经较为接近原始图像, 可以认为观测图像没有降质过程。当然这里的系统噪声还是存在的, 所以可以简单地把观测矩阵看成是单位阵 I_k 。系统动态噪声确定并不困难, 可以根据一定的原始图像数据结合其扫描图像的数据进行分析得到。而观测噪声确定要复杂得多, 因为这要涉及到复原图像数据。我们可以根据复原效果进行多次统计分析得到。如果系统辨识结果精度足够高的话, 观测噪声引起的误差是很小的。 x_k 和 y_k 都是 252 维的向量, 表示的是图像某列的像素。其初始值可以由某一具体的原始图像的第一列像素值给出。关于图像复原的卡尔曼滤波算法及具体实现过程, 很多文献 [11] 已有研究, 限于篇幅, 在这里就不赘述了。

3.2 结果与分析

经滤波复原后的图像见图 2(c), 分别从图 2 所示 3 幅图像取 165 行 155 列到 184 行 194 列之间的 800 个像素点分析, 见图 3。可以明显看出, 复原图像很大程度上接近原始图像, 且噪声得到了很好地抑制。因此, 相对经典的卡尔曼滤波改进方法, 融合神经网络技术的卡尔曼滤波方法具有以下显著的特点:

(1) 数学建模简单, 精确度高, 实践中容易实现。在实际处理系统当中, 更多的是包含许多非线性环节的, 且存在着很多不确定的因素的复杂系统, 从而使得大多数情况下在理论上不易找到非常确定的模型。虽然扩展卡尔曼滤波能够解决对非线性系统的应用问题, 由于上述原因, 给其实际应用带来了很大的局限性。理论上已经证明三层 BP 网络可以实现任意的非线性关系的映射 [12], 这就意味着可以通过神经网络技术对系统进行有效辨识, 从而获得精确系统模型, 降低了系统建模的复杂度。在本图像复原实例中, 通过神经网络技

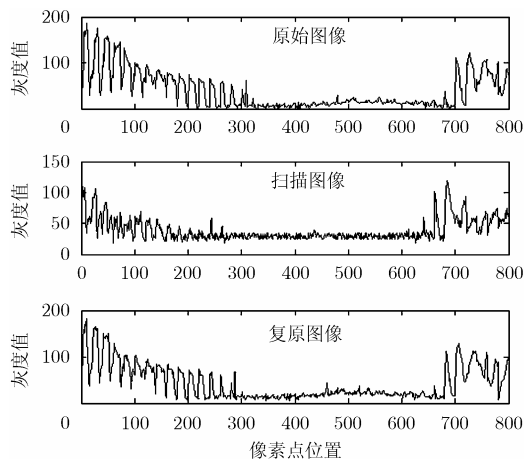


图3 3幅图像的灰度值比较

术进行系统辨识, 可以得到相当精确的状态方程, 有效地保证了滤波的精确度, 图像复原效果较好。如采用一些经典卡尔曼滤波, 则不大可能得到确定的模型, 即使通过繁琐的实验统计和复杂的数学推导能够找到一个近似模型, 可能差别也是比较大, 复原效果很难保障, 也就没有多大的实用意义。

(2) 能有效提高滤波精度, 防止滤波发散。从卡尔曼滤波的递推公式来看, 需要使用系统及观测信息 A_k , Q_k , H_k 和 R_k 的全部精确知识。因而当系统的这些信息参数不完全已知时, 就需要在进行状态估计之前或同时对信息参数中的未知部分进行估计, 经典的自适应卡尔曼滤波即是通过各种方法以获取模型中的噪声方差阵 Q 和 R 尽可能的精确估计 (通常比较困难), 从而达到提高滤波精度和防止滤波发散的目的。例如自适应推广卡尔曼滤波 [9] (AEKF) 通过一系列的估值迭代, 数学推导繁琐, 最终得到的估值算法需要对 Q_k 进行实时估计, 在实际应用时, 还需考虑滤波器初值的选择, 否则容易使自适应滤波发散, 这就增加了系统的运算量, 系统的实现也显得复杂。由于神经网络对动态过程具有良好的自适应性, 运用于卡尔曼滤波, 则能充分抑制滤波发散, 提高滤波精度。从图像复原实现过程来看, 分别用两组有所差别的 Q 和 R 估计值进行滤波复原, 复原效果并没有什么差别。同时还能看到, 一定范围内滤波初始值的任意给定也不会引起滤波的发散。这表明了此方法对噪声方差阵 Q 和 R 估计值精度要求不高, 自适应性强, 使得在确定噪声方差阵 Q 和 R 的过程中, 很大程度上减轻了设计者的工作量。

总而言之, 基于神经网络技术的卡尔曼滤波既能实现自适应滤波和扩展卡尔曼滤波的功能, 又能将卡尔曼滤波的各环节及实现条件进行简单化处理而不影响滤波精度, 降低了实际系统实现的复杂度, 比之经典卡尔曼滤波改进方法具有更大的应用范围。诚然, 很多时候当运用神经网络进行系统辨识, 在进行训练时的计算量是相当大的, 这也是神经网络技术发展中要解决的问题。然而, 神经网络进行系统辨识一般是采取离线学习, 训练过程和辨识过程是两个不同的过程, 将训练好的网络运用于卡尔曼滤波系统辨识时, 事实上它就相当于一个实时系统, 完全适合卡尔曼滤波的实现条件, 在大多数应用场合并不会带来局限性, 实践中应用也相对容易, 因此, 可以肯定, 融合神经网络技术的卡尔曼滤波的改进方法对于推广卡尔曼滤波的应用具有实际意义。

4 结束语

虽然不少实际问题都可满足卡尔曼滤波的限制条件, 但当实际系统的非线性特性稍强或者噪声特性偏离高斯分布较大时, 或者实际系统根本就不可能建立一个精确的状态模型时, 尽管卡尔曼滤波具有突出优点, 也是不能应用的, 如本例的图像复原就不能简单从一般的卡尔曼滤波来解决。然而, 应用神经网络技术可以比较容易解决这个问题。实验表明, 图像复原效果是令人满意的。可以说, 神经网络融合到

卡尔曼滤波这样的新随机—人工智能信息融合方法无疑具有很好的应用前景。

参 考 文 献

- [1] Grewal M S and Andrews A P. Kalman Filtering: Theory and Practice[M]. New Jersey: Prentice Hall, 1993: 1-10.
- [2] Parkum J E, Poulsen N K, and Holst J. Recursive forgetting algorithms[J]. *International Journal of Control*, 1992, 55(1): 109-128.
- [3] Safak E. Adaptive modeling, identification, and control of dynamic structural systems, I: theory[J]. *Journal of Engineering Mechanics, ASCE*, 1989, 115(11): 2386-2403.
- [4] Koh C G and See L M. Identification and uncertainty estimation of structural parameters[J]. *Journal of Engineering Mechanics, ASCE*, 1994, 120(6): 1219-1237.
- [5] Lin J W, Betti R, and Longman R W, et al. On-line identification of non-linear structural systems using a variable trace approach[J]. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 2001, 30(9): 1279-1303.
- [6] 徐天河, 杨元喜. 改进的 Sage 自适应滤波方法[J]. *测绘科学*, 2000, 25(3): 22-24.
Xu Tian-he and Yang Yuan-xi. The improved method of sage adaptive filtering[J]. *Science of Surveying and Mapping*, 2000, 25(3): 22-24.
- [7] 邓自立, 王建国. 非线性系统自适应推广的 Kalman 滤波[J]. *自动化学报*, 1987, 13(5): 375-379.
Deng Zi-li and Wang Jian-guo. Adaptive extended Kalman filtering for nonlinear systems[J]. *Acta Automatica Sinica*, 1987, 13(5): 375-379.
- [8] Ahmed N U and Radaideh S M. Modified extended Kalman filtering [J]. *IEEE Trans. on Automatic Control*, 1994, 39(6): 1322-1326.
- [9] 周 荻, 胡振坤, 胡恒章. 自适应推广 Kalman 滤波应用于导弹的被动制导问题[J]. *宇航学报*, 1997, 18(4): 31-36.
Zhou Di, Hu Zhen-kun, and Hu Heng-zhang. Adaptive extended Kalman filtering for passive missile guidance problem[J]. *Journal of Astronautics*, 1997, 18(4): 31-36.
- [10] 顾成奎, 王正欧. 非平稳环境下提高神经网络辨识能力的新方法[J]. *系统工程学报* 2003, 18(4): 300-301.
Gu Cheng-kui and Wang Zhe-nou. New method to improve identification ability of neural networks in non-stationary environment[J]. *Journal of Systems Engineering*, 2003, 18(4): 300-301.
- [11] 于亦凡, 周祥龙. 模糊图像的 Kalman 滤波恢复方法[J]. *青岛大学学报(工程技术版)*, 2001, 16(3): 67-69.
Yu Yi-fan and Zhou Xiang-long. Image Restoration by Kalman Filter[J]. *Journal of Qingdao University*, 2001. 16(3): 67-69.
- [12] Parles Alexander C. An accelerated learning algorithm for multiplayer perception networks[J]. *IEEE Trans.on Neural Networks*, 1994, 5(3): 493-495.
- 蒋恩松: 男, 1972 年生, 硕士生, 讲师, 研究方向为计算机控制及信息处理.
- 李孟超: 男, 1953 年生, 教授, 研究方向为激光精密测量及仪器设计.
- 孙刘杰: 男, 1965 年生, 副教授, 研究方向为光学信息处理及测量与控制技术.