

IPO+FMM 混合方法结合 GRI 和级联技术计算电大腔体的 RCS

罗 威 高正平 张怀武
(电子科技大学微电子与固体电子学院 成都 610054)

摘要: 采用快速方法(FMM, RPFMM, FaFFA)加速迭代物理光学法(IPO)的迭代过程,可以快速计算电大腔体的电磁散射特性。采用广义互易积分,用靠近腔体终端的一个 S_t 面将腔体分成两段,形状简单光滑的腔体前端用 IPO 结合快速算法处理,而腔体终端单独分析。为了能够处理深腔体和进一步加快计算速度,将腔体前端进一步分成几个子腔体,每一个子腔体独立分析,通过一个级联方法求得腔体前端在 S_t 面产生的辐射场,最终在 S_t 面用广义互易积分求得腔体的 RCS。数值计算结果表明该方法是准确的,同时能有效地提高计算速度。

关键词: 广义互易积分; 腔体; 快速多极子法; 迭代物理光学法

中图分类号: TN011

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2007)09-2269-05

Fast Calculate the RCS of Electrically Large Cavity by IPO+FMM Combined with the GRI and Connection Technology

Luo Wei Gao Zhen-ping Zhang Huai-wu
(Dept. of Microelectronics and Solid-State Electronics, UEST of China, Chengdu 610054, China)

Abstract: The method combined IPO, FMM, RPFMM, FaFFA can rapidly solve the scattering of three-dimensional cavity. In this paper, the Generalized Reciprocity Integral(GRI) method is applied to treat the cavities with termination. The cavity is divide into two different parts by a surface S_t which is located sufficiently close to the termination, the front section (typically simple and smooth) is analyzed by a hybrid method which IPO combined with FMM, RPFMM and FaFFA, the termination can be analyzed independently. To solve the deep cavities and improve computing speed the front section of cavity is subdivided into several sections, and each of them is analyzed independently using the IPO combined fast computing method from the rest of the cavity. Then a connection scheme is used to get the scattering field radiated by the front section at the surface S_t . Finally the RCS of the cavity is get by the GRI at surface S_t . The numerical results show the hybrid method is accurate enough and can improve effectively computing speed.

Key words: Generalized reciprocity integral; Cavity; Fast multipole method; Iterative physical optics

1 引言

在现代隐身技术的研究中,以进气道为代表的电大腔结构使入射波在腔体内多次反射,从而形成飞行器头部的强散射源,因此进气道电磁散射特性的研究是隐身技术的重要研究课题之一。现代飞行器的进气道底部往往带有涡轮叶片等复杂结构,这种复杂终端用高频方法是难以准确处理的,而受到内存和计算时间的限制,不可能采用精确的低频数值方法来计算整个腔体的RCS。一个有效的办法是高频方法结合低频数值方法来处理带复杂终端的电大腔体^[1-5]。本文采用广义互易积分(GRI)^[2-3,6,7],用一个靠近腔体终端的 S_t 虚拟面将腔体分成电大、光滑的前端和腔体尾端两部分,每部分独立分析。腔体前端用迭代物理光学法(IPO)结合快速算法计算,迭代物理光学法是Basteiro等人 1995 年提出的^[8],该方法考虑了入射波在腔体内的多次反射,计入了各个子散射体之间的相互作用,比一般的基于射线的方法(诸如弹跳射线法

(SBR)、广义射线展开法(GRE)等)具有更高的计算精度,能够有效地对电大腔体电磁散射特性进行分析^[8-10]。快速多极子方法(FMM)是美国Yale大学的Rokhlin在提出的。90年代中、后期, Lu和Chew等将该方法用于快速高效地计算电大复杂目标的电磁散射^[11,12]。这里为了进一步提高IPO的计算速度,在迭代过程中应用FMM的思想减少辐射源,同时利用射线多极子方法(RPFMM)和快速远场近似算法(FaFFA)减少FMM转移因子中参与计算的角谱分量,从而极大地提高了计算效率,而腔体终端独立分析。

尽管IPO结合快速算法可以有效提高腔体前端的计算速度,但是对于电大深腔体,由于未知量(分块面元)数目很多,其计算时间仍然是难以接受的。在文献[13]中提出了三维腔体的分段级联算法,这种方法先对腔体分段,对表面积分方程离散用矩量法求得每一分段的导纳矩阵,进而通过对各段级联获得总的导纳矩阵,通过广义网络公式和等效原理计算求得腔体口面上的等效磁流而最终算出远区的散射场。这种方法把一个电大问题分解成若干个小问题求解,从而

有效地降低了计算量，但是由于矩量法在计算时间和存储空间的限制，这种方法仍然难以求解电大腔体。文献[7]利用基尔霍夫近似(Kirchhoff approximation)和腔体前端电大、光滑的特性，推导了用IPO求解散射矩阵，从而实现了IPO的分段级联算法。因为IPO是基于高频的物理光学近似，面元剖分密度小，而且它的迭代次数与入射波在腔体内反射的次数相关，在入射角度不大时，迭代次数较少，所以IPO比矩量法等精确算法有更高的计算效率，用这种方法可以求解尺寸更大的深腔体^[7]。本文将腔体前端分成几个子腔体，在求解每个子腔体的散射矩阵时用IPO结合快速算法独立分析，然后用级联方法求得腔体前端在 S_t 面产生的辐射场，最终在 S_t 面利用广义互易积分求得远区散射场。

2 理论分析

2.1 广义互易积分

广义互易积分是 Pathak 和 Burkholder 1993 年提出来的^[6]，用来处理带有复杂障碍物或终端的腔体，文献[2, 3]结合高低频方法，应用广义互易积分来处理带有复杂终端的电大腔体，它把整个腔体分成腔体前端和包含终端结构的腔体尾端，这两部分独立分析，从而降低了计算难度，而且比较口面积分 AI (Aperture Integration)，广义互易积分求散射场时在 S_t 面积分，不需要由 S_t 面向口面的“回朔”过程，在单站 RCS 计算时大大降低了计算量。如图 1 所示，腔体被分成两段，前端为形状简单、光滑的典型腔体，尾端包含终端结构。

图 1 中 \mathbf{W}_t^+ ， \mathbf{W}_t^- 是定义的两个矢量^[7]，分别表示入射场和反射场的切向分量。

$$\mathbf{W}_t^+ = \begin{pmatrix} \mathbf{E}_t^+ \\ \mathbf{H}_t^+ \end{pmatrix}, \quad \mathbf{W}_t^- = \begin{pmatrix} \mathbf{E}_t^- \\ \mathbf{H}_t^- \end{pmatrix} \quad (1)$$

因为腔体前端用 IPO 结合快速算法处理，如果尾端采用精确算法处理，因为分块密度大，因此 S_t 面应尽可能靠近尾端以减少精确计算方法的计算区域。

广义互易积分的公式为^[2,3,7]：

$$\hat{\mathbf{p}} \cdot \mathbf{E}_P^s(P) \approx \int_{S_t} (\mathbf{E}_t^- \times \mathbf{H}_t^+ - \mathbf{E}_t^+ \times \mathbf{H}_t^-) \cdot \hat{\mathbf{n}}_t ds \quad (2)$$

\mathbf{E}_t^+ ， \mathbf{H}_t^+ 是在 P 点检验源 \mathbf{J}_t 激励下，腔体前端在 S_t 面产生的入射场的切向分量，如图 2 所示。 \mathbf{E}_t^- ， \mathbf{H}_t^- 是 P' 点源 \mathbf{J}_t' 激励下，腔体存在终端结构情况下由尾端在 S_t 面产生的散射

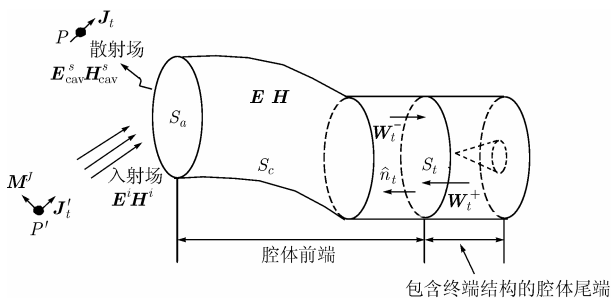


图 1 广义互易积分的腔体分段示意图

场的切向分量，如图 3 所示， $\hat{\mathbf{n}}_t$ 是 S_t 面的法线，指向腔体外部。

$\bar{\mathbf{E}}_P^s(P)$ 是整个腔体在 P' 点源 $\bar{\mathbf{J}}_t'$ 激励下在 P 点产生的散射场。这里源和检验源取

$$\mathbf{J}_t = \hat{\mathbf{p}} \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}') \quad (3)$$

$$\mathbf{J}_t' = \hat{\mathbf{p}} \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}') \quad (4)$$

严格的求解腔体散射场，公式(2)中的被积函数应该包含腔体前端和尾端的相互作用、腔体内部和外部几何结构的多次作用，然而对于电大腔体，如果要考虑全部影响因素其分析难度和计算量都是相当大的，本文在计算时忽略了腔体内部与外部几何结构、腔体前端和尾端的多次相互作用，实际上对于电大腔体这些作用确实是微不足道的^[3, 14-15]。

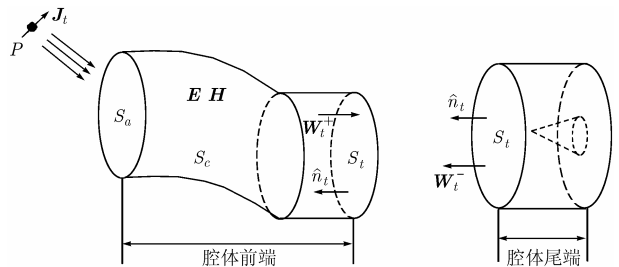


图 2 腔体前端在 S_t 面产生的入射场 \mathbf{E}_t^+ ， \mathbf{H}_t^+

图 3 包含复杂终端的腔体尾端在 S_t 面产生的散射场 \mathbf{E}_t^- ， \mathbf{H}_t^-

2.2 FMM、RPFMM、FaFFA 加速 IPO 腔体级联算法

为了减少腔体前端的计算复杂度，如图 4 所示，对腔体前端进一步分段。在文献[7]中详细推导了分段 IPO 级联算法的实现过程，这里不再赘述。在求解每段子腔体的散射矩阵时，本文引入 FMM 进一步加速 IPO 的迭代过程，利用沿着组中心连线方向上及其附近的角谱分量贡献最大而远离该传播方向的角谱分量贡献很小的特性，对转移因子加窗函数处理，随着组间距离增大，用 RPFMM，FaFFA 进一步加速计算。

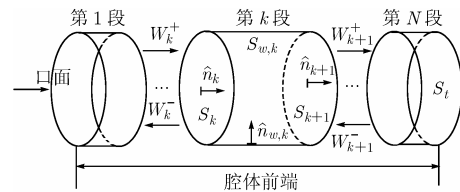


图 4 腔体前端分段示意图

IPO 结合快速算法求解散射矩阵的过程如下：

获得第 k 段子腔体壁面的入射磁场：

$$\mathbf{H}_k^{\text{inc}}(\mathbf{r}) = \int_{S_k} \hat{\mathbf{n}}_k \times \mathbf{H}_k^+(\mathbf{r}') \times \nabla G_0(\mathbf{r} - \mathbf{r}') ds' + \frac{1}{jkZ_0} \nabla \times \int_{S_k} \mathbf{E}_k^+(\mathbf{r}') \times \hat{\mathbf{n}}_k \times \nabla G_0(\mathbf{r} - \mathbf{r}') ds' \quad (5)$$

如图 4 所示公式中 $\hat{\mathbf{n}}_k$ 为第 k 段子腔体口面 S_k 的法线指向第 k 段子腔体内部， k 为自由空间的波数， Z_0 为自由空间的本征阻抗， \mathbf{E}_k^+ ， \mathbf{H}_k^+ 为口面 S_k 上的入射场切向分量。

用 IPO 求解每个子腔体内壁上的等效电流，迭代过程用

FMM, RPFMM 和 FaFFA 加速计算。

$$\begin{aligned}
 \mathbf{J}_{w,k}^{(i)} &= 2\hat{n}_{w,k} \times \mathbf{H}_k^{\text{inc}} + 2\hat{n}_{w,k} \times \int_{S_{w,k}} \mathbf{J}_{w,k}(\mathbf{r}') \times \nabla G_0(\mathbf{r} - \mathbf{r}') ds' \\
 &= 2\hat{n}_{w,k} \times \mathbf{H}_k^{\text{inc}} + 2\hat{n}_{w,k} \times \sum_{m' \in \text{IPO_Z}} \sum_{i \in G_{m'}} \int_{S_{w,k}} \mathbf{J}_{w,k}(\mathbf{r}') \\
 &\quad \times \nabla G_0(\mathbf{r} - \mathbf{r}') ds' + 2\hat{n}_{w,k} \times \int d^2 \hat{k} V_{nj}(\hat{k}) \sum_{m' \in \text{FMM_Z}} \alpha_{mm'} \\
 &\quad \times (\hat{k} \cdot \bar{\mathbf{r}}_{mm'}) \sum_{i \in G_{m'}} V_{m'i}(\hat{k}) + 2\hat{n}_{w,k} \times \int d^2 \hat{k} V_{nj}(\hat{k}) \\
 &\quad \times \sum_{m' \in \text{RPFMM_Z}} \alpha_{mm'}(\hat{k} \cdot \bar{\mathbf{r}}_{mm'}) \sum_{i \in G_{m'}} V_{m'i}(\hat{k}) + 2\hat{n}_{w,k} \\
 &\quad \times \int d^2 \hat{k} V_{nj}(\hat{k}_0) \sum_{m' \in \text{FaFFA_Z}} \alpha_{mm'}^{\text{far}} \sum_{i \in G_{m'}} V_{m'i}(\hat{k}_0) \quad (6)
 \end{aligned}$$

公式中 $\hat{n}_{w,k}$ 为第 k 段腔体壁面的法线, 一旦获得腔体壁面电流 $\mathbf{J}_{w,k}$, 加上 S_k 口面对下一口面 S_{k+1} 的作用, 可以求出面 S_{k+1} 的外向场切向分量 \mathbf{E}_{k+1}^+ , \mathbf{H}_{k+1}^+ 。

$$\begin{aligned}
 \mathbf{H}_{k+1}^+(\mathbf{r}) &= \hat{n}_{k+1} \times \left(\int_{S_{w,k}} \mathbf{J}_{w,k}(\mathbf{r}') \times \nabla G_0(\mathbf{r} - \mathbf{r}') ds' + \int_{S_k} \hat{n}_k \right. \\
 &\quad \times \mathbf{H}_k^+ \times \nabla G_0(\mathbf{r} - \mathbf{r}') ds' + \frac{1}{jkZ_0} \nabla \times \int_{S_k} \mathbf{E}_k^+ \times \hat{n}_k \\
 &\quad \left. \times \nabla G_0(\mathbf{r} - \mathbf{r}') ds' \right) \times \hat{n}_{k+1} \quad (7)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \mathbf{E}_{k+1}^+(\mathbf{r}) &= \hat{n}_{k+1} \times \left(\frac{Z_0}{jk} \nabla \times \int_{S_{w,k}} \mathbf{J}_{w,k}(\mathbf{r}') \times \nabla G_0(\mathbf{r} - \mathbf{r}') ds' \right. \\
 &\quad - \int_{S_k} \mathbf{E}_k^+ \times \hat{n}_k \times \nabla G_0(\mathbf{r} - \mathbf{r}') ds' + \frac{Z_0}{jk} \nabla \\
 &\quad \left. \times \int_{S_k} \hat{n}_k \times \mathbf{H}_k^+ \times \nabla G_0(\mathbf{r} - \mathbf{r}') ds' \right) \times \hat{n}_{k+1} \quad (8)
 \end{aligned}$$

对每段子腔体重复应用式(5)到式(8), 最终求出腔体前端在面 S_t 产生的入射场切向分量 \mathbf{H}_t^+ , \mathbf{E}_t^+ 。

本文计算的是腔体的单站 RCS, 检验源 \mathbf{J}_t 和激励源 \mathbf{J}_t' 是位于同一位置, 大小相等、极化方向相同, 因此检验源 \mathbf{J}_t 在 S_t 面产生 \mathbf{E}_t^+ , \mathbf{H}_t^+ 就是激励源 \mathbf{J}_t' 在 S_t 面产生的入射场切向分量。 \mathbf{E}_t^- , \mathbf{H}_t^- 则是在 \mathbf{E}_t^+ , \mathbf{H}_t^+ 激励下腔体尾端在 S_t 面产生的散射场切向分量。

3 计算复杂度分析

分析式(5)–式(8)可以发现最消耗计算时间是在求散射矩阵时 IPO 的迭代过程。为此在迭代过程引入了 FMM, RPFMM 和 FaFFA 算法加速计算, 从而大大降低了时间复杂度。分段时将腔体前端分成长度相等的子腔体, 用相同的长方体对子腔体结构化分组(如图 5 所示), 在这种分段、分组情况下, 每个子腔体的组与组的相对位置关系是完全一样的, 因此只需要计算和存储一个子腔体分组的所有转移因子, 同时利用转移因子的平移不变性优化转移因子的计算和存储, 从而有效地降低了转移因子的存储和计算复杂度^[16]。设腔体分段数为 K , 则理想情况(腔体无限长)下分段后的计算规模降为原来的 $1/K$ ^[7], 但是过多的分段因为下述的原因并不会使计算规模线性下降, 甚至有时会增加计算时间, 下

文的计算结果也证明了这一点。

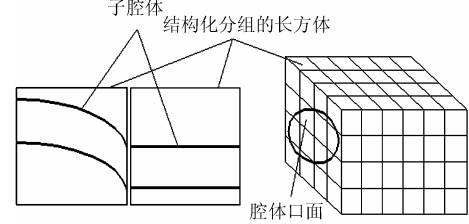


图 5 腔体分段后的结构化分组示意图

(1) 如图 6 所示, 分段后每个子腔体的近邻区都必须单独计算, 过多的分段导致近邻区增多、远区区域减少, 即 FMM 等快速方法计算区域减少, 甚至没有满足 RPFMM、FaFFA 条件的计算区域。而近邻区是用 IPO 方法直接计算, 复杂度高 $O(N^2)$, 这样造成混合算法整体计算效率下降。

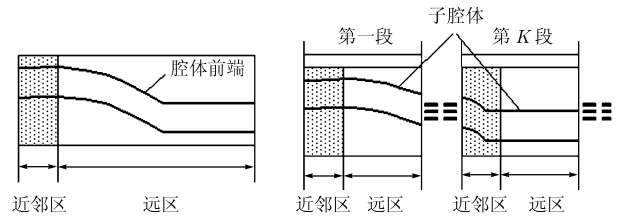


图 6 腔体前端不分段与分段后近邻区域与远区区域对比

(2) FMM 等快速算法是在未知量(分块面元)多的情况下才会表现出速度优势, 过多的分段导致每段子腔体面元数减少, 从而使 FMM 等快速算法的效率下降, 造成计算时间增加, 部分抵消了多分段带来的计算时间减少的好处, 甚至不如分段少的计算效率。

腔体尾端的计算复杂度与采用的具体计算方法有关。

4 数值结果与讨论

为了验证本文提出的方法的正确性, 编制了相应的计算程序, 本文所有计算结果都是在 P4 2.4G 兼容机上完成的, 操作系统为 Windows2000, 开发环境为 Vc++6.0。

算例 1 计算 6 波长 \times 6 波长的一个圆柱腔体, 在腔体底部有一个圆柱凸起, IPO 也可以准确地处理这种终端结构^[2,8], 因此这里腔体尾端用 IPO 处理, 对于更复杂的终端可以用 FEM、FDTD 等精确的低频方法, IPO 与这些准确方法的结合在文献[2–5]中有详细深入的研究。 S_t 面放在距离腔体底部 2λ 的地方, 腔体尾端包含整个圆柱凸起, 如果用精确计算方法计算腔体尾端, 则 S_t 面应尽可能靠近腔体复杂终端以减少精确方法计算区域。腔体前端用 IPO 结合快速算法计算, 迭代 4 次, 腔体尾端用 IPO 计算, 迭代 3 次。从图 7 可以看出, 腔体分成两段, 采用广义互易积分计算与腔体模式方法结果吻合很好, 这也证明了混合算法的正确。

算例 2 计算 7 波长 \times 21 波长的圆柱腔体电大深腔体, 分别分成 2 段、3 段和 4 段用级联方法计算, 分段尺寸如图 8 所示, S_t 面为最后一个虚拟口面, 这里的腔体终端实际上是一个简单腔体, 因此腔体尾端仍然采用 IPO 结合快速方法计算。因为 IPO 的迭代次数与入射波在腔体内部的反射次数

相关, 分段后腔体深度变小, 每子段所需要的迭代次数也相

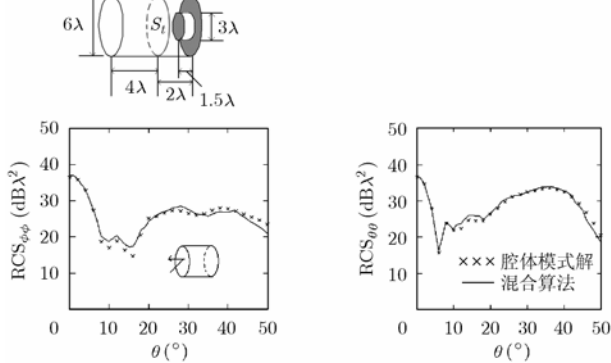


图 7 算例 1 分段示意图和计算图形, 分块密度 9 片/每平方波长

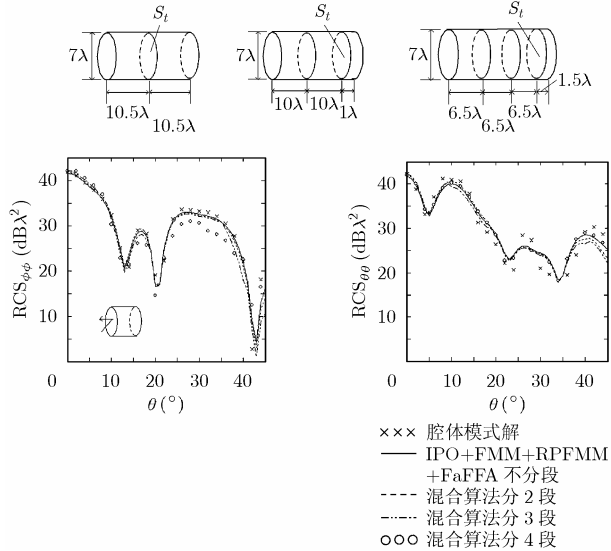


图 8 算例 2 分段示意图和计算图形, 分块密度为 16 片/每平方波长

应减少^[7], 这也是分段级联算法的另一优点。

从图 8、表 1 可以看出, 分段算法可以极大地提高计算速度, 但是如前所述, 分段过多因为每段子腔体面元数减少以及近邻区的增加, 造成 FMM 等快速算法的效率下降和计算区域减少, 过多的分段导致计算效率下降, 从表 1 可以看到在分成 4 段时甚至不如分成 3 段和 2 段的计算效率。而且由于各个子腔体接口面的离散会带来计算误差^[7], 分段过多导致连接口面的增加, 从而使计算误差累积到一个不能被忽略的程度, 合适的分段数目应该看腔体深度和需要的精度

表 1 算例 2 计算效率和误差对比

分段数	迭代次数	计算效率比较	平均误差 (dB)
1	10 次	100%	/
2	第 1 段 7 次	55%	0.8
	第 2 段 7 次		
3	第 1 段 7 次	50%	1.4
	第 2 段 7 次		
	第 3 段 3 次		
4	第 1 段 5 次	58%	4.4
	第 2 段 5 次		
	第 3 段 5 次		

而定。

5 结论

为了准确求解带有复杂终端的腔体, 结合广义互易积分将腔体分成简单光滑的前端和包含终端的尾端, 腔体前端用 IPO 结合快速方法处理, 腔体尾端单独分析。本文计算了一个带有台阶终端的腔体, 验证了这种混合算法的正确性, 为处理更复杂的终端建立了基础。将腔体前端分成段数合适的子腔体, 对每一个子腔体用 IPO 结合快速算法处理独立分析, 通过一个级联方法求得腔体前端的在 S_i 面产生的入射场, 最终在 S_i 面用广义互易积分求得腔体的 RCS, 能够在保证计算精度的同时进一步提高了整个腔体的计算速度。

参考文献

- [1] Lee R and Tse-Tong Chia. Analysis of electromagnetic scattering from a cavity with a complex termination by means of a hybrid ray-FDTD method., *IEEE Trans. on Antennas and Propagation*, 1993, 41(11): 1560–1569.
- [2] Tse-Tong Chia, Burkholder R J, and Lee R. The application of FDTD in hybrid methods for cavity scattering analysis. *IEEE Trans. on Antennas and Propagation*, 1995, 43(10): 1082–1090.
- [3] Rousseau P R and Burkholder R J. A hybrid approach for calculating the scattering from obstacles within large, open cavities. *IEEE Trans. on Antennas and Propagation*, 1995, 43(10): 1068–1075.
- [4] 顾长青, 王璟. IPO-FDTD 混合法计算三维复杂腔体的 RCS. *电波科学学报*, 2003, 18(4): 385–388.
- [5] 何小祥, 徐金平. 改进的 IPO 与 FEM 混合法分析电大腔体的电磁散射. *电波科学学报* 2004, 19(5): 607–612.
- [6] Pathak P H and Burkholder R J. A reciprocity formulation for the EM scattering by an obstacle within a large open cavities. *IEEE Trans. on Microwave Theory and Techniques*, 1993, 41(4): 702–707.
- [7] Obelleiro F, Campos-Niño J, and Rodríguez J L. A segmented approach for computing the electromagnetic scattering of large and deep cavities. *Progress In Electromagnetic Research, PIER* 19, 1998: 129–145.
- [8] Obelleiro F, Rodriguez J L, and Burkholder R J. An iterative physical optics approach for analyzing the electromagnetic scattering by large open-ended cavities. *IEEE Trans. on Antennas and Propagation*, 1995, 43(4): 356–361.
- [9] Burkholder R J. A fast and rapidly convergent iterative physical optics algorithm for computing the RCS of open-ended cavities. *ACES Journal*, 2001, 16(1): 53–59.
- [10] Burkholder R J and Lundin T. Forward-backward iterative physical optics algorithm for computing the RCS of

- open-ended cavities. *IEEE Trans. on Antennas and Propagation Symposium*, 1995, 3(18): 1528–1531.
- [11] Lu C C and Chew W C. Fast algorithm for solving hybrid integral equations [EM wave scattering]. *IEEE Trans. on Antennas and Propagation*, 1993, 140(6): 445–460.
- [12] Song J M and Chew W C. Fast multipole solution of three dimension integral equation. *IEEE Trans. on Antennas and Propagation*, 2005, 53(2): 793–799.
- [13] Wang Tai-Mo and Ling Hao. Electromagnetic scattering from three-dimensional cavities via a connectin scheme. *IEEE Trans. on Antennas and Propagation*, 1991, 39(10): 1505–1513.
- [14] Pathak P H and Burkholder R J. Modal, ray and beam techniques for analyzing the EM scattering by open-ended waveguide cavities. *IEEE Trans. on Antennas and Propagation*, 1989, 37(5): 635–647.
- [15] Chuang C W and Pathak P H. Ray analysis of modal reflection for three-dimensional open-ended wave waveguides. *IEEE Trans. on Antennas and Propagation*, 1989, 37(3): 339–346.
- [16] 王浩刚, 聂在平等. 对三维多层快速多极子方法中不变项计算的优化. *电子学报*, 2000, 28(9): 105–108.
- 罗 威: 男, 1971 年生, 博士生, 从事腔体电磁散射计算和 RCS 减缩及新材料的研究.
- 高正平: 男, 1955 年生, 教授, 从事电磁波与吸波材料相互作用机理研究、宽频带雷达吸波材料电设计研究、典型雷达吸波结构等课题的研究, 目前主要研究方向为雷达吸波材料电磁设计方法及其应用研究.
- 张怀武: 男, 1959 年生, 教授、博士生导师, 目前从事硅基薄膜微磁器件、巨磁阻薄膜材料与器件、磁光材料及抗EMI材料及器件的研究.