

## OFDM系统中一种改进的抗频偏加窗法

代康<sup>①</sup> 宋荣方<sup>①②</sup>

<sup>①</sup>(南京邮电大学通信与信息工程学院 南京 210003)

<sup>②</sup>(东南大学移动通信国家重点实验室 南京 210096)

**摘要:** 该文提出了正交频分复用系统中一种改进的抗频偏接收端加窗的方法,接收端在去除发送端附加的循环前缀后重新进行循环扩展,然后进行奈奎斯特加窗,并且窗函数不再限于具体的函数形式,是经过优化的数值解。数值计算结果表明,最优窗的抗频偏性能远好于其他窗函数。

**关键词:** 正交频分复用; 载频偏移; 奈奎斯特窗; 载波间干扰

中图分类号: TN929.5

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2007)08-1916-03

## An Improved Anti-frequency-offset Method by Windowing in OFDM Systems

Dai Kang<sup>①</sup> Song Rong-fang<sup>①②</sup>

<sup>①</sup>(College of Communication & Information Engineering, Nanjing University of Posts & Telecommunications, Nanjing 210003, China)

<sup>②</sup>(National Mobile Communications Research Laboratory, Southeast University, Nanjing 210096, China)

**Abstract:** An improved anti-frequency-offset method by windowing in OFDM systems is proposed. The cyclic prefix added at the transmitter side is first removed at the receiver, and then a new cyclic prefix is appended, finally the "new" signal is windowed by a Nyquist window, which is optimized numerical solution. Numerical results show that the anti-frequency-offset capability of the optimized window is much better than other windows.

**Key words:** Orthogonal Frequency Division Multiplexing (OFDM); Carrier frequency offset; Nyquist window; Inter-Carrier Interference (ICI)

### 1 引言

正交频分复用(OFDM)技术被公认为是新一代无线通信系统中的关键技术,它能有效抵抗多径引起的符号间干扰(ISI)和多径衰落,将频率选择性衰落信道转化为若干个频率非选择性衰落信道。OFDM在数字音频/视频广播(DAB/DVB)、无线局域网(WLAN)和不对称数字用户线(ADSL)等系统中已经被采用。制约OFDM技术在移动通信中实际应用的因素之一是它对收发载波频率偏移非常敏感,这将导致子载波间的干扰(ICI)<sup>[1]</sup>,严重影响系统性能。为了解决频偏影响问题,可以采用两种途径:一种是频偏估计补偿法<sup>[2-5]</sup>;另一种途径是降低OFDM系统对频偏的敏感度<sup>[6]</sup>,目前有3种方法(频域均衡法<sup>[7]</sup>,ICI自消除法<sup>[8]</sup>和接收端时域加窗法<sup>[9,10]</sup>)来减少频偏引起的ICI。本文即是研究改进的时域加窗技术以降低系统对频偏的敏感度。在文献[9,10]中,窗函数的滚降系数自适应于信道变化,如果保护间隔中未受干扰部分大,即可采用较大的滚降系数以更好地降低ICI,由于没有消耗的保护间隔通常很小,因此这种方法带来的性能增益非常有限。我们已经在文献[11]中提出了在接收端先去除

发送端附加的循环前缀,然后重新进行循环扩展,最后进行奈奎斯特(Nyquist)加窗的方法,这样做的好处是窗函数的滚降系数可以达到1。循环扩展技术广泛应用于OFDM系统,但已有文献都是在发送端进行的,以消除多径引起的ISI和ICI,本文采用在接收端先去掉发送端附加的循环前缀,然后重新进行循环扩展的方法,使每个子载波的信号频谱衰减加快,以降低载波频率偏移引起的ICI,因此,循环扩展的功能已经发生变化。本文在文献[11]的基础上,对窗函数进行了进一步优化,而不局限于二阶多项式窗函数,获得的窗函数为优化数值解。

### 2 系统模型

#### 2.1 传统的OFDM系统

OFDM的基带信号可以表示为:

$$x_k = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{i=0}^{N-1} s_i e^{j2\pi ki/N}, \quad -L \leq k \leq N-1 \quad (1)$$

其中 $s_i$ 是第 $i$ 个子载波上发送的数据, $N$ 为子载波数, $L$ 为保护间隔长度( $0 \leq L < N$ )。 $x_k$ 为经过快速傅里叶反变换(IFFT)以后加入了循环前缀的时域采样信号。

为简化分析,假设信道上没有噪声(事实上,通过简单分析可知,本文的方法不会增强噪声,因此,这种假设是合理的),接收到的OFDM基带信号为

2006-01-13收到,2006-07-17改回  
国家自然科学基金(60572130)和东南大学移动通信国家重点实验室  
开放课题基金(N200603)资助课题

$$r_k = e^{j2\pi\epsilon k/N} x_k, \quad -L \leq k \leq N-1 \quad (2)$$

$\epsilon$  为归一化频偏。

传统的OFDM信号解调是把循环前缀扩展去掉后再送入 $N$ 点的快速傅里叶变换(FFT), 文献[9,10]中利用循环前缀中未被污染的部分进行Nyquist加窗, 从而降低了OFDM系统对频偏的灵敏度。然而由于实际的限制, 滚降系数只能到0.3左右, 因此获得的性能增益是有限的, 下面给出一种方法可以使滚降系数逼近于1, 从而大大提高系统性能。

## 2.2 改进的OFDM接收和ICI分析

文献[9,10]中的滚降系数只能达到0.3, 主要有两点原因:

- (1) 实际中发送端加的循环前缀长度一般为有用信号的1/4;
- (2) 由于多径的影响, 前缀中有一部分已经被ISI污染而无法利用。

本文在接收端重新进行循环扩展, 接收信号 $r_k$ 去掉发送端循环前缀后, 再进行新的循环扩展, 由于此时不需占用传输带宽, 循环前缀长度可以任意, 考虑到加窗的因素, 取为 $N-1$ 点。需要注意的是, 此时的循环扩展并不是简单的复制<sup>[11]</sup>, 因为由于频偏的存在, 引入了一个常数的偏差 $e^{j2\pi\epsilon}$ 。为了消除这一偏差, 可以按如下方式构造扩展后的信号:

$$\bar{r}_k = \begin{cases} r_k, & 0 \leq k \leq N-1 \\ cr_{k+N}, & -(N-1) \leq k \leq -1 \end{cases} \quad (3)$$

其中 $c$ 是复数相位因子, 可以由下式计算

$$c = g/|g|, \quad g = \sum_{k=-N_c}^{-1} r_{k+N}^* r_k \quad (4)$$

$N_c$ 为未被ISI污染的循环前缀部分。不考虑噪声时,  $c = e^{-j2\pi\epsilon}$ 。代入得

$$\bar{r}_k = \frac{1}{\sqrt{N}} e^{j2\pi\epsilon k/N} \sum_{i=0}^{N-1} s_i e^{j2\pi k i/N}, \quad -(N-1) \leq k \leq N-1 \quad (5)$$

然后进行加窗得:

$$y_k = w_k \bar{r}_k, \quad -(N-1) \leq k \leq N-1 \quad (6)$$

$w_k$ 为 $2N-1$ 点的Nyquist窗( $w_k \equiv 0, |k| \geq N-1$ ), 满足时域Nyquist准则:

$$\sum_{i=-\infty}^{+\infty} w_{k+iN} = \text{const} \quad (7)$$

最后将 $y_k$ 送入 $2N$ 点的FFT(令 $y_{-N} = 0$ ), 虽然采用了 $2N$ 点的FFT, 但可以简化为 $N$ 点的FFT, 因此计算量几乎不变。第 $m$ 个子载波上解调出的信号为

$$\begin{aligned} \tilde{s}_m &= \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{k=0}^{N-1} (y_k + y_{k-N}) e^{-j2\pi k m/N} \\ &= \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{k=-\infty}^{+\infty} w_k \bar{r}_k e^{-j2\pi k m/N} \end{aligned} \quad (8)$$

将式(5)代入式(8), 得

$$\begin{aligned} \tilde{s}_m &= \sum_{i=0}^{N-1} s_i H_\epsilon(i-m) = s_m H_\epsilon(0) + \sum_{i=0, i \neq m}^{N-1} s_i H_\epsilon(i-m), \\ & \quad 0 \leq m \leq N-1 \end{aligned} \quad (9)$$

其中

$$H_\epsilon(v) = \frac{1}{N} \sum_{k=-\infty}^{+\infty} w_k e^{+j2\pi k(v+\epsilon)/N} \quad \left. \begin{aligned} & \left. \begin{aligned} & 1, \dots, N-1, & m=0 \\ & -m, \dots, N-1-m \text{ 且 } v \neq 0, & 0 < m < N-1 \\ & -(N-1), \dots, -1, & m=N-1 \end{aligned} \right\} \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

式(9)中第1项为有用信号, 第2项为ICI, 假设序列 $\{s_i\}$ 均值为0, 方差为 $\sigma_s^2$ 且统计独立, 则第 $m$ 个子载波上的信号干扰比(SIR)为

$$\text{SIR}_m = \frac{\sigma_m^2}{\sigma_{\text{ICI}_m}^2} = \frac{|H_\epsilon(0)|^2}{\sum_{i=0, i \neq m}^{N-1} |H_\epsilon(i-m)|^2} \quad (11)$$

由式(11)可见,  $\text{SIR}_m$ 与解调的符号位置 $m$ , 载波数 $N$ 和窗函数有关。不失一般性, 本文考虑 $\overline{\text{SIR}}$

$$\overline{\text{SIR}} = \frac{\sigma^2}{\sigma_{\text{ICI}}^2} = \frac{|H_\epsilon(0)|^2}{\frac{1}{N} \sum_{m=0}^{N-1} \sum_{i=0, i \neq m}^{N-1} |H_\epsilon(i-m)|^2} \quad (12)$$

## 3 Nyquist窗的优化

Nyquist窗 $w_k$ 可以分解为

$$w_k = c_k + g_k - g_{k-N} \quad (13)$$

其中

$$c_k = \begin{cases} 1, & -\frac{N}{2} \leq k < \frac{N}{2} \\ 0, & k < -\frac{N}{2}, k \geq \frac{N}{2} \end{cases} \quad (14)$$

$g_k$ 为对 $c_k$ 的修正, 当 $k \leq -N, k \geq 0$ 时,  $g_k \equiv 0$ , 此时滚降系数 $\alpha = (N-1)/N$ , 趋近于1。

将式(13)代入式(10)得

$$H_\epsilon(v) = \frac{e^{j2\pi\epsilon} - 1}{N} \left( \frac{e^{-j\pi(v+\epsilon)}}{e^{j\frac{2\pi}{N}(v+\epsilon)} - 1} - \sum_{k=-(N-1)}^{-1} e^{j\frac{2\pi}{N}(v+\epsilon)k} g_k \right) \quad (15)$$

$v$ 的取值与式(10)中的一样。

为方便计算, 本文引入矩阵表示。作为通常的习惯, 矩阵和向量用黑体表示,  $()^T$ 表示转置,  $()^H$ 表示共轭转置,  $\mathbf{I}$ 表示单位阵,  $\Re()$ 表示取实部。

令

$$\mathbf{a}_m = \begin{bmatrix} e^{-j\pi(v+\epsilon)} \\ e^{j(2\pi/N)(v+\epsilon)} - 1 \end{bmatrix} \quad (16)$$

$$\mathbf{B}_m = \left[ e^{j(2\pi/N)(v+\epsilon)k} \right]_{k=-(N-1), \dots, -1} \quad (17)$$

$$\mathbf{g} = [g_{-(N-1)}, \dots, g_{-1}]^T \quad (18)$$

$$\mathbf{d} = \begin{bmatrix} 0, \dots, 0, \underbrace{1, \dots, 1}_N, 0, \dots, 0 \\ \frac{N}{2}-1 \quad \quad \quad \frac{N}{2} \end{bmatrix}^T \quad (19)$$

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{(N-1) \times (N-1)} \\ \mathbf{O}_{1 \times (N-1)} \\ -\mathbf{I}_{(N-1) \times (N-1)} \end{bmatrix} \quad (20)$$

$\mathbf{a}_m$ ,  $\mathbf{B}_m$  中  $v$  的取值与式(10)中的一样, 其中  $\mathbf{a}_m$  是  $(N-1) \times 1$  的列向量,  $\mathbf{B}_m$  是  $(N-1) \times (N-1)$  的矩阵, 则

$$\mathbf{H}_m = \left( (e^{j2\pi\epsilon} - 1) / N \right) (\mathbf{a}_m - \mathbf{B}_m \mathbf{g}) \quad (21)$$

$$\sigma_{\text{ICI}_m}^2 = \sigma_s^2 \mathbf{H}_m^H \mathbf{H}_m \quad (22)$$

$$\mathbf{w} = \mathbf{d} + \mathbf{C} \mathbf{g} \quad (23)$$

为了使  $\overline{\text{SIR}}$  最大, 只要使  $\overline{\sigma_{\text{ICI}}^2}$  最小即可。于是令  $\partial \overline{\sigma_{\text{ICI}}^2} / \partial \mathbf{g} = 0$ , 得

$$\mathbf{g} = \left( \sum_{m=0}^{N-1} \mathcal{R} \{ \mathbf{B}_m^H \mathbf{B}_m \} \right)^{-1} \left( \sum_{m=0}^{N-1} \mathcal{R} \{ \mathbf{B}_m^H \mathbf{a}_m \} \right) \quad (24)$$

#### 4 数值计算与仿真

本文考虑64个子载波的OFDM系统。图1比较了  $\alpha = 0.9844$  和  $\alpha = 0.2969$  时的优化窗函数的性能, 可见通过在接收端采用新的循环扩展, 使滚降系数  $\alpha \rightarrow 1$ , 其性能比  $\alpha = 0.2969$  提高了十几个分贝。

图2比较了经过优化的窗函数和其它窗函数(包括文献[11]中的SOCW、文献[12]中的BTRC以及传统的升余弦(RC)脉冲)的性能, 很明显, 经过优化的窗函数性能远好于其他窗函数, 比RC窗要好10 dB左右。

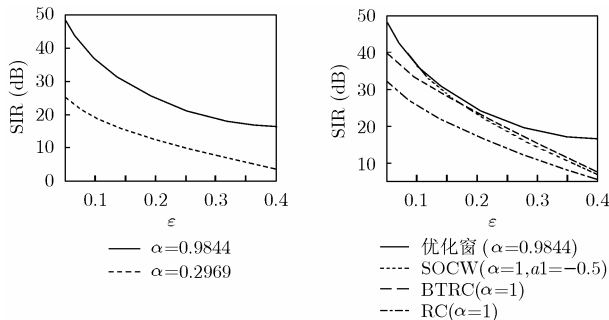


图1 不同滚降系数时优化窗函数的性能比较

图2 滚降系数  $\alpha=1$  时不同Nyquist窗的SIR比较

图3给出了在多径信道下, 归一化频偏  $\epsilon = 0.35$  时, 采用不同加窗方法的性能比较。在仿真实验中, OFDM系统采用64个子载波, 循环前缀长度为16个样值, QPSK调制, 采样速率为20MHz, 信道为4径的Rayleigh衰落信道模型, 每径时延分别为0, 2, 4, 6个样值, 相对功率分布分别为0dB, -10dB, -20dB, -25dB。可以看出, 优化窗大大消除了频偏的影响, 改善了性能。

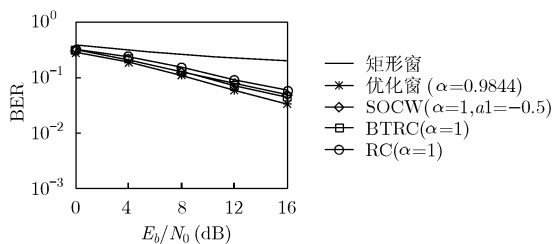


图3  $\epsilon = 0.35$  时采用不同窗函数的误比特性能比较

#### 5 结束语

本文在我们先前的工作基础<sup>[1]</sup>上, 对接收端加窗的Nyquist函数进行了优化, 而不受二阶多项式窗的限制, 优化

的自由度更大。本文同时采用了接收端循环扩展的方法, 可以使窗函数的滚降系数逼近1, 因此大大提高了系统抗频偏性能, 数值计算和仿真的结果证实了这一点。

#### 参考文献

- [1] Steendam H and Moeneclaey M. Sensitivity of orthogonal frequency-division multiplexed systems to carrier and clock synchronization errors. *Signal Processing*, 2000, 80(7): 1217–1229.
- [2] van de Beek J J, Sandell M, and Borjesson P O. ML estimation of time and frequency offset in OFDM systems. *IEEE Trans. Signal Processing*, 1997, 45(7): 1800–1805.
- [3] Tureli U, Kivanc D, and Liu H. Experimental and analytical studies on a high-resolution OFDM carrier frequency offset estimator. *IEEE Trans. on Veh. Technol.*, 2001, 50(2): 629–643.
- [4] Fernandez-Getino Garcia M J, Edfors O, and Paez-Borralló J M. Frequency offset correction for coherent OFDM in wireless systems. *IEEE Trans. on Consumer. Electronics.*, 2001, 47(1): 187–193.
- [5] Luise M, Marselli M, and Reggiannini R. Low-complexity blind carrier frequency recovery for OFDM signals over frequency-selective radio channels. *IEEE Trans. on Commun.*, 2002, 50(7): 1182–1188.
- [6] Armstrong J. Analysis of new and existing methods of reducing intercarrier interference due to carrier frequency offset in OFDM. *IEEE Trans. on Commun.*, 1999, 47(3): 365–369.
- [7] Ahn J and Lee H S. Frequency domain equalization of OFDM signal over frequency nonselective Rayleigh fading channels. *Electronics Letters*, 1993, 29(16): 1476–1477.
- [8] Zhao Y P, and Haggman S G. Intercarrier interference self-cancellation scheme for OFDM mobile communication systems. *IEEE Trans. on Commun.*, 2001, 49(7): 1185–1191.
- [9] Muschallik C. Improving an OFDM reception using an adaptive Nyquist windowing. *IEEE Trans. on Consumer Electronics*, 1996, 42(3): 259–269.
- [10] Müller-Weinfurtner S H. Optimum Nyquist windowing in OFDM receivers. *IEEE Trans. on Commun.*, 2001, 49(3): 417–420.
- [11] Song R F and Leung S H. A novel OFDM receiver with second order polynomial Nyquist window function. *IEEE Commun. Lett.*, 2005, 9(5): 391–393.
- [12] Tan P and Beaulieu N C. Reduced ICI in OFDM systems using the “better than” raised cosine pulse. *IEEE Commun. Lett.*, 2004, 8(3): 145–137.

代康: 男, 1982年生, 硕士生, 研究方向为未来宽带移动通信中的关键技术。

宋荣方: 男, 1964年生, 博士, 教授, 博士生导师, 研究方向为未来宽带移动通信中的关键技术。