

## 一种改进的奇异值分解语音增强方法

张丽艳<sup>①②</sup> 殷福亮<sup>①</sup>

<sup>①</sup>(大连理工大学电子与信息工程学院 大连 116024)

<sup>②</sup>(大连交通大学电气信息学院 大连 116028)

**摘要:** 该文将多麦克语音增强方法用于单麦克语音增强,给出了一种改进的奇异值分解语音增强方法。该方法首先对输入矩阵进行雅克比奇异值分解,用得到的奇异值矢量构造语音增强滤波器;然后用输入矩阵与滤波器权矢量相乘来构造各路信号;最后采用麦克风阵列波束形成的方法,得到增强后的语音信号。仿真结果表明,该方法能有效地去除加性噪声,并且改善了语音质量。

**关键词:** 语音增强; 雅克比奇异值分解; 波束形成

中图分类号: TN912.3

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2008)02-0357-05

## An Improved Speech Enhancement Method Based on SVD

Zhang Li-yan<sup>①②</sup> Yin Fu-liang<sup>①</sup>

<sup>①</sup>(School of Electronic and Information Engineering, Dalian Univ. of Tech., Dalian 116024, China)

<sup>②</sup>(School of Electrical Engineering, Dalian Jiaotong Univ., Dalian 116028, China)

**Abstract:** This paper applies the microphone array speech enhancement method to the single microphone speech enhancement method, and proposes a new speech enhancement method based on Singular Value Decomposition(SVD). First, for the input matrix, the method adopts Jacobi singular value decomposition to get the singular value vector as the speech enhancement filter. Then the method multiplies the input matrix and the coefficient matrix of the filter to constitute the so called each channel signals. Finally, the method adopts microphone array beamforming method to gain the enhanced speech. The simulation shows that the proposed method can get rid of the addictive noise very well, and improve the speech quality.

**Key words:** Speech enhancement; Jacobi Singular Value Decomposition(SVD); Beamforming

### 1 引言

在移动通信、语音识别等应用场合,语音信号不可避免地会受到来自周围环境噪声、传输媒介噪声、通信设备内部电噪声以及其它干扰的影响。噪声的存在会使语音通信的质量下降,也会使许多语音处理系统的性能急剧恶化。例如,语音识别系统在强噪声环境下识别率会迅速降低,甚至无法实际应用。为进行噪声抑制,提高语音质量,通常采用语音增强技术。

自 Boll 于 1979 年提出谱减法<sup>[1]</sup>以来,由于其方法简单,且在抑制加性噪声上效果明显,已成为语音降噪的一种主要的方法,但该方法存在“音乐噪声”问题。近十年来,基于麦克风阵列的语音增强方法受到人们的广泛关注,如延迟求和波束形成方法<sup>[2]</sup>、自适应波束形成方法<sup>[3]</sup>等,这些方法主要用于单一噪声或有向噪声源的情况。如果噪声源来自许多方向或环境中存在较强的混响时,麦克风阵列波束形成方法的去噪性能将大大降低。为克服上述缺点,基于子空间技术

的语音增强方法得到了快速发展<sup>[4-6]</sup>,该方法是将语音信号空间分解为正交的信号子空间和噪声子空间<sup>[4]</sup>,通过抑制噪声子空间中的噪声并在信号子空间中预测干净的语音来达到降噪的目的。Doclo 等提出了基于广义奇异值分解最优滤波的子空间语音增强方法<sup>[5, 6]</sup>。该方法避免了谱减法产生的“音乐噪声”,且当环境中存在多方向噪声源和强混响时,仍使语音信噪比有明显的改善,增强后的语音有良好的质量,但计算复杂度是该方法应用中的瓶颈。为此,本文在 Doclo 方法的基础上,结合麦克风阵列波束形成技术,将多麦克语音增强的方法<sup>[7]</sup>用于单麦克语音增强,提出了一种改进的次优滤波语音增强方法。该方法的主要特点是方法简单,适合并行运算,且与 Doclo 方法相比,计算复杂度有所降低,当干扰噪声为白噪声时,本文方法计算量约为 Doclo 方法的一半。本文给出了计算机仿真实验结果,验证了该方法的有效性。

### 2 基于广义奇异值矢量的语音增强方法

设原始语音信号为  $s(k)$ , 加性噪声为  $n(k)$ , 于是麦克风接收的含噪语音信号  $x(k)$  为

$$x(k) = s(k) + n(k) \quad (1)$$

2006-12-22 收到, 2007-06-22 改回

国家自然科学基金(60372082, 60172073)和教育部跨世纪优秀人才基金资助课题

语音增强问题可描述为如何从被噪声污染的信号  $\mathbf{x}(k)$  中, 恢复出原始语音信号  $\mathbf{s}(k)$ 。由 Doclo 提出的基于广义奇异值分解的麦克风阵列语音增强技术, 就是求解优化滤波器的过程, 即通过对含噪语音信号  $\mathbf{x}(k)$  进行滤波来恢复出与原始语音信号  $\mathbf{s}(k)$  近似的语音  $\hat{\mathbf{s}}(k)$ , 即  $\hat{\mathbf{s}}(k) = \mathbf{W}_{\text{opt}}^T \mathbf{x}(k)$ , 其中  $\mathbf{W}_{\text{opt}}$  为最优滤波器。语音信号的误差  $\mathbf{e}(k)$  定义为

$$\begin{aligned} \mathbf{e}(k) &= \hat{\mathbf{s}}(k) - \mathbf{s}(k) \\ &= \mathbf{W}_{\text{opt}}^T \mathbf{x}(k) - \mathbf{s}(k) \end{aligned} \quad (2)$$

则误差均方差矩阵  $\mathbf{R}_{ee}(k)$  为<sup>[5]</sup>

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_{ee}(k) &= E \left[ \left( \mathbf{W}_{\text{opt}}^T \mathbf{x}(k) - \mathbf{s}(k) \right) \left( \mathbf{W}_{\text{opt}}^T \mathbf{x}(k) - \mathbf{s}(k) \right)^T \right] \\ &= \mathbf{R}_{nn}(k) \mathbf{W}_{\text{opt}} \end{aligned} \quad (3)$$

其中  $\mathbf{R}_{nn}(k)$  为噪声的相关矩阵。通常, 均方差矩阵主对角元素  $\{\mathbf{R}_{ee}(k)\}_{ii}$  越小越好。

设带噪语音信号为  $\mathbf{X}(k) \in R^{p \times 1}$ , 它包括  $p (> 1)$  个含噪语音信号矢量; 噪声信号为  $\mathbf{N}(k) \in R^{q \times 1}$ , 它包括  $q (> 1)$  个噪声信号矢量。于是两者的广义奇异值分解为

$$\begin{aligned} \mathbf{X}(k) &= \mathbf{U}_X \text{diag}\{\sigma_i^*\} \boldsymbol{\theta}^T \\ \mathbf{N}(k) &= \mathbf{U}_N \text{diag}\{\eta_i^*\} \boldsymbol{\theta}^T \end{aligned} \quad (4)$$

式中  $\mathbf{U}_X$  和  $\mathbf{U}_N$  均是正交矩阵,  $\boldsymbol{\theta}$  是广义奇异值矢量。在文献[5]中给出了  $\mathbf{W}_{\text{opt}}$  的计算公式为

$$\mathbf{W}_{\text{opt}} = \boldsymbol{\theta}^{-T} \text{diag} \left\{ 1 - \frac{p}{q} \frac{\eta_i^2}{\sigma_i^2} \right\} \boldsymbol{\theta}^T \quad (5)$$

用最优滤波器增强后的语音信号  $\hat{\mathbf{s}}(k)$  为

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{s}}(k) &= \begin{bmatrix} \hat{s}_j(k-j-p+1) \\ \vdots \\ \hat{s}_j(k-j-1) \\ \hat{s}_j(k-j) \end{bmatrix} \\ &= \mathbf{X}(k) \mathbf{W}_{\text{opt}}^j \end{aligned} \quad (6)$$

其中  $\mathbf{W}_{\text{opt}}^j$  为误差均方差矩阵主对角元素  $\{\mathbf{R}_{ee}(k)\}_{ii}$  上最小元素所对应的滤波器。

### 3 改进的奇异值分解语音增强方法

#### 3.1 基于 GSVD 的语音增强方法

Doclo 方法的核心是使各路语音信号经最优滤波器的输出误差最小, 这是一种最优估计。该方法在求得最优滤波器  $\mathbf{W}_{\text{opt}}$  后, 还需计算误差均方差矩阵  $\mathbf{R}_{ee}(k)$ , 并对其主对角线元素进行比较, 以找到最小元素所对应的列号  $j$ , 然后利用式(6)将最优滤波器  $\mathbf{W}_{\text{opt}}^j$  与输入矩阵  $\mathbf{X}(k)$  相乘, 从而得到增强后的语音。

本文方法与 Doclo 方法不同之处在于求得最优滤波器  $\mathbf{W}_{\text{opt}}$  后, 直接用  $\mathbf{W}_{\text{opt}}$  与输入矩阵进行运算, 得到增强后的语音矩阵  $\mathbf{Y}$  为

$$\mathbf{Y} = [\mathbf{Y}_1 \ \mathbf{Y}_2 \ \cdots \ \mathbf{Y}_M]^T = \mathbf{X} \mathbf{W}_{\text{opt}} \quad (7)$$

其中  $\mathbf{Y}$  定义为

$$\begin{aligned} \mathbf{Y} &= [\mathbf{Y}_1 \ \mathbf{Y}_2 \ \cdots \ \mathbf{Y}_M]^T \\ &= \begin{bmatrix} Y(1) & Y(2) & \cdots & Y(N) \\ Y(2) & Y(3) & \cdots & Y(N+1) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ Y(M) & Y(M+1) & \cdots & Y(N+M-1) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (8)$$

其中  $N$  为处理的一路语音数据点数,  $M$  为构造的麦克风阵列的路数。将该语音矩阵  $\mathbf{Y}$  看成是麦克风阵列接收的各路信号, 采用简单的求和平均的波束形成方法, 可得到增强后的语音信号  $\hat{\mathbf{s}}(k)$ , 即

$$\hat{\mathbf{s}}(k) = \begin{bmatrix} \hat{s}(M) \\ \hat{s}(M+1) \\ \vdots \\ \hat{s}(N-1) \\ \hat{s}(N) \end{bmatrix} = \frac{1}{M} \begin{bmatrix} Y_{1,M} + Y_{2,M-1} + \cdots + Y_{M,1} \\ Y_{1,M+1} + Y_{2,M} + \cdots + Y_{M,2} \\ \vdots \\ Y_{1,N-1} + Y_{2,N-2} + \cdots + Y_{M,N-M} \\ Y_{1,N} + Y_{2,N-1} + \cdots + Y_{M,N-M+1} \end{bmatrix} \quad (9)$$

相对于 Doclo 方法, 本方法是一种次优估计, 但它不需要比较运算, 易于实现并行处理。本方法的实现步骤如下:

(1)构造输入矩阵。

对输入带噪语音信号进行语音端点检测, 构造带噪语音信号矩阵与噪声矩阵。

(2)对输入矩阵和噪声矩阵进行广义雅克比奇异值分解<sup>[8-12]</sup>, 得到相对应的奇异值  $\sigma_i$ ,  $\eta_i$  和奇异值矢量  $\boldsymbol{\theta}$ 。

(3)用式(5)计算最优滤波器  $\mathbf{W}_{\text{opt}}$ 。

(4)用式(7)对输入带噪语音信号进行滤波, 得到各路增强后的信号  $\mathbf{Y}$ 。

(5)对齐各路信号后, 采用固定波束形成技术得到增强后的语音信号  $\hat{\mathbf{s}}(k)$ 。

当语音信号被有色噪声污染时, 则需要先对信号进行预白化处理, 然后采用本方法进行增强。

#### 3.2 基于 SVD 无语音端点检测的语音增强方法

Doclo 方法与本文上述方法在求解最优滤波器  $\mathbf{W}_{\text{opt}}$  的过程中, 需对带噪语音信号进行语音端点检测。在低信噪比情况下, 通常很难准确估计语音端点, 因而在一定程度上影响了语音增强的效果。考虑在信号处理的许多应用中, 有用信息可以通过抽取宽带噪声中观测向量的低秩向量得到<sup>[13]</sup>, 则白噪声的相关矩阵为  $\mathbf{R}_{nn}(k) = \eta^2 \mathbf{I}_N$ , 其中  $\eta^2$  是白噪声功率。因为语音信号可用低秩模型表示<sup>[14]</sup>, 设秩为  $r$ , 则矩阵  $\mathbf{R}_{ss}(k)$  和  $\mathbf{R}_{nn}(k)$  的广义奇异值分解为

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_{ss}(k) &= \boldsymbol{\theta}^{-T} \text{diag} \begin{bmatrix} \mathbf{A}_s & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \boldsymbol{\theta}^T \\ \mathbf{R}_{nn}(k) &= \boldsymbol{\theta}^{-T} \text{diag} \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{n1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{A}_{n2} \end{bmatrix} \boldsymbol{\theta}^T \end{aligned} \quad (10)$$

其中  $\mathbf{A}_s$  和  $\mathbf{A}_{n1}$  是  $r \times r$  的对角阵,  $\mathbf{A}_{n2}$  是  $(N-r) \times (N-r)$  的对角阵。

由于  $\mathbf{R}_{ss}(k)$  和  $\mathbf{R}_{nn}(k)$  是正定(半正定)矩阵, 则带噪语音的相关矩阵  $\mathbf{R}_{xx}(k)$  可以表示为

$$\mathbf{R}_{xx}(k) = \mathbf{R}_{ss}(k) + \mathbf{R}_{nn}(k) = \boldsymbol{\theta}^{-T} \text{diag} \begin{bmatrix} \mathbf{A}_s + \mathbf{A}_{n1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{A}_{n2} \end{bmatrix} \boldsymbol{\theta}^T \quad (11)$$

由式(4), 式(10), 式(11), 可得

$$\left. \begin{aligned} \sigma_i^2 &> \eta_i^2, \quad i = 1, \dots, r \\ \sigma_i^2 &= \eta_i^2, \quad i = r + 1, \dots, N \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

由此可见, 当语音信号受加性白噪声干扰时, 可用  $\mathbf{R}_{xx}(k)$  的最小奇异值  $\sigma_i^2$  来估计噪声的奇异值  $\eta_i^2$  ( $i = r + 1, \dots, N$ )。因此, 基于广义奇异值分解的语音增强方法可转化为基于奇异值分解的语音增强方法, 从而降低了计算量。本文方法具体实现步骤如下:

(1)构造输入带噪语音信号矩阵。

(2)对输入矩阵进行雅克比奇异值分解, 得到对应的奇异值  $\sigma_i$  和奇异值矢量。

(3)用式(13)计算最优滤波器  $\mathbf{W}_{\text{opt}}$

$$\mathbf{W}_{\text{opt}} = \boldsymbol{\theta}^{-T} \text{diag} \left\{ 1 - \frac{\min(\sigma_i^2)}{\sigma_i^2} \right\} \boldsymbol{\theta}^T \quad (13)$$

(4)用式(7)对输入带噪语音信号矩阵进行滤波, 得到各路增强后的信号  $\mathbf{Y}$ 。

(5)对齐各路信号后, 采用固定波束形成技术得到增强后的语音信号  $\hat{s}(k)$ 。

在基于 GSVD 的语音增强方法基础上, 本文给出一种改进的基于 SVD 的语音增强方法, 该方法的主要特点是方法简单, 计算量小, 并且无需进行语音端点检测, 这在低信噪比语音增强应用中具有实际意义。

#### 4 实验结果与分析

为了验证本文方法的有效性, 我们进行了计算机仿真实验。在实验中, 通过语音增强前后的时域波形图、输入输出信噪比以及语音失真的客观测度, 对本文方法的性能进行评估。

输入信噪比定义为

$$\text{SNR}_{\text{input}} = 10 \lg \frac{\sum_{k=1}^L s^2(k)}{\sum_{k=1}^L n^2(k)} \quad (14)$$

式中  $s(k)$  为输入的纯净语音信号,  $n(k)$  为输入的加性噪声,  $L$  为处理的数据点数。

输出信噪比定义为

$$\text{SNR}_{\text{output}} = 10 \lg \frac{\sum_{k=1}^L (\hat{s}^2(k) - \hat{n}^2(k))}{\sum_{k=1}^L \hat{n}^2(k)} \quad (15)$$

式中  $\hat{s}(k)$  和  $\hat{n}(k)$  分别表示语音增强输出信号中的语音部分和噪声部分,  $L$  为处理的数据点数。

在实验中, 语音信号的采样率为 8kHz, 帧长  $N = 80$ ,  $M = 8$ 。

表 1 列出了在不同输入信噪比的白噪声情况下, Doclo 方法、谱减法和本方法输出信噪比。其中输入信噪比

$\text{SNR}_{\text{input}}$  和输出信噪比  $\text{SNR}_{\text{output}}$  均是通过计算 3s 长语音数据的信噪比求得。由表 1 可见, 本文方法和 Doclo 方法的去噪性能明显优于传统的谱减法。由于用  $\mathbf{R}_{xx}(k)$  的最小奇异值来估计噪声的奇异值  $\eta_i^2$  以求得最优滤波器  $\mathbf{W}_{\text{opt}}$ , 显然这种基于 SVD 的方法是一种次优估计, 因此 Doclo 方法和本文基于 GSVD 的方法的去噪性能要优于本文基于 SVD 的方法。在高信噪比的情况下, Doclo 方法要优于本文基于 GSVD 的方法。Doclo 方法在求最优滤波器  $\mathbf{W}_{\text{opt}}$  和判别最终语音输出结果时均需要准确的语音端点估计, 而本文基于 GSVD 的方法仅在求最优滤波器  $\mathbf{W}_{\text{opt}}$  时需要端点检测, 因此在低信噪比情况下, 本文基于 GSVD 的方法要优于 Doclo 方法。

表 1 白噪声干扰下, 几种方法语音增强性能比较

SNR <sub>input</sub> (dB)	SNR <sub>output</sub> (dB)			
	Doclo 方法	本文基于 GSVD 方法	本文基于 SVD 方法	谱减法
-3.00	4.37	7.02	4.18	0.27
0.00	12.14	10.89	8.38	3.43
3.00	17.05	16.11	10.85	6.57
5.29	18.74	17.64	13.82	8.65

在不同输入信噪比情况下, 针对白噪声和有色噪声干扰, 本文基于 SVD 方法的去噪效果如表 2 所示, 其中输入信噪比  $\text{SNR}_{\text{input}}$  和输出信噪比  $\text{SNR}_{\text{output}}$  是通过 4.5s 的语音数据求得。由表 2 可以看出, 本文方法对白噪声和有色噪声均有较好的去噪效果, 但对白噪声效果更好一些。

表 2 白噪声和有色噪声干扰下, 本文基于 SVD 方法的语音增强性能

segSNR <sub>input</sub> (dB)	segSNR <sub>output</sub> (dB)	
	白噪声干扰	有色噪声干扰
-3.00	7.09	0.24
0.00	12.66	4.05
5.13	18.04	12.13
9.22	23.73	17.86

本文采用平均对数面积比(LAR)作为衡量语音增强系统失真程度的度量标准, LAR 越小, 其失真越小。第  $i$  帧平均对数面积比定义为<sup>[15]</sup>

$$\text{LAR}(i) = \frac{1}{P} \sum_{p=1}^P \left| 20 \lg \left| \frac{g_r(p, i)}{g_i(p, i)} \right| \right| \quad (16)$$

其中  $P$  为每帧处理的数据点数,  $g(p, i)$  是第  $i$  帧的对数面积比系数。

不同输入信噪比情况下, 3 种语音增强方法的失真度如表 3 所示。由表 3 可以看出, 这 3 种语音增强方法均改善了语音的失真情况, 且随着输入语音信噪比的增大, 输出语音

的失真度均降低。其中本文基于 SVD 的方法最优, Doclo 方法次之, 本文基于 GSVD 的方法相对较差, 这主要是因为采用子空间去噪时, 由于子空间边界的划分与投影算子的误差而引起增强后语音的失真。

在输入信噪比为 3dB 时, 白噪声干扰下的语音增强前后的时域波形图如图 1 所示。将图 1(b)和图 1(d), 图 1(b)和图 1(e)的波形进行比较, 可以看出本文方法的语音增强效果。图 1(c),图 1(b),图 1(e)则反映了 Doclo 的方法与本文方法的性能比较。

在输入信噪比为 3dB 时, 白噪声和有色噪声干扰下, 本文基于 SVD 方法语音增强前后的时域波形图如图 2 所示。可以看出, 本文基于 SVD 方法对白噪声和有色噪声均有较好的去噪效果, 但对白噪声效果更好一些。

表 3 不同输入信噪比情况下, 3 种语音增强方法的失真度

segSNR <sub>input</sub> (dB)	输入带噪语音的 LAR	输出语音的 LAR		
		Doclo 方法	本文基于 GSVD 方法	本文基于 SVD 方法
-3.00	9.05	6.38	6.75	4.80
0.00	8.15	3.88	6.80	4.18
3.00	5.23	3.68	6.22	3.58
5.29	3.47	3.31	5.41	3.03

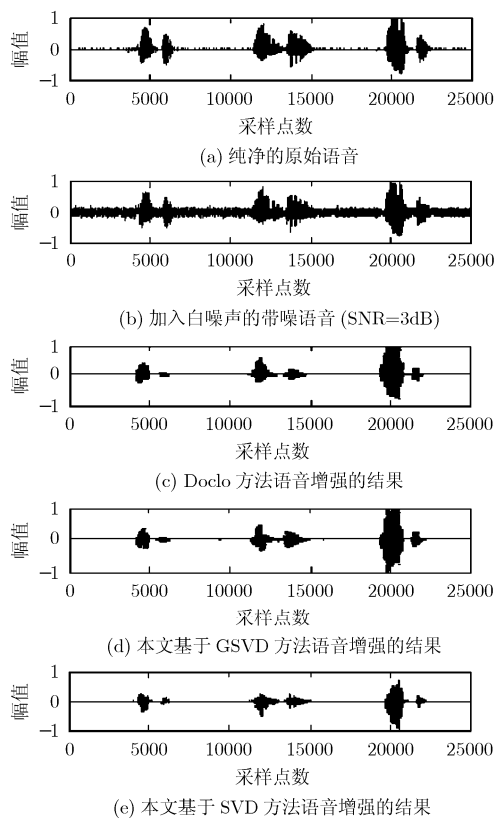


图 1 3 种方法语音增强的波形图

上述实验结果表明, 本文方法能较好地恢复平稳加性噪声干扰的语音信号, 且对语音的损伤较小。在基于 GSVD 和基于 SVD 的语音增强方法中, 所得到的语音估计值相位与原始语音相位有一定偏差, 这是含噪语音信号映射到语音空间时的模糊性造成的, 但由于人耳对相位不敏感, 所以并不影响听音效果。

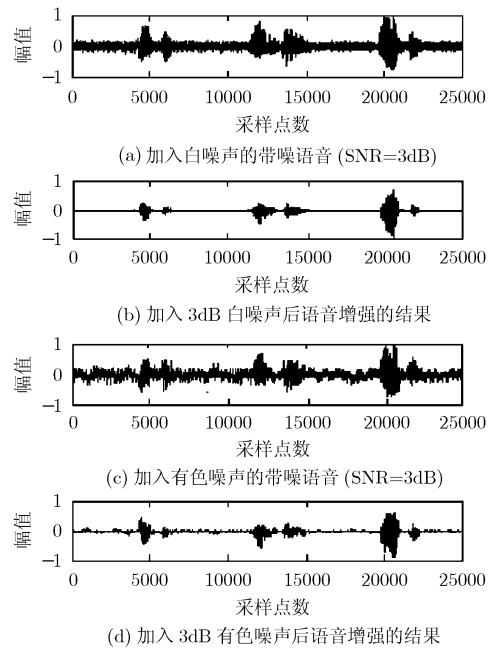


图 2 本文基于 SVD 方法语音增强波形图

## 5 结束语

本文结合麦克风阵列波束形成技术给出了一种改进的基于奇异值分解的单麦克语音增强方法。与 Doclo 方法相比, 本文方法是一种次优滤波语音增强方法。但在干扰噪声为白噪声时, 本文方法无需进行语音端点检测, 计算复杂度大大降低。仿真实验结果表明, 本文方法能有效地抑制加性噪声, 使信噪比得到明显提高, 同时也改善了语音质量。

致谢 感谢张洪昌硕士在语音端点检测方面提供的帮助及 Simon Doclo 教授在方法实现方面给予的帮助。

## 参考文献

- [1] Boll S F. Suppression of acoustic noise in speech using spectral subtraction. *IEEE Trans. on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, 1979, 27(2): 113-120.
- [2] Flanagan J L, Johaston J D, and Zahn T, *et al.* Computer-steered microphone arrays for sound transduction in large rooms. *Journal of Acoustical Society of America*, 1985, 78(5): 1508-1518.
- [3] Griffiths L J and Jim C W. An alternative approach to linearly constrained adaptive beamforming. *IEEE Trans. on Antennas and Propagation*, 1982, 30(1): 27-34.

- [4] Veen A J D, Deprettere E F, and Swindlhurst A L. Subspace-based signal analysis using singular value decomposition. *Proc. IEEE*, 1993, 81(9): 1277-1308.
- [5] Doclo S and Moonen M. GSVD-based optimal filtering for single and multimicrophone speech enhancement. *IEEE Trans. on Signal Processing*, 2002, 50(9): 2231-2244.
- [6] Doclo S and Moonen M. Robustness analysis of GSVD based optimal filtering and generalized sidelobe canceller for hearing aid applications. Proc. of the 1999 IEEE International Workshop on Acoustic Echo and Noise Control (IWAENC'99), Pocono manor, Pennsy Lvania, USA, Sept. 1999: 80-83.
- [7] Zhang Liyan, Yin Fuliang, and Hou Daiwen. A SVD-based beamforming speech enhancement algorithm. Proc. of the International Conference on Electronic Measurement & Instruments (ICEMI'2005), Beijing, China, 2005: 493-497.
- [8] Luk FT. Computing the singular-value decomposition on the ILLIAC IV. *ACM Trans. on Mathematical Software*, 1980, 6(4): 524-539.
- [9] Comon P and Golub G H. Tracking a few extreme singular values and vectors in signal processing. *Proc. IEEE*, 1990, 78(8): 1327-1343.
- [10] 戈卢布 G H, 范洛恩 C F, 著, 袁亚湘, 等译. 矩阵计算. 北京: 科学出版社, 2001: 77-78.
- Golub G H and Vanloan C F. *Matrix Computation*. Beijing: Science Press, 2001: 77-78.
- [11] 周长发. 科学与工程数值方法. 北京: 清华大学出版社, 2002: 119-129.
- Zhou Chang-fa. *Science and Engineering Numerical Computation Method*. Beijing: Tsighua University Press, 2002: 119-129.
- [12] 张贤达. 矩阵分析与应用. 北京: 清华大学出版社, 2004: 367-380.
- Zhang Xian-da. *Matrix Analysis and Applications*. Beijing: Tsighua University Press, 2004: 367-380.
- [13] 张贤达. 信号处理中的线性代数. 北京: 科学出版社, 1997: 322-334.
- Zhang Xian-da. *Linear Algebra Applied in Signal Processing*, Beijing: Science Press, 2001: 322-334.
- [14] 易克初, 田斌, 付强. 语音信号处理. 北京: 国防工业出版社, 2000: 97-100.
- Yi Ke-chu, Tian Bin, and Fu Qiang. *Speech Signal Processing*. Beijing: National Defense Industry Process, 2000: 97-100.
- [15] Fischer S and Simmer K U. Beamforming microphone arrays for speech acquisition in noisy environments. *Speech Communication*, 1996, 30(3): 215-227.
- 张丽艳: 女, 1974 年生, 讲师, 博士生, 从事语音处理和阵列信号处理的理论与应用研究工作.
- 殷福亮: 男, 1962 年生, 教授, 博士生导师, 主要从事语音处理、图像处理、阵列信号处理和现代通信技术研究工作.