Log-normal 分布杂波背景下有序统计恒虚警检测器性能分析

胡文琳[①②]　王永良[②]　王首勇[②]
[①](国防科技大学电子科学与工程学院　长沙　410073)
[②](空军雷达学院武器系统与兵器运用实验室　武汉　430019)

摘　要：该文证明了在形状参数已知的均匀对数-正态(Log-normal)杂波背景下有序统计恒虚警(OS-CFAR)检测器能保持恒虚警的特性，导出了该背景下 OS-CFAR 检测器对非起伏目标的检测性能表达式和平均判决阈值(ADT)表达式。最后用数值方法讨论了最佳序值的选取以及 OS-CFAR 检测器在取不同参考单元数时相对于理想 CFAR 的信杂比损失。

关键词：雷达；Log-normal 分布杂波；OS-CFAR；CFAR 损失
中图分类号：TN957.51　　**文献标识码**：A　　**文章编号**：1009-5896(2007)03-0517-04

Performance of Ordered Statistic CFAR Detector Under Log-normal Distributed Clutter

Hu Wen-lin[①②]　Wang Yong-liang[②]　Wang Shou-yong[②]
[①](*School of Electronic Science and Engineering, NUDT, Changsha* 410073, *China*)
[②](*Key Lab.,Air Force Radar Academy Army, Wuhan* 430019, *China*)

Abstract: The property that the ordered statistics CFAR(OS-CFAR) detector can obtain constant false alarm rate under homogeneous Log-normal distributed clutter background is proved in this paper, when the shape parameter of probability density function is known. Both the detection performance expressions with non-fluctuating target and the ADT (average decision threshold) expressions of the OS-CFAR detector are derived. Finally, the optimal order value and the signal-clutter-ratio losses compared with ideal CFAR of the OS-CFAR detector are discussed by numerical method when the number of reference cells is taken different values.

Key words: Radar; Log-normal distributed clutter; OS-CFAR; CFAR loss

1　引言

由于雷达常常工作在非平稳的杂波环境中，雷达目标检测需采用CFAR技术。Log-normal分布常用来描述比瑞利(Rayleigh)和韦布尔(Weibull)分布拖尾性更加严重的杂波分布特性，如复杂地形杂波和高分辨力雷达在低视角观察时的海杂波可以用log-normal分布较好地拟合[1]。与单元平均CFAR(cell-averaging CFAR)检测器相比，OS-CFAR(Order Statistics CFAR)检测器在多目标环境下取得较好的检测性能，其在均匀杂波背景下的CFAR损失也是可以接受的[2]。然而，与单参数概率密度分布(如瑞利分布)杂波相比， log-normal分布杂波背景下，即使是简单的单脉冲检测， OS-CFAR的检测性能解析表达式也很难获得，检测性能常常借助于Monte-Carlo仿真获得。本文在单脉冲线性检波条件下，对非起伏目标的OS-CFAR检测性能进行了理论推导，导出了检测性能表达式，并用数值方法分析了OS-CFAR检测器最佳序值的选取和取不同参考单元数时的CFAR损失。

2005-12-08 收到，2006-09-18 改回
武器装备预研基金项目(51431040105JB4901)和全国高校优秀青年教师教学科研奖励计划(TRAPOYT)资助课题

2　Log-normal 分布背景下 OS-CFAR 检测性能

2.1 恒虚警特性及其检测阈值

Log-normal 分布的概率密度函数为

$$f(x)=\frac{1}{x\sqrt{2\pi}\sigma}\exp\left[-\frac{(\ln x-\ln c)^2}{2\sigma^2}\right],\qquad x\geq 0 \tag{1}$$

式中$\ln c$和σ分别为$\ln x$的均值和标准差。$\ln c$表示log- normal分布的尺度参数， $\rho=e^{\sigma^2/2}$ 表示log-normal分布的形状参数。实际杂波数据的ρ的范围约为 1.065($\sigma=0.3549$)到1.93($\sigma=1.1468$)。对海杂波，ρ的范围约为从低海况条件下的 0.5dB($\sigma=0.4799$)到高海况条件下的 5.5dB($\sigma=1.5915$)[3]。形状参数ρ越大表示杂波越尖锐、概率密度函数的“拖尾”现象越严重。

令 $w=\ln(x/c)/\sigma$ ，并用 $\Phi(\cdot)$ 表示标准正态分布的概率分布函数(CDF)，则 log-normal 分布的 CDF 为

$$\begin{aligned}F_0(x)&=\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\mathrm{erf}\left[\frac{\ln x-\ln c}{\sqrt{2\sigma^2}}\right]=\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\mathrm{erf}\left[\frac{\ln(x/c)}{\sqrt{2\sigma^2}}\right]\\&=\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\mathrm{erf}\left[\frac{w}{\sqrt{2}}\right]=\Phi(w)\end{aligned} \tag{2}$$

OS-CFAR 将参考单元样本从小到大排序： $X_{(1)}\leq X_{(2)}$

$\le \cdots \le X_{(R)}$ (R 为参考窗长度)，并取第 k 个最小有序统计量作为杂波水平估计，即 $Z = X_{(k)}$。

随机变量 Z 具有下述的概率密度函数

$$f_k(z) = k\binom{R}{k}\left[1-F_0(z)\right]^{R-k}\left[F_0(z)\right]^{k-1} f(z)$$
$$= k\binom{R}{k}\left\{\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\operatorname{erf}\left[\frac{\ln(z/c)}{\sqrt{2\sigma^2}}\right]\right\}^{R-k}\left\{\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\operatorname{erf}\left[\frac{\ln(z/c)}{\sqrt{2\sigma^2}}\right]\right\}^{k-1}$$
$$\times\frac{1}{z\sqrt{2\pi}\sigma}\exp\left[-\frac{(\ln z-\ln c)^2}{2\sigma^2}\right],\quad z\ge 0 \tag{3}$$

为了实现恒虚警处理，对于一个指定的 P_{fa}，必须计算检测阈值S，令S=TZ，T为阈值因子。令 $u=\ln(z/c)/\sigma$，虚警概率 P_{fa} 可表示为[4]

$$P_{\mathrm{fa}} = E\left[P\left(Y_0 \ge Tz\right)\right] = \int_0^\infty \left[1-F_0(Tz)\right] f_k(z)\mathrm{d}z$$
$$= k\binom{R}{k}\int_{-\infty}^{\infty}\left\{\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\operatorname{erf}\left[\frac{\ln T}{\sqrt{2}\sigma}+\frac{u}{\sqrt{2}}\right]\right\}\left[1-\Phi(u)\right]^{R-k}$$
$$\times\left[\Phi(u)\right]^{k-1}\left[\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\exp\left(-\frac{u^2}{2}\right)\right]\mathrm{d}u \tag{4}$$

阈值因子 T 的确定与 log-normal 分布的尺度参数 c 无关，由式(4)可知，只要 P_{fa}, R, k, σ 已知，即可利用数值积分方法解得。因此 OS-CFAR 可以在形状参数已知，尺度参数未知或时变的log-normal分布杂波背景下的线性检测中保持恒定的虚警率。

2.2 检测性能分析

Log-normal分布杂波加非起伏目标的分布称为对数-莱斯概率密度函数[5]，其表达式为

$$f_{D_1}(x)=\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\frac{x}{(b^2-2bx\cos\varphi+x^2)}$$
$$\times\exp\left\{-\frac{1}{2\sigma^2}\left[\ln\sqrt{b^2-2bx\cos\varphi+x^2}-\ln c\right]^2\right\}\mathrm{d}\varphi,$$
$$x>0 \tag{5}$$

式中 D_I 为有目标假设时的检测统计量，b 为信号的功率参数。

检测概率 P_d 可表示为

$$P_d=\int_0^\infty\left[\int_S^\infty f_{D_1}(x)\mathrm{d}x\right]f(s)\mathrm{d}s=\int_0^\infty\left[\int_{Tz}^\infty f_{D_1}(x)\mathrm{d}x\right]f_k(z)\mathrm{d}z \tag{6}$$

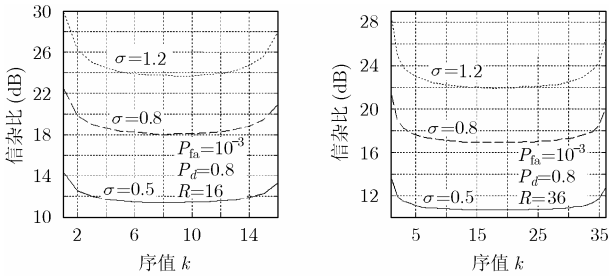
式中阈值 S 是一个随机变量，$f(s)$为其概率密度函数。

将式(3)，式(5)代入式(6)，令 $\lambda=\dfrac{b^2}{\exp(2\ln c+2\sigma^2)}$，$y$=$x/c$，得

$$P_d=\int_{-\infty}^{\infty}\int_{T\exp(u\sigma)}^{\infty}\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}$$
$$\times\frac{y}{(\exp(2\sigma^2)\lambda-2\exp(\sigma^2)\sqrt{\lambda}y\cos\varphi+y^2)}$$
$$\times\exp\left\{-\frac{1}{2\sigma^2}\left[\ln\sqrt{\exp(2\sigma^2)\lambda-2\exp(\sigma^2)\sqrt{\lambda}y\cos\varphi+y^2}\right]^2\right\}\mathrm{d}\varphi\mathrm{d}y$$
$$\times k\binom{R}{k}\left[1-\Phi(u)\right]^{R-k}\left[\Phi(u)\right]^{k-1}\left[\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\exp\left(-\frac{u^2}{2}\right)\right]\mathrm{d}u \tag{7}$$

由式(7)可见，P_d 是检波前信杂比 λ, T, σ, R, k 的函数，用数值积分的方法可以得到由上式确定的检测概率曲线。

图 1(a)，1(b)分别为 R=16，36，P_d 达到 80%时采用不同序值 k 与所需的信杂比 λ 对应的关系曲线，$P_{\mathrm{fa}}=10^{-3}$，σ 取 0.5，0.8，1.2(表示杂波尖锐程度由弱到强)。由图可见，当 R=16 时，3 种形状参数下 CFAR 检测器达到指定的检测概率所需的信杂比最小的序值均为 k=9，而 R=36 时最小信杂比对应的 k=20。两种情况下不同序值 k 相对于 k=9，20 时的附加损失分别见表 1，表 2。由表 1，表 2 可以看出 k=1 时的附加损失最大，在尖杂波($\sigma=1.2$)情况下，损失达 6dB 以上。当标准差 σ 一定时，k 偏离 9，20 越大，信杂比附加损失越大；当 k 一定时，损失随着 σ 的增大而增大。



(a) R=16 时序值 k 与信杂比 λ 的关系曲线

(b) R=36 时序值 k 与信杂比 λ 的关系曲线

图 1

表 1　R=16 时 OS-CFAR 检测器取不同序值 k 相对于 k=9 的 CFAR 损失

标准差 σ	序值 k												
	1	3	5	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
0.5	2.84	0.55	0.18	0.02	0.02	0	0.06	0.07	0.15	0.21	0.48	.0.79	1.89
0.8	4.39	0.95	0.37	0.11	0.10	0	0.07	0.17	0.21	0.50	0.79	1.42	2.87
1.2	6.21	1.35	0.45	0.12	0.11	0	0.04	0.20	0.25	0.57	1.06	1.94	4.27

表 2　R=36 时 OS-CFAR 检测器取不同序值 k 相对于 k=20 的 CFAR 损失

标准差 σ	序值 k												
	1	3	5	7	13	15	19	20	25	27	31	35	36
0.5	2.92	0.81	0.40	0.20	0.04	0.02	0.01	0	0.02	0.08	0.28	1.08	2.02
0.8	4.39	1.34	0.70	0.43	0.07	0.02	0.01	0	0.06	0.14	0.48	1.62	3.09
1.2	6.53	1.92	1.08	0.69	0.15	0.16	0.02	0	0.16	0.26	0.78	2.45	4.62

2.3 平均判决阈值(ADT)

为了进一步分析 OS-CFAR 处理器性能，本文分析了不同 k 值时的平均判决阈值(ADT)，ADT 定义为

$$\mathrm{ADT}=\mathrm{TE}(z_k)/c \tag{8}$$

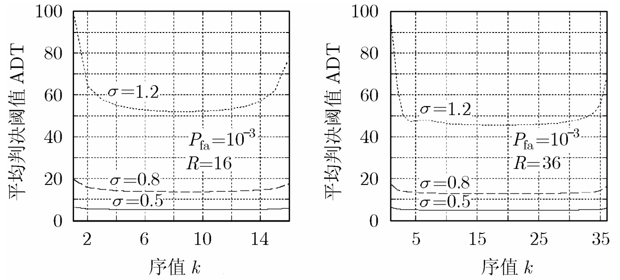
式中c为尺度参数，T为阈值因子，$E(z)$为第k个最小有序统计量的均值。

将式(3)及 $u=\ln(z/c)/\sigma$ 代入式(8)，得

$$\mathrm{ADT}=k\binom{R}{k}\int_{-\infty}^{\infty}\left[1-\varPhi(u)\right]^{R-k}\left[\varPhi(u)\right]^{k-1}\cdot\left[\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\exp\left(-\frac{u^2}{2}\right)\right]\exp(u\sigma+\ln T)\mathrm{d}u \tag{9}$$

式(9)表明 ADT 是 R，k，σ 和 P_{fa} 的函数，与尺度参数 c 无关。ADT 是计算检测性能损失的一个重要度量，对于指定的参考单元数 R 和虚警概率 P_{fa}，ADT 不依赖于检测概率 P_d。ADT 越小，表示检测性能越好，即检测概率越高。根据式(9)用数值方法可以得到 OS-CFAR 平均判决阈值 ADT 与 R，k，σ 的关系。

图 2(a)，2(b)分别为 R=16，R=36 时，OS-CFAR 检测器 ADT 值随序值 k 的变化曲线，$P_{\mathrm{fa}}=10^{-3}$，σ 分别取 0.5，0.8，1.2。由图 2 可见，R=16，36 时，k 分别取 9，20 时 ADT 达到最小值，此时 CFAR 处理器性能最佳，即当虚警概率一定，输入信杂比相同时，OS-CFAR 处理器检测概率最高。这说明 ADT 最小对应的 k 值和达到指定检测概率所需的信杂比最小对应的序值 k 是一致的。



(a) R=16 时 ADT 与序值 k 的关系曲线　　(b) R=36 时 ADT 与序值 k 的关系曲线

图 2

本文把 OS-CFAR 检测器 ADT 最小的 k 值称为最佳序值，用 k-opt 表示，由上节分析可知，当 k=k-opt 时，OS-CFAR 检测器在保持虚警率恒定的情况下，达到指定检测概率所需的信杂比最小。

2.4 最佳序值 k-opt 的选取

为了得到均匀 log-normal 杂波背景下 OS-CFAR 检测器最佳序值 k-opt 的取值范围，本文在 3 组标准差 $\sigma=0.5,0.8,1.2$ 下，分别求取当 R 在[8 ,50]的整数间连续变化时与 R 对应的最佳序值 k-out($P_{\mathrm{fa}}=10^{-3}$)。

图 3 为形状参数取 3 个不同值时，最佳序值 k-opt 和参考单元数 R 的比值随 R 的变化曲线。由图可见，k-opt/R 的值基本上都在 0.5 到 0.6 之间，最大不超过 0.7，最小不低于 0.4，3 条曲线重合，说明杂波形状参数对 k-opt 的选择没有影响。

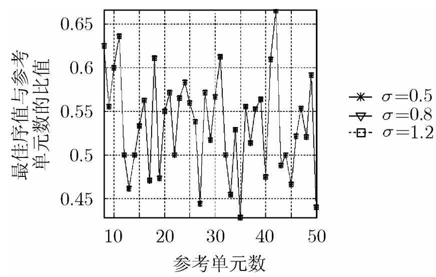


图 3　OS-CFAR 最佳序值 k 和参考单元数的比值

在实际杂波环境的快门限 CFAR 处理中，考虑到杂波的非平稳性和干扰目标等的影响，参考单元数一般不会大于 50，因此可用上述 3 组形状参数下 k-opt/R 的平均值来得到最优序值的取值范围。本实验中，k-opt/R 的平均值为 0.54。即最佳序值应取稍大于 $R/2$ 的整数值

$$k\text{-opt}=[0.54\times R] \tag{10}$$

式中[·]表示取整运算。

在雷达的实际工作环境中，考虑 OS-CFAR 检测器在杂波边缘和多目标等非均匀杂波背景下工作性能的折衷，一般取 k-out=$3R/4$[2]。

3 恒虚警性能及检测损失分析

图 4 为 R=16，σ=0.8，k=9，$P_{\mathrm{fa}}=10^{-3}$，c 分别取 0.5，1，3 时 OS-CFAR 的检测性能的 Monte-Carlo 仿真曲线。3 种情况对应的虚警概率分别为 0.0013，0.0014，0.0011。由图 4 可见，当形状参数、虚警概率、参考单元数和序值均固定而尺度参数变化时，虚警概率保持恒定不变，检测概率也不随尺度参数的改变而改变，这与本文式(4)，式(7)结论一致。

定义在相同虚警概率条件下，达到指定发现概率时 OS-CFAR 检测器(k=k-opt)所需的信杂比与理想 CFAR 检测器所需的信杂比之差为 OS-CFAR 检测器的信杂比损失。图 5 为 OS-CFAR 检测器序值 k 取最佳值时，其相对于理想 CFAR 的信杂比损失随 R 的变化曲线。由图可见，当形状参数相同时，CFAR 损失随着参考单元数 R 的增加而减小，当 R 趋近于 ∞ 时 CFAR 损失趋近于 0；当参考单元数相同时，CFAR 损失随着形状参数的增大而增大，尤其对尖杂波，参考单元数较小时(R=8)损失可达 6dB 以上($P_{\mathrm{fa}}=10^{-3}$)。

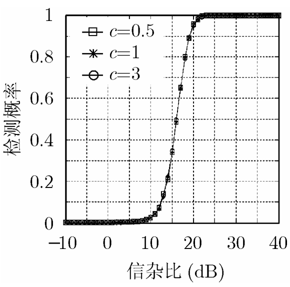


图 4 尺度参数 c 分别为 0.5,1,3 时 OS-CFAR 的检测性能曲线 (R=16，σ=0.8，k=9，$P_{\mathrm{fa}}=10^{-3}$)

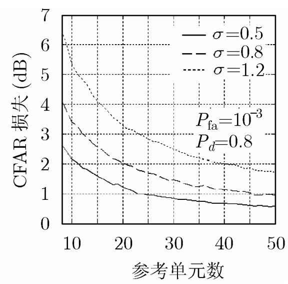


图 5　σ 分别取 0.5,0.8,1.2 时 OS-CFAR 信杂比损失随参考单元数的变化曲线(P_d=0.8)

4 结束语

本文证明了在形状参数已知的均匀log-normal杂波背景下 OS-CFAR 检测器具有恒虚警的特性，导出了单脉冲线性检波 OS-CFAR 检测器的平均判决阈值和检测性能表达式。数值计算结果表明，当形状参数、虚警概率、参考单元数和序值一定，尺度参数变化时，OS-CFAR 检测器能保持恒定的虚警率，且检测概率不随尺度参数的改变而改变；当虚警概率，参考单元数和形状参数一定时，达到指定的检测概率时所要求的最小信杂比对应的最佳序值 k-opt 为稍大于 $R/2$ 的整数值，形状参数对 k-opt 的选取没有影响。序值 k 偏离最佳值 k-opt 越大，附加信杂比损失就越大。当序值取最佳值且形状参数一定时，OS-CFAR 检测器相对于理想 CFAR 的信杂比损失随着参考单元数的增加而减小；而参考单元数一定时，CFAR 损失随着形状参数的增加而增大。

参 考 文 献

[1] Chan H C. Radar sea-clutter at low grazing angles. *IEE Proc. -F*, 1990, 137(2): 102–112.

[2] Rohling H. Radar CFAR thresholding in clutter and multiple target situation. *IEEE Trans. on AES*, 1983, 19(4): 608–621.

[3] Schleher D C. Radar detection in Log-normal clutter[C].Proc. of the IEEE International Radar Conference. Washintong, 1975: 262–267.

[4] AL-Hussaini E K. Performance of an ordered statistic CFAR processor in Log-normal clutter[J]. *Electronics Letters*, 1988, 24(7): 424–425.

[5] 何友, 关键, 等. 雷达自动检测与恒虚警处理[M]. 北京: 清华大学出版社, 1999: 142–143.
He You and Guan Jian, *et al*.. Automatic radar detection and CFAR processing[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 1999:142–143.

胡文琳：男，1976 年生，博士生，研究方向为雷达信号检测与恒虚警处理.

王永良：男，1965 年生，教授，博士生导师，主要研究领域为:雷达技术、阵列信号处理、自适应信号处理等.

王首勇：男，1956 年生，博士，教授，主要研究方向为雷达信号处理、现代信号处理.