

## 基于 PHAF 的多普勒参数估计

肖文书 张兴敢 王茹琪  
(南京大学电子科学与工程系 南京 210093)

**摘要:** 在通常情况下, 多普勒参数是影响 SAR 成像质量的主要因素。目前, 估计多普勒参数的算法主要有 Mapdrift、相位梯度自聚焦以及对比度最优自聚焦等自聚焦算法, 这些算法有一个共同的缺点, 不能估计并补偿高阶多普勒参数。该文通过基于乘积型高阶模糊度函数(Product High-order Ambiguity Function, PHAF)算法来估计多普勒参数的新方法, 该方法无需利用惯导数据预先计算多普勒调频斜率初值, 可与杂波锁定并行完成, 并且具有估计高阶多普勒参数的能力。仿真实验比较了 PHAF 和 MapDrift 分别在小信噪比, 存在高阶误差时的自聚焦能力。结果说明该算法计算量小、鲁棒性强、估计精度高, 在小信噪比情况下仍可得到较准确的估计结果。最后给出的成像结果说明该文提出的算法能够大大改善成像分辨率。

**关键词:** SAR; 多普勒参数; 参数估计; 高阶模糊度函数; 乘积型高阶模糊度函数

**中图分类号:** TN957.52

**文献标识码:** A

**文章编号:** 1009-5896(2007)07-1678-05

## Doppler Parameter Estimation Based on Product High-Order Ambiguity Function

Xiao Wen-shu Zhang Xing-gan Wang Ru-qi

(Department of Electronics Science and Engineering, Nanjing University, Nanjing 210093, China)

**Abstract:** In general, Doppler parameters are the main reason that leads to degrading of the SAR (Synthetic Aperture Radar) imaging quality. Now the algorithms to estimate Doppler parameters mainly are Mapdrift, Phase Gradient Autofocus (PGA) algorithms and so on. The drawback of these algorithms lie in the fact that the high-order Doppler parameter can not be estimated, and need iteration during estimating. In this paper Product High-order Ambiguity Function (PHAF) is introduced to estimate the Doppler parameter in synthetic aperture radar. The new algorithm, which has the ability to estimate high order parameters, doesn't need any initial information on Doppler rate and it can be completed with clutter lock at the same time. The algorithm based on PHAF is presented and analyzed in detail. The autofocus result is compared between PHAF and MapDrift under the condition of low Signal Noise Ratio (SNB) and with the existence of high order phase errors. It shows that PHAF is faster, more robust and accurate; meanwhile, exact result is available when SNB is low, and finally the imaging results indicate that the PHAF can improve resolution of SAR image greatly.

**Key words:** Synthetic aperture radar; Doppler parameter; Parameter estimation; High-order ambiguity function; Product high-order ambiguity function

### 1 引言

在机载合成孔径雷达中, 为了获得较高的方位向分辨率, 利用回波数据估计多普勒调频斜率是必要的, 这一过程称为自聚焦<sup>[1]</sup>。子孔径相关法(MapDrift)是目前较为常用的自聚焦算法<sup>[1]</sup>。这种方法是通过对回波数据成像为基础进行估计的, 因此需要预先知道多普勒调频斜率初值和多普勒中心频率(由杂波锁定完成)。多普勒调频斜率初值由惯导数据计算得出, 惯导数据的误差导致初值与真实值之间的偏差, 当偏差较大时会影响整个算法迭代过程的收敛。另外, 在小信噪比情况下, MapDrift的精确度和收敛速度下降, 甚至无法收敛<sup>[2]</sup>, 当存在高阶相位误差时也有类似问题。

文献[3]将HAF的概念引入多普勒参数估计中, 提出一种

基于HAF的多普勒估计算法。但HAF本身存在一定缺陷, 只能估计单个M阶PPS的参数。对N个M阶PPS, 由于交叉项的存在, N个M阶PPS的HAF将出现伪峰, 从而估计N个M阶PPS的参数算法失效<sup>[4]</sup>。为了弥补HAF缺陷, 本文提出了一种基于PHAF的多普勒参数估计算法。该算法以多分量多项式相位信号(mc-PPS)为模型, 无需预先知道多普勒调频斜率初值和多普勒中心频率, 直接由回波数据完成估计。通过与MapDrift分别在小信噪比, 存在高阶误差条件下估计能力的比较, 说明基于PHAF的多普勒参数估计算法计算量小, 估计精度高, 适用范围广。本文最后采用基于PHAF的多普勒参数估计算法估计了SAR回波数据中的多普勒参数。给出的成像结果说明本文提出的算法能够大大改善成像分辨率。

不考虑距离分辨率,假设雷达发射正弦信号,且雷达与目标间的距离远大于合成孔径长度,则散射系数为 $\sigma_1$ ,与雷达横向的初始相距时间为 $t_1$ ,斜距为 $R_0$ 的点目标回波信号为

$$s_1(t) = \sigma_1 W_a(t-t_1) \exp\{j2\pi[f_{dc}(t-t_1) + f_R(t-t_1)^2/2]\} \cdot \exp(-j4\pi R_0/\lambda) \quad (1)$$

式中 $W_a(\cdot)$ 为天线的双方向增益函数, $\lambda$ 为发射信号波长, $f_{dc}$ 和 $f_R$ 分别为多普勒中心和多普勒调频斜率。由于 $W_a(\cdot)$ 是沿方位向时间 $t$ 的慢变化函数,可以近似为常数,令 $A_1 = \sigma_1 W_a(t-t_1)$ 。斜距同为 $R_0$ 的 $N$ 个点目标回波为

$$s(t) = \sum_{i=1}^N A_i \exp\{j2\pi[f_{dc}(t-t_i) + f_R(t-t_i)^2/2]\} \cdot \exp(-j4\pi R_0/\lambda) \quad (2)$$

展开得

$$s(t) = \sum_{i=1}^N A_i \exp\{j2\pi[f_R t^2/2 + (f_{dc} - f_R t_i)t + f_R t_i^2/2 - f_{dc} t_i - 2R_0/\lambda]\} \quad (3)$$

令 $a_{i,0} = f_R t_i^2/2 - f_{dc} t_i - 2R_0/\lambda$ ,  $a_{i,1} = f_{dc} - f_R t_i$ ,  $a_{i,2} = f_R/2$ ,  $M = 2$ , 由此得

$$s(t) = \sum_{i=1}^N A_i \exp\left\{j2\pi \sum_{m=0}^M a_{i,m} t^m\right\} \quad (4)$$

式(2)–式(4)中均有: $0 \leq t \leq T$ 。由式(4)可知,回波信号由最高阶数为2的多分量多项式相位信号(mc-PPS)组成,且二阶相位系数相同,此系数即为待估计的多普勒调频斜率。当进行动目标检测时,二阶相位模型已经不能满足要求,需要考虑三阶及三阶以上的系数,此时回波信号可表示为<sup>[4]</sup>

$$s(t) = \exp\left\{j2\pi \sum_{m=2}^M a_m t^m\right\} \sum_{i=1}^N A_i \exp\{j2\pi(a_{i,1}t + a_{i,0})\} \quad (5)$$

其中 $M \geq 3$ ,若回波信号中含有高阶相位误差,且各散射点具有相同的高阶误差系数,此时回波也可用式(5)描述。

### 3 HAF 和 PHAF

给定复数序列 $s(t)$ ,其 $M$ 阶多时延高阶瞬时矩(ml-HIM)<sup>[4]</sup>定义为

$$\begin{aligned} DP_1[s(n), \tau_1] &= s(n) \\ DP_2[s(n), \tau_2] &= s(n)s^*(n-\tau_2) \\ &\vdots \end{aligned} \quad (6)$$

$$DP_M[s(n), \tau_M] = DP_2[DP_{M-1}[s(n), \tau_{M-1}], \tau_M]$$

其中 $\tau_i = (\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_i)$ 为时延向量。若 $s(t)$ 为有限长序列, $t = 0, \dots, N-1$ ,定义如下离散傅里叶变换为多时延高阶模糊度函数(ml-HAF):

$$\begin{aligned} DPT_M[s(n), f, \tau_M] &= DTFT\{DP_M[s(n), \tau_M]\} \\ &= \frac{1}{N} \sum_{n=(M-1)\tau}^{N-1} DP_M[s(n), \tau_M] \exp(-j2\pi n f) \end{aligned} \quad (7)$$

当 $\tau_1 = \dots = \tau_{M-1} = \tau$ 时,ml-HIM即简化为HIM,同时

ml-HAF也简化为HAF。

若 $s(t)$ 为单分量多项式相位信号,即

$$s(t) = b_0 \exp\left\{j2\pi \sum_{m=0}^M a_m t^m\right\} \quad (8)$$

将式(8)代入式(7),得

$$DPT_M[s(n), f, \tau] = C\delta(f - \tilde{f}) \quad (9)$$

其中 $C$ 为常数, $\tilde{f} = M! \prod_{i=1}^{M-1} \tau_i a_M$ ,这说明 $DPT_M[s(n), f, \tau_M]$

之峰值出现于 $\tilde{f} = M! \prod_{i=1}^{M-1} \tau_i a_M$ 处,因此可求得相位参数

$$a_M = \frac{1}{M! \prod_{i=1}^{M-1} \tau_i} \arg \max_{\langle f \rangle} \{DPT_M[s(n), f, \tau_M]\} \quad (10)$$

设信号 $s(n)$ 存在于加性噪声中,即

$$x(n) = s(n) + v(n), \quad n = 0, 1, \dots, N-1 \quad (11)$$

其中 $v(n)$ 为0均值复高斯白噪声。 $s(n)$ 的HIM估计量为

$$DP_M[s(n), \tau_M] = DP_M[x(n), \tau_M] \quad (12)$$

HAF估计量为

$$DP_T M[s(n), f, \tau_M] = DPT_M[x(n), f, \tau_M] \quad (13)$$

由于 $v(n)$ 是0均值的复高斯白噪声,所以 $s(n)$ 的HAF估计量是无偏的。

若 $x(t)$ 由 $N$ 个 $M$ 阶PPS组成,

$$x(t) = \sum_{i_1=1}^N A_{i_1} \exp\left\{j2\pi \sum_{m=0}^M a_{i_1,m} t^m\right\} \quad (14)$$

且满足SAR回波信号的特点,即各分量2至 $M$ 阶系数相等( $a_{i_1,m} = a_m, \forall i_1 = 1, \dots, N, 2 \leq m \leq M$ ),有以下结论<sup>[4]</sup>:

(1)其 $M$ 阶ml-HIM仍为mc-PPS

$$x_M(t; \tau_{M-1}) = \sum_{i_1, \dots, i_{2M-1}=1}^N A_{i_1} \cdots A_{i_{2M-1}} \exp\left\{j2\pi \sum_{m=0}^M b_{i_1, \dots, i_{2M-1}; m}^{(M)} t^m\right\} \quad (15)$$

上式中系数满足 $i_1 = i_2 = \dots = i_{2M-1}$ 的项为自身项,其他的均称为交叉项。

(2) $x_M(t; \tau_{M-1})$ 由复正弦信号组成,其中自身项的频率为

$$f_0 = 2^{M-1} M! \left( \prod_{k=1}^{M-1} \tau_k \right) a_M \quad (16)$$

交叉项的频率为

$$f_i = 2^{M-1} M! \left( \prod_{k=1}^{M-1} \tau_k \right) a_M + \sum_{k=1}^{2^{M-2}} (a_{i_k, 1} - a_{i_{2M-2+k}, 1}) \quad (17)$$

其中 $i = 1, \dots, N$ 。

(3)只有自身项的正弦信号,其频率与所有时延的乘积成正比。

由结论(2)可知,此时 $|DPT_M[x(n), f, \tau_M]|$ 不会出现单一峰值,交叉项将形成伪峰,因此无法像单分量PPS那样由峰值位置估计各阶系数,由此引入PHAF<sup>[4]</sup>的概念。

给定  $L$  个时延向量集:

$$\tau_{M-1}^{(l)} = (\tau_1^{(l)}, \tau_2^{(l)}, \dots, \tau_{M-1}^{(l)}) \quad (18)$$

其中  $l = 1, 2, \dots, L$ , 对每个  $l$  计算 ml-HAF, 得到  $\text{DPT}_M[s(n), f, \tau_{M-1}^{(l)}]$ , 定义 PHAF 为经过尺度变换的各  $\text{DPT}_M[s(n), f, \tau_{M-1}^{(l)}]$  的乘积:

$$\text{DPT}_M^L[s(n), f, T_{M-1}^L] = \prod_{l=1}^L \text{DPT}_M[s(n), P_M(\tau_{M-1}^{(l)}, \tau_{M-1}^{(l)}); f; \tau_{M-1}^{(l)}] \quad (19)$$

其中

$$P_M(\tau_{M-1}^{(l)}, \tau_{M-1}^{(l)}) = \prod_{k=1}^{M-1} \tau_k^{(l)} / \prod_{k=1}^{M-1} \tau_k^{(1)} \quad (20)$$

$$T_{M-1}^L = (\tau_{M-1}^{(1)}, \tau_{M-1}^{(2)}, \dots, \tau_{M-1}^{(L)}) \quad (21)$$

根据结论(3), 在  $\text{DPT}_M[s(n), f, \tau_{M-1}^{(l)}]$  中, 只有自身项对应的频谱峰值出现的位置与  $\prod_{k=1}^{M-1} \tau_k^{(l)}$  成正比, 在频域经过尺度变换后, 各  $\text{DPT}_M[s(n), f, \tau_{M-1}^{(l)}]$  中自身项峰值被对准, 均出现在  $2^{M-1} M! \prod_{k=1}^{M-1} \tau_k^{(1)} a_M$  的位置上, 交叉项导致的伪峰则不然, 因此对准后的各 ml-HAF 相乘可以增强有用峰值并抑制伪峰。

#### 4 估计算法

从式(5)可以看出,  $N$  个点目标回波信号是由  $N$  个  $M$  阶多项式相位信号(PPS)组成, 并且每个多项式相位信号分量的二阶以上(包括二阶)系数是相同的。文献[4]给出了一般性由  $N$  个  $M$  阶 PPS 的参数估计算法。对于某个具体的雷达波门而言, 这  $N$  个点目标回波信号的二阶以上(包括二阶)系数是相同的, 因此本文简化文献[4]中的算法, 得多普勒参数估计算法。设在某一雷达波门内的采样得到的回波信号为  $x(n)$ , 具体算法步骤如下:

(1) 初始化: 设  $m = M$  以及  $x^{(m)} = x(n)$ ,  $n = 0, 1, \dots, N - 1$ 。

(2) 给定  $L$  个时延组  $\tau_{M-1}^l = (\tau_1^l, \tau_2^l, \dots, \tau_{M-1}^l)$ ,  $l = 1, 2, \dots, L$ 。

(3) 计算  $\text{DPT}_m[x^{(m)}, P_m(\tau_{M-1}^l, \tau_{M-1}^l); f; \tau^{(l)}]$ ,

(4) 由公式:  $a_m = \frac{1}{m! \prod_{k=1}^{M-1} \tau_k^l} \arg \max \{ \text{DPT}_m[x^{(m)}, P_m(\tau_{M-1}^l, \tau_{M-1}^l); f; \tau^{(l)}] \}$  计算出系数  $a_m$

(5) 令  $x^{(m-1)}(n) = x^{(m)}(n) \exp[-ja_m n^m]$ ,  $n = 0, 1, \dots, N - 1$

(6)  $m = m - 1$ , 如果  $m \geq 1$ , 转(2)

实际上对每个雷达波门都要运行上述算法。下面给出算法的讨论, 如下:

(1)  $M$  未知的情况。  $M$  本身也是可以估计的, 在上述算法中, 取初始化中令  $m = \bar{M}$ , 当  $m$  大于真实  $M$  时, 相应的系数  $a_m = 0$ , 而当  $m$  等于真实  $M$  时, 系数  $a_m$  将为非 0

值, 由此, 可以确定真实  $M$ 。如果初始的  $\bar{M}$  小于真实  $M$ ,  $\text{DPT}_m[x^{(m)}, P_m(\tau_{M-1}^l, \tau_{M-1}^l); f; \tau^{(l)}]$  中将不会出现单一的谱线。

(2) 时延向量的选取问题<sup>[4]</sup>。由式(4)可以得出, 对于长度为  $N$  的  $M$  阶单分量 PPS 信号, 其 ml-HIM 的长度为  $N - 2 \sum_{i=1}^{M-1} \tau_i, \tau_i \geq 0, \forall i$ 。因此频率分辨率为

$$\Delta f = 1 / \left( N - 2 \sum_{i=1}^{M-1} \tau_i \right) \quad (22)$$

ml-HAF 的峰值出现在式(10)所示处, 则相应  $a_M$  的分辨率为

$$\Delta a_M = \frac{\Delta f}{2^{M-1} M! \prod_{i=1}^{M-1} \tau_i} = \frac{1}{2^{M-1} M! \prod_{i=1}^{M-1} \tau_i} \cdot \frac{1}{N - 2 \sum_{i=1}^{M-1} \tau_i} \quad (23)$$

上式对  $\tau_i$  求导数并令导数为零, 可得到最优选取为  $\tau_1 = \tau_2 = \dots = \tau_{M-1} = N / (2M)$ 。此外时延向量还要满足下式<sup>[5]</sup>:

$$|a_m| \leq \pi / \left( M! \prod_{k=1}^M \tau_k \right) \quad (24)$$

(3) 分辨率问题。式(22)给出了频率分辨率, 实际上可以通过对  $\text{DPT}_m[x^{(m)}, P_m(\tau_{M-1}^l, \tau_{M-1}^l); f; \tau^{(l)}]$  补 0 来提高频率分辨率。

#### 5 仿真试验

在仿真试验中, 首先模拟产生多个点目标的回波数据, 用 PHAF 估计多普勒参数; 然后在不同信噪比的条件下, 比较 PHAF 和 MapDrift 的估计方差; 然后在存在高阶误差的情况下, 比较两种算法的自聚焦能力; 最后给出了基于 PHAF 多普勒参数估计算法的成像结果, 并给出了与直接成像结果的比较。

##### 5.1 PHAF 自聚焦

为验证 PHAF 自聚焦算法的有效性, 仿真 3 个沿方位排列的点目标回波数据, 系统参数如下: 波长 0.0308m, 发射脉冲时宽 9.2μs, 发射脉冲带宽 60MHz, 接收机采样频率 73.33MHz, 载机飞行速度 105m/s, 雷达作用斜距 15000m, 天线口径 1.47m, 脉冲重复频率 735Hz。

图 1 为 HAF 的结果, 可以清楚地看到 3 个峰值, 其中一个由自身项产生, 另外两个由交叉项产生。图 2 为 PHAF 的结果,  $L$  取 2, 计算量比图 1 增大一倍, 结果有明显的改善, 伪峰得到了大幅度的抑制。由系统参数计算出  $f_R = -47.7273\text{Hz/s}$ , 由 PHAF 峰值位置估计出的  $\hat{f}_R =$

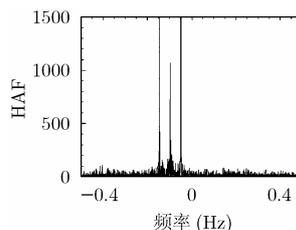


图 1 HAF 结果

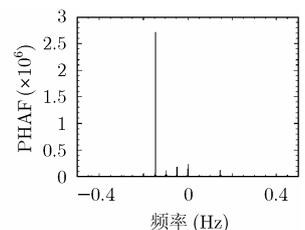


图 2 PHAF 结果

$-47.7224\text{Hz/s}$ , 相对误差为 0.01%。

### 5.2 PHAF 与 MapDrift 的比较

文献[2]定性分析了噪声对 MapDrift 自聚焦的影响, 得出结论: 当 SNR 较大时, MapDrift 可较快收敛到真实  $f_R$ ; SNR 较小时, MapDrift 失效。文献[5-8]分别讨论了恒定幅度、时变幅度的单分量 PPS 在加性高斯白噪声中系数的估计问题, 并给出参数估计 Cramer-Rao 下界的表达式。文献[4]比较了同等条件不同 SNR 下 HAF 和 PHAF 的估计方差, 指出相对于 HAF, PHAF 在估计性能改善方面具有更大的优势。

下面基于单个点目标比较 PHAF(HAF)和 MapDrift 在不同 SNR 时的估计方差, 由于 MapDrift 的自聚焦结果与给定的  $f_R$  初值有关, 在计算时取初值与实际值的相对误差分别为 10%、9%、...、1%, 每次估计误差的平方取均值作为估计方差。

图 3 显示了不同 SNR 下 PHAF 和 MapDrift 估计方差的结果, 可以看出, 随着 SNR 的减小, MapDrift 估计方差增大, 而 PHAF 算法受 SNR 的影响不大, 且估计误差始终小于 MapDrift。

当存在高阶相位误差时, PHAF 可以估计出高阶系数, 并基于相位降阶的方法逐步降低信号相位的阶数, 直至估计到二阶系数  $\hat{f}_R$ 。MapDrift 通常是建立在二阶相位误差基础上的, 通过迭代逐步逼近真实  $f_R$ , 没有估计高阶误差的能力, 而且当回波信号中存在高阶误差时, 会对估计结果产生影响。图 4 是在理想点目标回波信号中加入三阶相位误差后 PHAF 和 MapDrift 的估计方差, 横坐标代表三阶误差相对于  $f_R$  的百分比。图示曲线表明, MapDrift 估计方差随三阶误差的增大而逐渐增大; PHAF 首先估计出三阶误差, 消除其影响后即可得到较准确的  $\hat{f}_R$ , 因此估计方差要小于 MapDrift 的结果, 特别在三阶误差较大时。

此外 MapDrift 算法基于成像数据, 而本文提出的基于 PHAF 多普勒参数估计算法则基于原始数据, 因此基于 PHAF 多普勒参数估计算法在运算量上要优于 MapDrift 算法。

### 5.3 成像仿真

为了验证基于 PHAF 的多普勒参数估计算法对成像的影响, 本文修改了仿真试验 5.1 节中的载机飞行速度, 认为载机在成像区域内是以初始速度为 105m/s, 加速度为 1m/s<sup>2</sup>

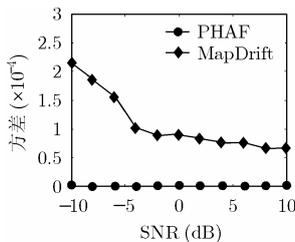


图 3 不同 SNB 时估计方差的比较

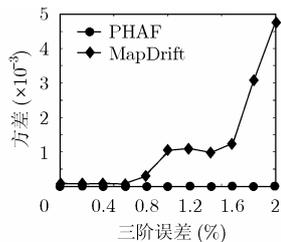


图 4 存在三阶误差时估计方差的比较

飞行, 其它系统参数同仿真试验 5.1 节, 产生了 3 个沿方位向排列的点目标回波数据。

图 5 为直接成像结果, 图 6 为基于 PHAF 多普勒参数估计算法的成像结果。比较图 5 和图 6 可以清楚地看出基于 PHAF 多普勒参数估计算法大大改善了成像分辨率。

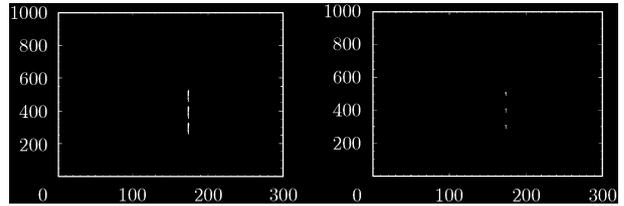


图 5 直接成像结果

图 6 基于 PHAF 多普勒参数估计算法的成像结果

## 6 结束语

本文从 SAR 回波信号出发, 建立回波的 mc-PPS 模型, 引入 PHAF 来完成对 mc-PPS 相位系数的估计, 即实现自聚焦。在仿真试验中验证了 PHAF 算法的有效性, 并比较 PHAF 和 MapDrift 在小信噪比, 有高阶误差存在时的估计方差, 结果说明 PHAF 估计精度高, 在小信噪比时能保持较低的估计方差, 并且具有估计高阶系数的能力。最后的成像结果表明基于 PHAF 多普勒参数估计算法能够改善成像分辨率。

## 附录

首先计算  $x_2(t; \tau_1)$  :

$$\begin{aligned} x_2(t; \tau_1) &= x(t + \tau_1)x^*(t - \tau_1) \\ &= b_0^2 \exp \left\{ j2\pi \sum_{m=0}^M a_m [(t + \tau_1)^m - (t - \tau_1)^m] \right\} \\ &= b_0^2 \exp \left\{ j2\pi \sum_{m=0}^M a_m \sum_{i=0}^m \binom{m}{i} t^i \tau_1^{m-i} [1 - (-1)^{m-i}] \right\} \\ &= b_0^2 \exp \left\{ j2\pi \sum_{i=0}^M \sum_{m=i}^M a_m \binom{m}{i} t^i \tau_1^{m-i} [1 - (-1)^{m-i}] \right\} \\ &= b_0^2 \exp \left\{ j2\pi \sum_{i=0}^M \sum_{l=0}^{M-i} a_{l+i} \binom{l+i}{i} t^i \tau_1^l [1 - (-1)^l] \right\} \\ &= b_0^2 \exp \left\{ j2\pi \sum_{i=0}^M c_i^{(2)} t^i \right\} \end{aligned}$$

式中  $\binom{m}{l} = \frac{m!}{l!(m-l)!}$ ,  $c_i^{(2)} = \sum_{l=0}^{M-i} a_{l+i} \binom{l+i}{i} \tau_1^l [1 - (-1)^l]$ , 且有  $c_M^{(2)} = 0$ ,  $c_{M-1}^{(2)} = 2M\tau_1 a_M$ 。可见, 对于最高阶数为  $M$  的 PPS, 其二阶 ml-HIM 也是 PPS, 且最高阶降为  $(M-1)$  阶。重复上述运算, 可求得三阶 ml-HIM 是最高阶数为  $(M-2)$  的 PPS, 且  $c_{M-2}^{(3)} = 2^2 M(M-1)\tau_1 \tau_2 a_M$ 。因此, 经过  $M-1$  次的迭代,  $x_M(t, \tau_{M-1})$  的最高阶数为 1, 且系数  $c_1^{(M)} = 2^{M-1} M!$

$$\cdot \left( \prod_{i=1}^{M-1} \tau_i \right) a_M。$$

## 参考文献

[1] Curlander J C and McDonough R N. Synthetic Aperture Radar-Systems and Signal Processing. New York: John Wiley

- & Sons, 1991: 222-237.
- [2] 姚萍, 陈冰冰, 王贞松. 采用方位向自适应滤波器提高 SAR 自聚焦的性能. 电子与信息学报, 2003, 25(8): 1066-1072.  
Yao Ping, Chen Bing-bing, and Wang Zhen-song. To improve the performance of autofocus in SAR images with an azimuth adaptive filter. *Journal of Electronics and Information Technology*, 2003, 25(8): 1066-1072.
- [3] Porchia A, Barbarossa S, and Scaglione A. Autofocusing techniques for SAR imaging based on the multilag high order ambiguity function. Proc. IEEE Int. Conf. Acoust., Speech and Signal Process., ICASSP'96 Atlanta(GA), May 1996: 2086-2090.
- [4] Barbarossa S, Scaglione A, and Giannakis G B. Product high-order ambiguity function for multicomponent polynomial-phase signal modeling. *IEEE Trans. on Signal Processing*, 1998, 46(3): 691-708.
- [5] Peleg S and Friendlander B. The discrete polynomial-phase transform. *IEEE Trans. on Signal Processing*, 1995, 43(8): 1901-1914.
- [6] Zhou Guotong, Giannakis G B, and Swami A. On polynomial phase signals with time-varying amplitudes. *IEEE Trans. on Signal Processing*, 1996, 44(4): 848-861.
- [7] Peleg S and Porat B. Estimation and classification of polynomial-phase signals. *IEEE Trans. on Information Theory*, 1991, 37(2): 422-430.
- [8] Peleg S and Porat B. The Cramer-Rao lower bound for signals with constant amplitude and polynomial phase. *IEEE Trans. on Signal Processing*, 1991, 39(3): 749-752.
- 肖文书: 男, 1977 年生, 博士生, 从事雷达成像、阵列信号处理等方面的研究.
- 张兴敢: 男, 1956 年生, 教授, 主要从事雷达成像、阵列信号处理、目标识别、电子对抗等方面的研究.
- 王茹琪: 女, 1981 年生, 硕士生, 从事雷达成像、目标识别等方面的研究.