

一种基于修正数据矩阵的广义波达方向矩阵方法

王 鼎 吴 瑛

(解放军信息工程大学信息工程学院 郑州 450002)

摘 要: 该文提出了一种基于平面阵的相干信号二维 DOA 估计算法, 文中先将平面阵分为 3 个具有旋转不变性的子阵列, 并分别构造了 3 个子阵列的数据矩阵, 结合这 3 个数据矩阵, 构造了两种修正数据矩阵, 提高了阵元利用率。然后仿照波达方向矩阵的构造方法, 得到了一种广义波达方向矩阵。通过理论分析证明了对该矩阵进行特征分解, 就可以获得信号的方向矢量和信号方向元素, 从而能够进行相干信号的二维 DOA 估计, 并且避免了谱峰搜索, 减少了运算量, 仿真结果验证了该算法的有效性和精确性。

关键词: 相干信号; 修正数据矩阵; 广义波达方向矩阵; 特征分解

中图分类号: TN911.23

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2007)06-1373-04

The Generalized DOA Matrix Method Based on Modified Data Matrix

Wang Ding Wu Ying

(Institute of Information Engineering, Information Engineering University, Zhengzhou 450002, China)

Abstract: A 2-D DOA estimation algorithm for coherent signal is presented based on plane array in this paper, firstly the plane array is divided into three sub-arrays with the nature of rotational invariance and three kinds of data matrix is formed for each of the three sub-arrays, based on which two kinds of modified data matrix is formed for raising the array utilization ratio. Then it imitates the DOA matrix method, obtains the generalized DOA matrix. Theoretical analysis shows that signal direction vectors and signal direction elements can be obtained via the eigen-decomposition of the generalized DOA matrix. Thus the coherent signal 2-D DOA can be estimated. This method avoids the parameter pairing and the spectrum peak searching, reduces the computation quantity. The computer simulation confirms the validity and the accuracy of this algorithm.

Key words: Coherent signal; Generalized DOA matrix; Modified data matrix; Eigen-decomposition

1 引言

对相干信号进行波达方向(DOA)估计一直是空间谱估计领域中研究的重点问题, 其研究的核心是如何将信号协方差矩阵的秩恢复成信号的个数, 目前主流的算法分为两大类, 一类是非降维处理算法, 如频域平滑算法^[1], Toeplitz 算法^[2], 虚拟阵列变换法^[3], 这类算法的最大优点是阵列孔径没有损失, 但往往都需要特定的环境, 如宽带信号, 非等距阵列, 移动阵列等, 因而在许多情况下限制了其应用, 另一类算法是降维处理算法, 如前后向空间平滑算法^[4], 前/后向预测投影矩阵算法^[5], 数据矩阵分解算法^[6], 该类算法虽然是以牺牲有效阵元数来解相干的, 但除了需要阵列流形具有 Vandermonde 结构外, 没有其它特别的要求, 因而在很多情况下获得了更广泛的应用。

相比基于协方差矩阵的分解算法而言, 基于数据矩阵的分解算法在低信噪比和短数据情况下具有更好的性能^[7], 文献[6]提出了一种一维DOA估计的数据矩阵分解算法, 该算法通过对数据矩阵的奇异值分解即可获得信号的一维DOA估计, 并且与信号是否独立无关, 然而实际信号位于三维空间中, 因此需要进行二维DOA估计, 本文以此算法为基础, 提

出了一种基于平面阵列的相干信号二维DOA估计算法, 文中先将平面阵分为 3 个具有旋转不变性的子阵列, 并分别构造了 3 个子阵列的数据矩阵, 结合这 3 个数据矩阵, 又构造了两种修正数据矩阵, 提高了阵元利用率。然后仿照波达方向矩阵^[8]的构造方法, 得到了一种广义波达方向矩阵。理论分析证明了对该矩阵进行特征分解, 就可以获得信号的方向矢量和信号方向元素, 从而能够进行相干信号的二维DOA估计, 该算法不需要二维谱峰搜索, 因此减少了运算量, 计算机仿真验证了它的有效性和正确性。

2 阵列输出的数学模型和修正数据矩阵的构造

本文利用二维平面阵列对相干信号进行二维 DOA 估计, 考虑一个 $L+2$ 行, M 列的平面阵如图 1, 设前 L 行阵元构成子阵列 1, 第 2 行至第 $L+1$ 行阵元构成子阵列 2, 第 3 行至第 $L+2$ 行阵元构成子阵列 3, 并假设有 D 个相干信号到达阵列, 则子阵列 1, 子阵列 2 和子阵列 3 的输出矢量分别可以表示成如下:

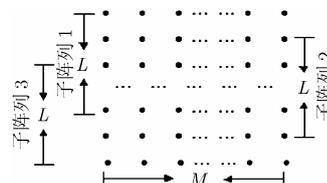


图 1 二维平面阵示意图

$$\mathbf{X}(t) = \mathbf{A}\mathbf{s}(t) + \mathbf{N}_X(t) \quad (1)$$

$$\mathbf{Y}(t) = \mathbf{A}\Phi\mathbf{s}(t) + \mathbf{N}_Y(t) \quad (2)$$

$$\mathbf{Z}(t) = \mathbf{A}\Phi^2\mathbf{s}(t) + \mathbf{N}_Z(t) \quad (3)$$

其中 $\mathbf{X}(t) = [x_1(t), x_2(t), \dots, x_P(t)]^T$, $\mathbf{Y}(t) = [y_1(t), y_2(t), \dots, y_P(t)]^T$, $\mathbf{Z}(t) = [z_1(t), z_2(t), \dots, z_P(t)]^T$ 分别为子阵列的输出矢量, $\mathbf{N}_X(t) = [n_{X1}(t), n_{X2}(t), \dots, n_{XP}(t)]^T$, $\mathbf{N}_Y(t) = [n_{Y1}(t), n_{Y2}(t), \dots, n_{YP}(t)]^T$, $\mathbf{N}_Z(t) = [n_{Z1}(t), n_{Z2}(t), \dots, n_{ZP}(t)]^T$ 分别为子阵列的噪声矢量, $\mathbf{A} = [\mathbf{a}(\theta_1, \beta_1), \mathbf{a}(\theta_2, \beta_2), \dots, \mathbf{a}(\theta_D, \beta_D)]$ 为阵列流形, $\mathbf{a}(\theta_k, \beta_k) = [a_{1L}(\theta_k, \beta_k), \dots, a_{L1}(\theta_k, \beta_k), \dots, a_{LM}(\theta_k, \beta_k)]^T$, $a_{i,j}(\theta_k, \beta_k) = \exp\{j2\pi(d/\lambda)\cos(\beta_k)[(i-1)\cos(\theta_k) + (j-1)\sin(\theta_k)]\}$, $i = 1, 2, \dots, L, j = 1, 2, \dots, M$, $\Phi = \text{diag}[\exp(j2\pi(d/\lambda)\cos(\beta_1)\cos(\theta_1)), \dots, \exp(j2\pi(d/\lambda)\cos(\beta_D)\cos(\theta_D))]$, $\mathbf{s}(t) = [s_1(t), s_2(t), \dots, s_D(t)]^T$ 为信号矢量, $P = ML$, θ_k 和 β_k 分别为第 k 个信号的方位角和仰角。

首先考虑子阵列 1, 构造数据矩阵 \mathbf{X}_1 如下:

$$\mathbf{X}_1 = \begin{bmatrix} \mathbf{x}_1 & \mathbf{x}_2 & \dots & \mathbf{x}_{M-1} \\ \mathbf{x}_2 & \mathbf{x}_3 & \dots & \mathbf{x}_M \end{bmatrix} \quad (4)$$

其中 \mathbf{x}_i 表示子阵列 1 的第 i 列阵元的输出矢量。

在没有噪声的情况下, 不难得到

$$\mathbf{X}_1 = [\mathbf{A}_{2L}\mathbf{s} \quad \mathbf{A}_{2L}\Psi\mathbf{s} \quad \mathbf{A}_{2L}\Psi^{(M-2)}\mathbf{s}] = \mathbf{A}_{2L}\mathbf{S}\mathbf{B}^T \quad (5)$$

其中

$$\mathbf{A}_{2L} = \begin{bmatrix} \mathbf{a}_{1L}(\theta_1, \beta_1), \mathbf{a}_{1L}(\theta_2, \beta_2), \dots, \mathbf{a}_{1L}(\theta_D, \beta_D) \\ \mathbf{a}_{2L}(\theta_1, \beta_1), \mathbf{a}_{2L}(\theta_2, \beta_2), \dots, \mathbf{a}_{2L}(\theta_D, \beta_D) \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{B} = [\mathbf{b}(\theta_1, \beta_1), \mathbf{b}(\theta_2, \beta_2), \dots, \mathbf{b}(\theta_D, \beta_D)], \mathbf{S} = \text{diag}[s_1, s_2, \dots, s_D]$$

$$\Psi = \text{diag}\left[\exp\left\{j2\pi\frac{d}{\lambda}\cos(\beta_1)\sin(\theta_1)\right\}, \dots, \exp\left\{j2\pi\frac{d}{\lambda}\cos(\beta_D)\sin(\theta_D)\right\}\right]$$

$$\mathbf{a}_{1L}(\theta_k, \beta_k) = \left[1, \exp\left\{j2\pi\frac{d}{\lambda}\cos(\beta_k)\cos(\theta_k)\right\}, \dots, \exp\left\{j2\pi\frac{d}{\lambda}(L-1)\cos(\beta_k)\cos(\theta_k)\right\}\right]^T$$

$$\mathbf{a}_{2L}(\theta_k, \beta_k) = \left[1, \exp\left\{j2\pi\frac{d}{\lambda}\cos(\beta_k)[\sin(\theta_k) + \cos(\theta_k)]\right\}, \dots, \exp\left\{j2\pi\frac{d}{\lambda}\cos(\beta_k)[\sin(\theta_k) + (L-1)\cos(\theta_k)]\right\}\right]^T$$

$$\mathbf{b}(\theta_k, \beta_k) = \left[1, \exp\left\{j2\pi\frac{d}{\lambda}\cos(\beta_k)\sin(\theta_k)\right\}, \dots, \exp\left\{j2\pi\frac{d}{\lambda}(M-2)\cos(\beta_k)\sin(\theta_k)\right\}\right]^T$$

由矩阵的基本理论知, 当 $2L \geq D$, $(M-1) \geq D$ 时, $\text{rank}\{\mathbf{X}_1\} = D$, 即数据矩阵 \mathbf{X}_1 的秩等于信号源个数, 并且和信号的相关性无关, 同理可以构造子阵列 2 和子阵列 3 的数据矩阵 \mathbf{X}_2 和 \mathbf{X}_3 如下:

$$\mathbf{X}_2 = \begin{bmatrix} \mathbf{y}_1 & \mathbf{y}_2 & \dots & \mathbf{y}_{M-1} \\ \mathbf{y}_2 & \mathbf{y}_3 & \dots & \mathbf{y}_M \end{bmatrix} = \mathbf{A}_{2L}\Phi\mathbf{S}\mathbf{B}^T \quad (6)$$

$$\mathbf{X}_3 = \begin{bmatrix} \mathbf{z}_1 & \mathbf{z}_2 & \dots & \mathbf{z}_{M-1} \\ \mathbf{z}_2 & \mathbf{z}_3 & \dots & \mathbf{z}_M \end{bmatrix} = \mathbf{A}_{2L}\Phi^2\mathbf{S}\mathbf{B}^T \quad (7)$$

并且当 $2L \geq D$, $(M-1) \geq D$ 时, $\text{rank}\{\mathbf{X}_2\} = \text{rank}\{\mathbf{X}_3\} = D$, 至此文中已经构造了 3 个子阵列的数据矩阵, 并且在阵元个数满足一定的条件下都可以使数据矩阵的秩等于信号个数, 但是从中也可以看出其阵元的利用率并不高, 针对该缺点本文构造了两种修正数据矩阵如下:

$$\mathbf{X}_{m1} = [\mathbf{X}_2 \quad \mathbf{J}_{2L}\mathbf{X}_2^*\mathbf{J}_{M-1}] = [\mathbf{A}_{2L}\Phi\mathbf{S}\mathbf{B}^T \quad \mathbf{A}_{2L}\Gamma\Phi^*\mathbf{S}^*\Psi^{-(M-2)}\mathbf{B}^T] = \mathbf{A}_{2L}[\Phi\mathbf{S}\mathbf{B}^T \quad \Gamma\Phi^*\mathbf{S}^*\Psi^{-(M-2)}\mathbf{B}^T] \quad (8)$$

$$\mathbf{X}_{m2} = [\mathbf{X}_3 \quad \mathbf{J}_{2L}\mathbf{X}_3^*\mathbf{J}_{M-1}] = [\mathbf{A}_{2L}\Phi^2\mathbf{S}\mathbf{B}^T \quad \mathbf{A}_{2L}\Gamma\Phi\Phi^*\mathbf{S}^*\Psi^{-(M-2)}\mathbf{B}^T] = \mathbf{A}_{2L}\Phi[\Phi\mathbf{S}\mathbf{B}^T \quad \Gamma\Phi^*\mathbf{S}^*\Psi^{-(M-2)}\mathbf{B}^T] \quad (9)$$

其中

$$\Gamma = \text{diag}\left[\exp\left\{-j2\pi\frac{d}{\lambda}\cos(\beta_1)[\sin(\theta_1) + (L-1)\cos(\theta_1)]\right\}, \dots, \exp\left\{-j2\pi\frac{d}{\lambda}\cos(\beta_D)[\sin(\theta_D) + (L-1)\cos(\theta_D)]\right\}\right]$$

\mathbf{J}_{2L} , \mathbf{J}_{M-1} 为 $2L$ 和 $M-1$ 阶后向单位矩阵, 即反对角线上元素为 1, 其余元素为 0, $(\cdot)^*$ 为共轭算子。

由矩阵的基本理论知, 当 $2L \geq D$, $2(M-1) \geq D$ 时, $\text{rank}\{\mathbf{X}_{m1}\} = \text{rank}\{\mathbf{X}_{m2}\} = D$, 此时放宽了对阵元个数的要求, 从而提高了阵元利用率, 并且和信号的相关性无关。为了进行相干信号的二维 DOA 估计, 下文针对这两种修正数据矩阵提出了一种广义波达方向矩阵方法。

3 广义波达方向矩阵方法

在文献[8]中提出了一种波达方向矩阵方法, 其实质是 ESPRIT 算法的推广, 它的主要工作是构造了一种波达方向矩阵, 并证明了对该矩阵进行特征分解, 就可以获得信号的方向向量和信号方向元素, 这里忽略矩阵本身的物理意义, 仅给出其数学上的描述, 见命题 1。

命题 1 设有一个 $M \times D$ 阶列满秩矩阵 \mathbf{A} , $D \times D$ 阶满秩方阵 \mathbf{R}_S 和对角矩阵 Φ , 并令 $\mathbf{R}_1 = \mathbf{A}\mathbf{R}_S\mathbf{A}^H$, $\mathbf{R}_2 = \mathbf{A}\Phi\mathbf{R}_S\mathbf{A}^H$, $\mathbf{R} = \mathbf{R}_2\mathbf{R}_1^+$, 其中 \mathbf{R}_1^+ 为 \mathbf{R}_1 的一种广义逆矩阵, 则有: $\mathbf{R}\mathbf{A} = \mathbf{A}\Phi$, 即 \mathbf{A} 的列向量是 \mathbf{R} 的特征向量, Φ 的对角元素是 \mathbf{R} 的特征值。

文献[8]将命题 1 中 \mathbf{R} 称为波达方向矩阵, 将该方法称为波达方向矩阵方法, 下面将命题 1 推广到本文所构造的修正数据矩阵中, 得到命题 2。

命题 2 当 $2L \geq D$, $2(M-1) \geq D$ 时, 令 $\mathbf{Z} = \mathbf{X}_{m2}\mathbf{X}_{m1}^+$, 则有 $\mathbf{Z}\mathbf{A}_{2L} = \mathbf{A}_{2L}\Phi$, 其中 \mathbf{X}^+ 为 \mathbf{X} 的 Moore-Penrose 逆矩阵。

证明 令 $\mathbf{C} = [\Phi\mathbf{S}\mathbf{B}^T \quad \Gamma\Phi^*\mathbf{S}^*\Psi^{-(M-2)}\mathbf{B}^T]$, 则有:

$$\mathbf{X}_{m1} = \mathbf{A}_{2L}\mathbf{C}, \quad \mathbf{X}_{m2} = \mathbf{A}_{2L}\Phi\mathbf{C}$$

当 $2L \geq D$, $2(M-1) \geq D$ 时, $\text{rank}\{\mathbf{X}_{m1}\} = \text{rank}\{\mathbf{C}\} = D$, 对矩阵 \mathbf{X}_{m1} 进行奇异值分解得

$$\mathbf{X}_{m_1} = \mathbf{U}\mathbf{\Sigma}\mathbf{V}^H = \sum_{j=1}^D \sigma_j \mathbf{u}_j \mathbf{v}_j^H \quad (10)$$

由奇异值分解的性质知: $\mathbf{X}_{m_1}^H \mathbf{u}_j = \mathbf{C}^H \mathbf{A}_{2L}^H \mathbf{u}_j = \mathbf{0}$, $j = D+1, D+2, \dots, 2L$, 由于 \mathbf{C} 为行满秩矩阵, 所以 \mathbf{C}^H 为列满秩矩阵, 因此 $\mathbf{A}_{2L}^H \mathbf{u}_j = \mathbf{0}$, $j = D+1, D+2, \dots, 2L$, 从而有

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^D \mathbf{A}_{2L}^H \mathbf{u}_j \mathbf{u}_j^H \mathbf{A}_{2L} &= \sum_{j=1}^{2L} \mathbf{A}_{2L}^H \mathbf{u}_j \mathbf{u}_j^H \mathbf{A}_{2L} = \mathbf{A}_{2L}^H \mathbf{U} \mathbf{U}^H \mathbf{A}_{2L} \\ &= \mathbf{A}_{2L}^H \mathbf{A}_{2L} \end{aligned} \quad (11)$$

由 Moore-Penrose 逆矩阵的性质知

$$\mathbf{X}_{m_1}^+ = \mathbf{V}^H \mathbf{\Sigma}^+ \mathbf{U} = \sum_{j=1}^D \sigma_j^{-1} \mathbf{v}_j \mathbf{u}_j^H \quad (12)$$

$$\text{则有} \quad \mathbf{X}_{m_1} \mathbf{X}_{m_1}^+ = \sum_{j=1}^D \mathbf{u}_j \mathbf{u}_j^H \quad (13)$$

$$\text{由于} \quad \mathbf{C} = (\mathbf{A}_{2L}^H \mathbf{A}_{2L})^{-1} \mathbf{A}_{2L}^H \mathbf{X}_{m_1} \quad (14)$$

因此

$$\begin{aligned} \mathbf{Z} \mathbf{A}_{2L} &= \mathbf{X}_{m_2} \mathbf{X}_{m_1}^+ \mathbf{A}_{2L} = \mathbf{A}_{2L} \mathbf{\Phi} (\mathbf{A}_{2L}^H \mathbf{A}_{2L})^{-1} \mathbf{A}_{2L}^H \mathbf{X}_{m_1} \mathbf{X}_{m_1}^+ \mathbf{A}_{2L} \\ &= \mathbf{A}_{2L} \mathbf{\Phi} (\mathbf{A}_{2L}^H \mathbf{A}_{2L})^{-1} \sum_{j=1}^D \mathbf{A}_{2L}^H \mathbf{u}_j \mathbf{u}_j^H \mathbf{A}_{2L} \\ &= \mathbf{A}_{2L} \mathbf{\Phi} (\mathbf{A}_{2L}^H \mathbf{A}_{2L})^{-1} (\mathbf{A}_{2L}^H \mathbf{A}_{2L}) = \mathbf{A}_{2L} \mathbf{\Phi} \end{aligned} \quad (15)$$

证毕

命题 2 证明了 \mathbf{A}_{2L} 的列向量是 \mathbf{Z} 的特征向量, $\mathbf{\Phi}$ 的对角元素是 \mathbf{Z} 的特征值, 因此只需要对矩阵 \mathbf{Z} 进行特征分解就可以得到信号的方向向量和信号方向元素, 从而能够进行相干信号的二维 DOA 估计, 下面直接给出其计算公式

$$a_j = \frac{1}{L} \sum_{i=1}^L \text{angle} \{ \mathbf{T}_j(i+L) / \mathbf{T}_j(i) \} \quad (16)$$

$$\begin{aligned} b_j &= \frac{1}{2L-1} \left[\sum_{i=1}^{L-1} \text{angle} \{ \mathbf{T}_j(i+1) / \mathbf{T}_j(i) \} \right. \\ &\quad \left. + \text{angle} \{ \mathbf{T}_j(i+L+1) / \mathbf{T}_j(i+L) \} + \text{angle} \{ t_j \} \right] \end{aligned} \quad (17)$$

$$\beta_j = \arccos \left[\sqrt{\left(\frac{\lambda a_j}{2\pi d} \right)^2 + \left(\frac{\lambda b_j}{2\pi d} \right)^2} \right]^{1/2} \quad (18)$$

$$\theta_j = \arctan \{ a_j / b_j \}, \quad j = 1, 2, \dots, D \quad (19)$$

其中 t_j 为矩阵 \mathbf{Z} 模为 1 的特征值, \mathbf{T}_j 为该特征值对应的特征向量, $\mathbf{T}_j(i)$ 为该特征向量第 i 个分量。

本文的方法可以同时估计信号的方位角和仰角, 不需要参数配对, 不需要谱峰搜索, 具有计算量小的优点。比较上述两个命题不难发现, 命题 2 实质上是用矩阵 \mathbf{C} 代替了命题 1 中的 $\mathbf{R}_s \mathbf{A}^H$, 并且证明了只要 \mathbf{C} 为行满秩矩阵, 命题 1 就成立, 因此是命题 1 的推广。为此仿照文献[8]称矩阵 \mathbf{Z} 为广义波达方向矩阵, 该方法为广义波达方向矩阵方法。同理也可以利用数据矩阵 \mathbf{X}_1 和 \mathbf{X}_2 (或者 \mathbf{X}_3) 构造广义波达方向矩阵, 它们的阶数要小于 \mathbf{X}_{m_1} 和 \mathbf{X}_{m_2} , 因此计算量会减少。但由前面的讨论知这样会牺牲更多的有效阵元, 所以计算量的

增加换来阵元利用率的提高是值得的。当然在阵元满足需要时, 则可以直接用数据矩阵 \mathbf{X}_1 和 \mathbf{X}_2 (或者 \mathbf{X}_3) 构造广义波达方向矩阵, 从而减少计算量。

因为上述讨论都是在没有噪声的情况下进行的, 而实际数据总是存在噪声干扰的, 为了消除噪声的影响, 可以采用文献[6]的方法, 单独设一个阵元 x_0 , 并分别令 $\bar{\mathbf{X}}_{m_1} = E\{x_0^* \mathbf{X}_{m_1}\}$, $\bar{\mathbf{X}}_{m_2} = E\{x_0^* \mathbf{X}_{m_2}\}$, 将其分别代入式(8)和式(9)中即可得到消除噪声影响的修正数据矩阵。由于理想情况下的数据矩阵 \mathbf{X}_1 , \mathbf{X}_2 和 \mathbf{X}_3 中与时间有关的元素只在对角矩阵 \mathbf{S} 上, 因此上述去噪方法不会破坏修正数据矩阵的数学性质, 并且利用了不同阵元上噪声的统计独立性, 有效地去除了噪声的影响。

4 计算机仿真

4.1 验证修正数据矩阵提高阵元利用率的计算机仿真

假设阵列流形为 5×4 阶平面阵, 到达阵列的为 5 个相干 FM 信号, 载波频率为 88MHz, 调制频率为 10kHz, 调制系数为 0.8, 其来波方向分别为 $(58^\circ, 24^\circ)$, $(105^\circ, 45^\circ)$, $(138^\circ, 56^\circ)$, $(255^\circ, 65^\circ)$, $(318^\circ, 78^\circ)$, 信噪比为 10dB, 孔径比为 0.5, 快拍数为 512, 图 2 和图 3 分别是广义波达矩阵 $\mathbf{X}_{m_2} \mathbf{X}_{m_1}^+$ 和 $\mathbf{X}_2 \mathbf{X}_1^+$ 的特征值分布图。

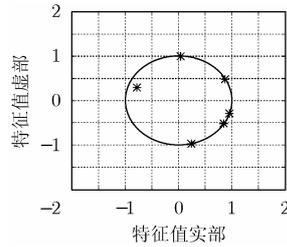


图 2 $\mathbf{X}_{m_2} \mathbf{X}_{m_1}^+$ 的特征值

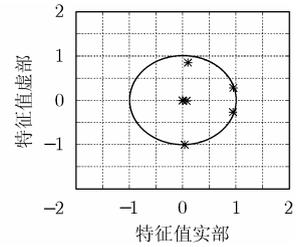


图 3 $\mathbf{X}_2 \mathbf{X}_1^+$ 的特征值

从图中可以看出, $\mathbf{X}_{m_2} \mathbf{X}_{m_1}^+$ 的特征值中有 5 个位于单位圆上, 而 $\mathbf{X}_2 \mathbf{X}_1^+$ 的特征值只有 3 个位于单位圆上, 已经无法测出每个信号的来波方向了, 因此采用修正数据矩阵确实提高了阵元利用率。

4.2 检验算法测向性能的计算机仿真

下面比较本文算法与前后向空间平滑算法的测向性能。假设阵列流形为 4×4 阶平面阵, 到达阵列的为 3 个相干 FM 信号, 载波频率为 88MHz, 调制频率为 10kHz, 调制系数为 0.8, 来波方向分别为 $(60^\circ, 70^\circ)$, $(240^\circ, 40^\circ)$, $(120^\circ, 55^\circ)$, 孔径比为 0.5, 独立进行 200 次实验, 并设第 k 次估计出 2 个信号的方位角分别为 $\hat{\theta}_{k1}$ 和 $\hat{\theta}_{k2}$, 仰角分别为 $\hat{\beta}_{k1}$ 和 $\hat{\beta}_{k2}$, 并分别定义方位角测向均方误差 σ_θ^2 和仰角测向均方误差 σ_β^2 如下:

$$\begin{aligned} \sigma_\theta^2 &= \sqrt{\frac{1}{3} \left[\frac{1}{200} \sum_{k=1}^{200} (\hat{\theta}_{k1} - 60)^2 + (\hat{\theta}_{k2} - 240)^2 + (\hat{\theta}_{k3} - 120)^2 \right]} \\ \sigma_\beta^2 &= \sqrt{\frac{1}{3} \left[\frac{1}{200} \sum_{k=1}^{200} (\hat{\beta}_{k1} - 70)^2 + (\hat{\beta}_{k2} - 40)^2 + (\hat{\beta}_{k3} - 55)^2 \right]} \end{aligned}$$

图 4 是快拍数为 1500 的条件下方位角和仰角均方误差

随着信噪比的变化曲线。

从图 4 中可以看出,当快拍数较大时(为 1500),本文算法的性能在信噪比条件下要略高于前后向空间平滑算法,随着信噪比的提高,两者的性能相当,这是由于在数据矩阵的构造过程中,利用噪声的统计独立性,抵消了噪声的影响,从而提高了算法在低信噪比条件下的测向性能,并且相比前后向空间平滑算法,本文的算法不需要二维谱峰搜索,节省了算法运行时间,同时算法对信号的相关性没有任何要求。

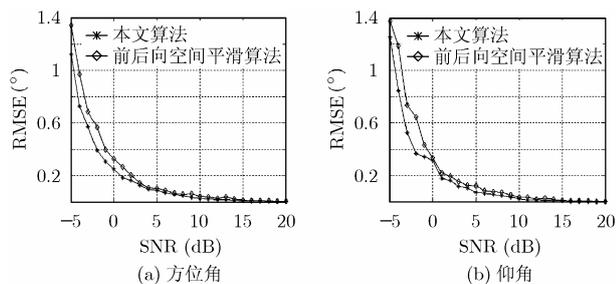


图 4 本文的算法与前后向空间平滑算法性能比较

下面分析快拍数对算法的影响,固定信噪比为 -10dB ,同样独立进行 200 次实验,图 5 是方位角和仰角均方误差随着快拍数的变化曲线。

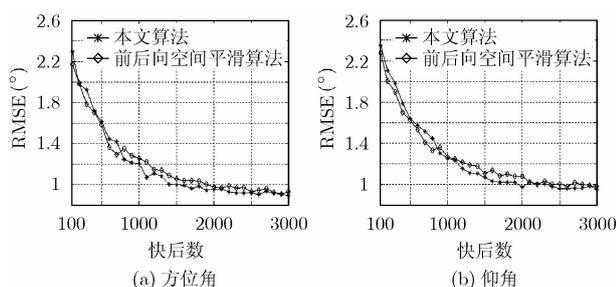


图 5 本文的算法与前后向空间平滑算法性能比较

从图中可以看出,当信噪比较低时(为 -10dB),本文算法的性能在小快拍数条件下要略低于前后空间平滑算法,随着快拍数的提高,本文算法的性能要略高于前后向空间平滑算法,这是由于随着快拍数的增加,数据矩阵中噪声抵消地越彻底,从而提高了算法的测向性能。

5 结束语

从前面的理论分析和仿真结果可以看出,本文提出的基于修正数据矩阵的广义波达方向矩阵方法是一种性能较好的二维波达方向估计方法。它对信号的相关性没有要求,只需对构造出的广义波达方向矩阵进行特征分解即可获得信号的二维来波方向,并且不需要二维谱峰搜索和参数配对,同时由于构造了两种修正数据矩阵,从而提高了阵元利用率。

参考文献

- [1] Wang H and Kaveh M. On the performance of signal-subspace processing-Part II: coherent wide-band systems. *IEEE Trans. on ASSP*, 1987, 35(11): 1583-1591.
- [2] Chen Y M, Lee J H, and Yeh C C. Bearing estimation without calibration for randomly perturbed arrays. *IEEE Trans. on SP*, 1986, 39(1): 194-197.
- [3] Park H R and Kim Y S. A solution to the narrow-band coherency problem in multiple source location. *IEEE Trans. on SP*, 1993, 41(1): 473-476.
- [4] Williams R T, Prasad S, Mahalanbis S K, and Sibul L H. An improved spatial smoothing technique for bearing estimation in a multipath environment. *IEEE Trans. on ASSP*, 1988, 36(4): 425-432.
- [5] 陈辉,王永良. 线性预测算法解相干性能分析. *系统工程与电子技术*, 2001, 23(8): 76-79.
- [6] 高世伟,保铮. 利用数据矩阵分解实现对空间相干源的超分辨率处理. *通信学报*, 1988, 9(1): 4-13.
- [7] 唐斌,肖先赐. 基于数据矩阵的信号频率和二维方向估计. *节电子学报*, 1996, 25(3): 225-230.
- [8] 殷勤业等. 一种高分辨二维信号参数估计方法——波达方向矩阵法. *通信学报*, 1991, 4(12): 69-72.

王 鼎: 男, 1982 年生, 硕士, 研究方向为阵列信号处理和无源定位.

吴 瑛: 女, 1960 年生, 教授, 博士生导师, 主要研究方向为数字信号处理、阵列信号处理及其 DSP 实现.