

## 多径衰落信道下 MC-CDMA 系统性能分析

杨 维<sup>①②</sup> 李 航<sup>①</sup> 谈振辉<sup>①</sup> 程时昕<sup>②</sup>

<sup>①</sup>(北京交通大学现代通信研究所 北京 100044)

<sup>②</sup>(东南大学移动通信国家重点实验室 南京 210096)

**摘 要:** 该文提出了一种改进的 MC-CDMA 方案, 该方案取发射的符号周期为切普周期的整数倍, 允许各子载波经历多径衰落信道, 消除了原方案对切普周期和符号周期的限制, 并在接收端可对多径信号进行分离。推导出了在多径衰落信道下改进方案的误码率(BER)表达式, 并通过计算机仿真进行了验证。与典型的 MC-CDMA 方案相比, 改进的方案不但又获得了多径分集增益, 还使系统的性能得到了显著的改善。

**关键词:** 多载波 CDMA; 多径衰落; 误码率

中图分类号: TN914.53

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2007)06-1310-04

## Performance Analysis of MC-CDMA System in a Multipath Fading Channel

Yang Wei<sup>①②</sup> Li Hang<sup>①</sup> Tan Zhen-hui<sup>①</sup> Cheng Shi-xin<sup>②</sup>

<sup>①</sup>(Modern Telecommunication Institute, Beijing Jiaotong University, Beijing 100044, China)

<sup>②</sup>(National Mobile Communications Research Laboratory, Southeast University, Nanjing 210096, China)

**Abstract:** In this paper, a reformed MC-CDMA scheme is proposed, which choose the symbol period transmitted multiple the chip period. This allows each subcarrier undergoes frequency selective fading channel and avoids the limitation on the chip rate and symbol rates of the former scheme, and furthermore it guarantees the multipath signals can be separated effectively. The Bit Error Rate (BER) expression is derived in a multipath fading channel, which is verified through simulations. Compared with the typical MC-CDMA scheme the BER performance of the proposed system is improved significantly because of the extra path gain.

**Key words:** Multicarrier CDMA; Multipath fading; Bit Error Rate (BER)

### 1 引言

多载波 CDMA 系统是未来移动通信发展的重要方向之一。文献[1]较详细地综述了多载波 CDMA 系统 3 种主要方案。其中, MC-CDMA 由于可以采用频域分集和优良的性能被认为是 3 种方案中最具前景的方案。基于 MC-CDMA 发展出了许多具有重要价值的移动通信新的形式<sup>[2,3]</sup>。通常对典型的 MC-CDMA 方案, 要求各子载波经历频率非选择性衰落信道<sup>[1]</sup>, 为保证这一条件扩频序列的切普周期和传输的符号周期都要受到一定的限制<sup>[1,4]</sup>, 显然这对实现高速无线数据传输是不利的。通常, 为保证各子载波经历频率非选择性衰落, 需要在典型的 MC-CDMA 方案的基础上增加长度为  $P$  的串/并(S/P)变换环节, 使传输的符号周期增加  $P$  倍, 但这同时也使系统的子载波数增加了  $P$  倍, 增加了系统的频率开销、收发信机本身的复杂性和信号处理的复杂度, 另外动态调节  $P$  以适应信道的变化在实际中也是困难的。

为此, 本文提出了一种新的 MC-CDMA 系统发射和接收方法。在发射端不改变典型的 MC-CDMA 方案的发射机

结构, 但取发射的符号周期为切普周期的整数倍, 这是改进方案的关键所在。而典型的 MC-CDMA 方案由于符号和切普周期相同, 即使存在多径传输, 也无法对多径信号进行分离, 因此需要对切普周期和符号周期进行限制。而改进的方案由于取发射的符号周期为切普周期的整数倍, 这样, 当子载波经历频率选择性衰落信道时, 在接收端可保证对子载波多径信号的有效分离, 也就从根本上消除了 MC-CDMA 方案对切普周期和符号周期的限制, 同时对各子载波的多径信号采用 RAKE 接收技术进行合并, 使 MC-CDMA 方案在频域分集增益的基础上又获得了路径分集增益, 进一步提高了 MC-CDMA 方案的性能。

### 2 系统模型

#### 2.1 发射信号

本文所提出的 MC-CDMA 发射结构仍为文献[1]的图 2(a), 接收机结构如图 1 所示。用户的数据流首先经过复制后变成  $P$  路并行的数据流, 复制后信号的符号周期没有发生变化, 用  $T_s$  表示。对典型的 MC-CDMA 系统<sup>[1]</sup>, 符号周期等于扩频码片周期  $T_c$ 。但对改进的方案, 取发射的符号周期为切普周期的整数倍, 即  $T_s = NT_c$ ,  $N$  为大于 1 的整数。

2005-11-04 收到, 2006-04-27 改回

国家自然科学基金(60572036), 高校博士点专项基金(20020004 022)和东南大学移动通信国家重点实验室开放基金资助课题

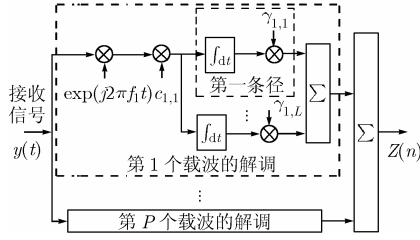


图 1 改进的 MC-CDMA 接收机结构

考虑有  $K$  个用户的异步上行链路，每一个用户都采用 BPSK 调制，具有相同的发射功率  $S$  和数据速率  $1/T_s$ ，则用户  $k$  的发射信号可表示为

$$s_k(t) = \sqrt{S} \sum_{p=1}^P a_k(t) c_{k,p}(t) \exp(j(2\pi f_p t + \varphi_{k,p})) \quad (1)$$

式中  $a_k(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_k(n) g_{T_s}(t - nT_s)$  表示用户  $k$  的信号，其中  $a_k(n)$  表示用户  $k$  的第  $n$  个数据比特。 $c_k(t) = [c_{k,1}(t) \dots c_{k,P}(t)]$  是第  $k$  个用户的扩频序列波形， $c_{k,p}(t) = c_{k,p} g_{T_c}(t - pT_c)$  和  $c_{k,p}$  分别表示相应的切普波形和扩频码， $T_c$  为码片周期。 $g_{T_s}(t)$  和  $g_{T_c}(t)$  分别是定义在  $[0, T_s]$  和  $[0, T_c]$  上的矩形脉冲成形函数。 $\varphi_{k,p}$  为第  $k$  个用户第  $p$  个载波上的相移，假设是均匀分布于  $[0, 2\pi)$  上的随机变量，对于不同的  $k$  和  $p$ ， $\{\varphi_{k,p}\}$  是独立同分布的。

### 2.2 信道模型

对改进的 MC-CDMA 方案，假设每一个子载波都经历了频率选择性多径衰落信道。用户  $k$  第  $p$  个子载波信道的低通脉冲响应可以表示为

$$h_{k,p}(t) = \sum_{l=1}^L \alpha_{k,p,l} e^{j\beta_{k,p,l}} \delta(t - t_{k,l}) \quad (2)$$

其中  $L$  表示信道可分辨的路径数， $\alpha_{k,p,l} e^{j\beta_{k,p,l}}$  为复高斯随机变量，其均值为 0，方差为  $\sigma_l^2$ 。对不同的  $k, p, l$ ，假设路径的幅度增益  $\alpha_{k,p,l}$  是独立的并且是按瑞利分布的随机变量，相位增益  $\beta_{k,p,l}$  是在  $[0, 2\pi)$  间均匀分布的随机变量。 $t_{k,l} = (l-1)T_c + \Delta_{k,l}$  是多径时延，对不同的  $k, l$ ， $\{\Delta_{k,l}\}$  为均匀分布于  $[0, T_c]$  上的独立同分布随机变量。

### 2.3 接收信号

对上行链路，经历了式(2)所描述的信道后，接收端接收的信号可表示为

$$y(t) = \sqrt{S} \sum_{k=1}^K \sum_{p=1}^P \sum_{l=1}^L a_k(t - t_{k,l} - \tau_k) c_{k,p}(t - t_{k,l} - \tau_k) \cdot \alpha_{k,p,l} \exp[j(2\pi f_p t + \theta_{k,p,l})] + \eta(t) \quad (3)$$

其中  $\tau_k$  为用户  $k$  的传播时延，对不同的  $k$ ，假设  $\tau_k$  是独立的且均匀分布于  $[0, T_s)$  上。 $\theta_{k,p,l} = (\varphi_{k,p} + \beta_{k,p,l} - 2\pi f_p t_{k,l} - 2\pi f_p \tau_k) \bmod 2\pi$ ， $\eta(t)$  表示加性高斯白噪声，其均值为 0，双边功率谱密度为  $N_0/2$ 。

### 3 干扰分析

不失一般性，假设用户 1 为期望用户，令  $\tau_1 = 0$ 。如图 1 所示，对期望用户第  $q$  个载波第  $m$  径信号第  $n$  个符号相关接收的输出可表示为

$$Y_{q,m}(n) = \frac{1}{T_s} \int_{t_{1,m}}^{t_{1,m} + T_s} y(t) \exp(-j2\pi f_q t) c_{1,q}(t - t_{1,m}) dt = D_{q,m}(n) + I_{q,m}(n) \quad (4)$$

式中  $D_{q,m}(n)$  表示有用的信号项， $I_{q,m}(n)$  表示各种干扰项和噪声项的和。

$$I_{q,m}(n) = I_{q,m}^1(n) + I_{q,m}^2(n) + I_{q,m}^3(n) + I_{q,m}^4(n) + \eta_{q,m}(n) \quad (5)$$

(1) 有用信号项 令式(3)和式(4)中的  $k=1$ ， $l=m$ ， $p=q$ ，可得期望用户第  $q$  个载波第  $m$  径第  $n$  个符号的有用信号为

$$D_{q,m}(n) = \sqrt{S} \alpha_{1,q,m} \exp(j\theta_{1,q,m}) a_1(n) \quad (6)$$

(2) 噪声和干扰信号项 由式(3)和式(4)，可得式(5)的各干扰项和噪声项分别为

(a) 同用户同载波不同径的干扰， $I_{q,m}^1(n)$  令式(3)和式(4)中的  $k=1$ ， $l \neq m$ ， $p=q$ ，可得  $I_{q,m}^1(n)$ ，其方差为

$$\begin{aligned} \sigma_{I^1}^2 &= E\left(\left(I_{q,m}^1(n)\right)^2\right) \\ &= \sum_{l=1, l \neq m}^L \frac{S \sigma_l^2}{2} \left[ 1 - \frac{T_c(2(l-m)+1)}{T_s} \right. \\ &\quad \left. + \frac{2T_c^2((l-m)^2 + l-m + (1/3))}{T_s^2} \right] \end{aligned} \quad (7)$$

(b) 同用户不同载波的干扰， $I_{q,m}^2(n)$  类似地，令式(3)和式(4)中的  $k=1$ ， $l \neq m$ ， $p \neq q$ ，可得  $I_{q,m}^2(n)$ ，其方差为

$$\begin{aligned} \sigma_{I^2}^2 &= E\left(\left(I_{q,m}^2(n)\right)^2\right) \\ &= \sum_{p=1}^P \sum_{l=1}^L \sum_{\substack{p \neq q \\ l \neq m}} \frac{S \sigma_l^2}{2\pi^2(p-q)^2} \left[ 1 - \text{sinc}\left(\frac{\pi(p-q)T_c}{T_s}\right) \right. \\ &\quad \left. \cdot \cos\left(\frac{\pi(p-q)(2(l-m)+1)T_c}{T_s}\right) \right] \end{aligned} \quad (8)$$

式中  $\text{sinc}(\pi x) = \sin(\pi x)/\pi x$ 。

(c) 不同用户相同载波的干扰， $I_{q,m}^3(n)$  令式(3)和式(4)中的  $k > 1$ ， $p=q$ ，可得  $I_{q,m}^3(n)$ ，其方差为

$$\begin{aligned} \sigma_{I^3}^2 &= E\left(\left(I_{q,m}^3(n)\right)^2\right) \\ &= \sum_{l=1}^L S(K-1) \sigma_l^2 \left[ \frac{1}{3} + \frac{T_c^2((l-m)^2 + l-m + \frac{1}{3})}{T_s^2} \right] \end{aligned} \quad (9)$$

(d) 不同用户不同载波的干扰， $I_{q,m}^4(n)$  令式(3)和式(4)中的  $k > 1$ ， $p \neq q$ ，可得  $I_{q,m}^4(n)$ ，其方差为

$$\begin{aligned} \sigma_{I^4}^2 &= E\left(\left(I_{q,m}^4(n)\right)^2\right) \\ &= \sum_{p=1}^P \sum_{l=1}^L \frac{S(K-1) \sigma_l^2}{2\pi^2(p-q)^2} \left[ 1 - \text{sinc}\left(\frac{\pi(p-q)(T_s + T_c)}{T_s}\right) \right. \\ &\quad \left. \cdot \cos\left(\frac{\pi(p-q)((2(l-m)+1)T_c + T_s)}{T_s}\right) \right] \end{aligned} \quad (10)$$

(e) 噪声项， $\eta_{q,m}(n)$  加性高斯白噪声项  $\eta_{q,m}(n)$  均值为 0，方差为

$$\sigma_{\eta_{q,m}}^2 = N_0/2T_s \quad (11)$$

在上面求方差的过程中, 根据中心极限定理, 将各干扰项都近似为 0 均值的高斯随机变量, 当  $PL$  较大时, 这是一种很好的近似。同时, 由于各个干扰项互不相关, 总的干扰也可以近似为 0 均值的高斯随机变量, 其方差为

$$A_{q,m} = \sigma_{I_1}^2 + \sigma_{I_2}^2 + \sigma_{I_3}^2 + \sigma_{I_4}^2 + \sigma_{\eta_{q,m}}^2 \quad (12)$$

式中  $A_{q,m}$  为期望用户第  $q$  个载波第  $m$  径信号总的干扰和噪声系数。

#### 4 性能分析

如图1所示, 对期望用户各相关器输出的各子载波多径信号进行时域合并, 然后再进行频域信号的直接相加合并, 得到最终的判决信号。对各子载波多径信号的合并采用了RAKE接收机的最大比合并(MRC)或等增益合并(EGC)。用  $\gamma_{q,m}$  表示第  $q$  个载波第  $m$  径信号的合并系数, 可得期望用户的最终判决变量为

$$Z(n) = \sum_{q=1}^P \sum_{m=1}^L \text{Re}(Y_{q,m}(n) \gamma_{q,m}(n)) = D(n) + I(n) \quad (13)$$

合并后期望的信号项为

$$D(n) = \sum_{q=1}^P \sum_{m=1}^L \text{Re}(D_{q,m}(n) \gamma_{q,m}(n)) \quad (14)$$

合并后总的干扰和噪声项为

$$I(n) = \sum_{q=1}^P \sum_{m=1}^L \text{Re}(I_{q,m}(n) \gamma_{q,m}(n)) \quad (15)$$

合并后总的干扰和噪声  $I(n)$  仍可看成是均值为 0 的高斯随机变量。

(1)最大比合并 对最大比合并, 期望用户第  $q$  个子载波第  $m$  径信号的合并系数可表示为

$$\gamma_{q,m}(n) = \alpha_{1,q,m} \exp(-j\theta_{1,q,m}) \quad (16)$$

将式(6), 式(16)代入式(14), 并假设符号“+1”被传输, 可得合并后期望的信号项为

$$D(n) = \sum_{q=1}^P \sum_{m=1}^L \sqrt{S} \alpha_{1,q,m}^2 \quad (17)$$

根据式(12), 式(15)和式(16)不难得到最大比合并后的方差为

$$\sigma_I^2 = \sum_{q=1}^P \sum_{m=1}^L A_{q,m} \alpha_{1,q,m}^2 \quad (18)$$

因此, 数据流的条件信干噪比(SINR)可以表示为

$$\gamma_b = \frac{D^2(n)}{2\sigma_I^2} \quad (19)$$

则期望用户各路数据流在  $\{\alpha_{1,p,l}, p=1,2,\dots,P, l=1,2,\dots,L\}$  条件下的误码率(BER)可表示为

$$P_{e|\{\alpha_{1,p,l}\}} = Q(\sqrt{2\gamma_b}) \quad (20)$$

那么数据的BER可以通过对  $P_{e|\{\alpha_{1,p,l}\}}$  在  $\{\alpha_{1,p,l}, p=1,2,\dots,P, l=1,2,\dots,L\}$  上取平均得到

$$P_e^{\text{MRC}} = \int_0^\infty \int_0^\infty \dots \int_0^\infty P_{e|\{\alpha_{1,p,l}\}} f(\alpha_{1,1,1}) \dots f(\alpha_{1,P,L}) d\alpha_{1,1,1} \dots d\alpha_{1,P,L} \quad (21)$$

这里  $f(\alpha_{1,p,l})$  为随机变量  $\alpha_{1,p,l}$  的概率密度函数。为简化计算BER的复杂度, 令  $\mu_A = \sum_{p=1}^P \sum_{l=1}^L A_{p,l} / PL$  表示  $A_{p,l}$  的均值, 利用文献[3]的结果, 可以得到

$$\sigma_I^2 \approx \mu_A \sum_{q=1}^P \sum_{m=1}^L \alpha_{1,q,m}^2 \quad (22)$$

那么,  $\gamma_b$  可以简化为

$$\gamma_b \approx \frac{S}{2\mu_A} \sum_{q=1}^P \sum_{m=1}^L \alpha_{1,q,m}^2 \quad (23)$$

这样数据流的BER就可以近似为

$$P_e^{\text{MRC}} \approx \int_0^\infty Q(\sqrt{2\gamma_b}) f_{\gamma_b}(\gamma_b) d\gamma_b \quad (24)$$

其中  $f_{\gamma_b}(\gamma_b)$  为随机变量  $\gamma_b$  的概率密度函数, 可表示为<sup>[5]</sup>

$$f_{\gamma_b}(\gamma_b) = \frac{\gamma_b^{PL-1} \exp(-\gamma_b/\bar{\gamma}_c)}{(PL-1)! \bar{\gamma}_c^{PL}} \quad (25)$$

其中  $\bar{\gamma}_c = S\sigma_I^2/2\mu_A$ 。这样就得到数据流BER的闭合表达式为<sup>[5]</sup>

$$P_e^{\text{MRC}} \approx \left[ \frac{1-\mu}{2} \right]^{PL} \sum_{k=0}^{PL-1} \binom{PL-1+k}{k} \left[ \frac{1+\mu}{2} \right]^k \quad (26)$$

式中  $\mu = \sqrt{\bar{\gamma}_c/(1+\bar{\gamma}_c)}$ 。

(2)等增益合并(equal gain combining) 对于等增益合并, 期望用户第  $q$  个子载波第  $m$  径信号的合并系数可表示为

$$\gamma_{q,m}(n) = \exp(-j\theta_{1,q,m}) \quad (27)$$

将式(6), 式(27)代入式(14), 并假设符号“+1”被传输, 可得合并后期望的信号项为

$$D(n) = \sum_{q=1}^P \sum_{m=1}^L \sqrt{S} \alpha_{1,q,m} \quad (28)$$

根据式(12), 式(15)和式(27)不难得到等增益合并后的方差为

$$\sigma_I^2 = \sum_{q=1}^P \sum_{m=1}^L A_{q,m} \alpha_{1,q,m} \quad (29)$$

则等增益合并的条件信干噪比(SINR)为

$$\gamma_b = \frac{D^2(n)}{2\sigma_I^2} = S \left( \sum_{q=1}^P \sum_{m=1}^L \alpha_{1,q,m} \right)^2 / (2\sigma_I^2) \quad (30)$$

令  $\alpha_{\text{Tot}} = \sum_{q=1}^P \sum_{m=1}^L \alpha_{1,q,m}$ , 那么系统在等增益合并下的误码率可表示为

$$P_{\text{EGC}}(e) = \int_0^\infty \frac{1}{2} \text{erfc}(\sqrt{\gamma_b}) f(\alpha_{\text{Tot}}) d\alpha_{\text{Tot}} \quad (31)$$

#### 5 数值和仿真结果

为评价所提出改进的MC-CDMA方案, 对其BER性能和带宽效率<sup>[3]</sup>进行了数值和仿真研究, 并将结果与原MC-CDMA方案进行了比较。为了进行比较, 采用了BPSK调制, 系统具有相同的带宽和数据速率, 多径功率假设为均匀分布。扩频码采用了Walsh-Hadamard码, 定义符号能量

$E_s = PST_s$ , 误码率门限  $BER_{thr}$  为  $10^{-3}$ 。

图 2 为采用最大比合并和等增益合并时系统的 BER 性能对  $E_s/N_0$  的关系曲线。数值结果由所推导出的理论 BER 公式(26)和式(31)得到。从图 2 可以看出, 改进的系统由于获得了多径分集增益, 与原方案相比系统的 BER 性能得到了显著的改善, 而且随着多径数目的增加, BER 性能的改善也越加显著。同时, 从图 2 还可以看出理论 BER 曲线与仿真结果得到了很好的拟合, 这就验证了所推导出的理论 BER 公式。

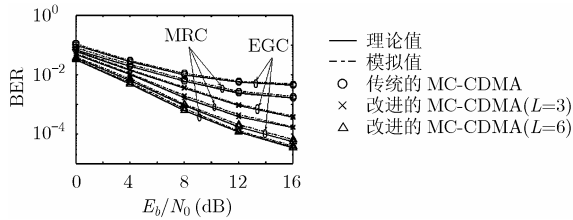


图 2 BER 对  $E_s/N_0$  关系曲线 ( $P = 32, N = 16, K = 8$ )

图 3 给出了发射的符号周期和切普周期之间的倍数  $N$  取不同值时, 对改进的 MC-CDMA 系统 BER 性能的影响。从图 3 可以看出  $N$  值对系统的 BER 性能影响很小, 但取发射的符号周期为切普周期的整数倍, 却可使系统具有分离多径信号的能力, 从而显著提高了系统的性能。可见,  $N$  值应根据对多径信号分离的实际需要而定。

图 4 为当多径数不同时, 系统的带宽效率对  $E_s/N_0$  的数值关系曲线。从图 4 可以看出随着  $E_s/N_0$  的增加, 系统的带宽效率随之提高, 当  $E_s/N_0$  达到 20dB 时, 系统的带宽效率接近饱和。从图 4 还可以看出多径数对系统的带宽效率有显著的影响, 即由于多径分集增益, 改进方案的带宽效率或系统容量与原方案相比得到了显著的提高。

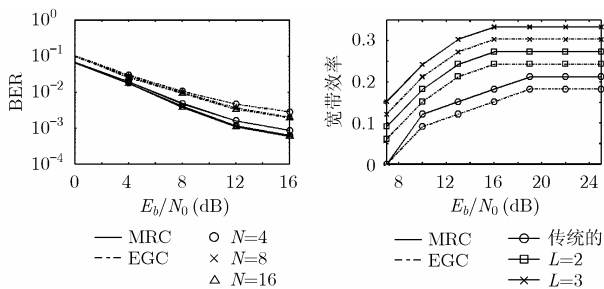


图 3  $N$  值对 BER 的影响 ( $P=32, L=2, k=8$ )

图 4 系统的带宽效率 ( $P=32, N=16, k=8$ )

## 6 结束语

本文提出了一种改进的 MC-CDMA 方案, 在发射端不

改变典型的 MC-CDMA 方案的发射机结构, 但取发射的符号周期为切普周期的整数倍; 在接收端对各子载波的多径信号采用 RAKE 接收技术进行合并。对改进的 MC-CDMA 方案上行链路在分别采用最大比和等增益合并时系统的 BER 性能进行了理论分析, 推导出了在多径衰落信道下 BER 的表达式, 并通过仿真进行了验证。仿真和数值结果表明改进方案可显著改善系统的 BER 性能和带宽效率, 基于改进的 MC-CDMA 方案进一步构建移动通信的体系结构将比基于典型的 MC-CDMA 方案构建移动通信的体系结构更有利。

## 参考文献

- [1] Prasad R and Hara S. An overview of multi-carrier CDMA. *IEEE Commun. Magazine*, 1997, 35(12): 126-133.
- [2] 郑侃, 黄琳, 王文博. 上行 MC-CDMA/TDD 系统中的新型预补偿技术. *电子与信息学报*, 2005, 27(1): 86-89.  
ZhengKan, HuangLin, and WangWenbo. A new two-dimension-separated approach to high squint SAR processing. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2005, 27(1): 86-89.
- [3] Hu X Y, and Chew H Y. On the performance and capacity of an asynchronous space-time block-coded MC-CDMA system in the presence of carrier frequency offset. *IEEE Trans. on VT*, 2004, 53(5): 1327-1340.
- [4] Sadler D and Manikas A. Blind reception of multicarrier DS-SS using antenna array. *IEEE Trans. on Wireless Commun.*, 2003, 2(6): 1231-1239.
- [5] Proakis J G. *Digital Communications*. New York: McGraw-Hill, 2001: 780-781.
- [6] Jang J and Wang K B. Effects of frequency offset on MC/CDMA system performance. *IEEE Commun. Letters*, 1999, 3(7): 196-198.

杨 维: 男, 1964 年生, 博士后, 副教授, 主要研究方向为移动通信中的信号处理技术。

李 航: 男, 1980 年生, 硕士, 研究方向为移动通信中的信号处理技术。

谈振辉: 男, 1944 年生, 教授, 主要研究方向为宽带无线通信技术。

程时昕: 男, 1936 年生, 教授, 主要研究方向为宽带无线通信技术。