

## 硅基片上螺旋电感宽带物理模型

郑薇 王向展 任军 杨帆 尤焕成 李竞春 杨谟华  
(电子科技大学微电子与固体电子学院 成都 610054)

**摘要:** 针对高损耗硅衬底, 基于部分元等效电路方法和麦克斯韦电磁场理论, 计入了趋肤效应、邻近效应和衬底涡流损耗对螺旋电感串联电感 $L_s$ 与串联电阻 $R_s$ 频率特性的制约, 并通过 $n\pi$ 等效电路结构模拟了寄生电容的分布特性, 从而建立了一种新的片上螺旋电感物理模型。通过与全波分析方法对比, 验证了在 20GHz 范围内由该模型导出的等效电感 $L_{\text{eff}}$ , 等效电阻 $R_{\text{eff}}$ 和 $Q$ 值误差均在 7% 以内。该模型可望用于硅基射频集成电路中螺旋电感进一步的理论探讨和优化设计。

**关键词:** 片上螺旋电感; 物理模型;  $n\pi$ 等效电路; 邻近效应; 涡流损耗

中图分类号: TN454

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2007)05-1254-04

## Wide-Band Physical Model for Spiral Inductors on Silicon Substrate

Zheng Wei Wang Xiang-zhan Ren Jun Yang Fan  
You Huan-cheng Li Jing-chun Yang Mo-hua  
(The College of Micro-Electronic and Solid-State Electronics, University  
of Electronic Science & Technology of China, Chengdu 610054, China)

**Abstract:** For monolithic RF spiral inductor on high-loss silicon substrate, a novel physical model is proposed, in which functions of skin effect, proximity effect and eddy current loss in the substrate to frequency-dependent series parameters  $L_s$  and  $R_s$  are accounted in the light of modified partial equivalent element circuit methodology and Maxwell's electromagnetic theory, and in the meanwhile, the distributed characteristics of parasitic capacitances are captured by  $n\pi$  equivalent-circuit. Up to 20GHz, the model reveals quite good accuracy within 7% with data from full-wave electromagnetic field simulator, including equivalent inductor  $L_{\text{eff}}$ , resistor  $R_{\text{eff}}$  and quality factor  $Q$  and, hopefully, it can be applied to further theory research and optimum design of RFIC spiral inductor on Si.

**Key words:** On-chip spiral inductors; Physical model;  $n\pi$  equivalent-circuit; Proximity effect; Eddy current loss

### 1 引言

近年来, 标准硅 CMOS 技术以其低成本的优势逐渐成为 RFIC 热点工艺, 同时无线通信技术快速发展, RF 集成电路的应用频率不断升高, 低电阻率硅衬底固有的高损耗特性对片上螺旋电感的建模提出了新的要求, 其模型在高频下的准确度受到广泛关注<sup>[1]</sup>。采用 Ansoft, EM-Sonnet 等全波电磁场仿真工具有足够的精度但效率极低, 不便于工程设计。现有的简单模型虽然效率高, 但由于常常忽略了金属条之间的邻近效应、衬底涡流损耗和电容分布特性, 对螺旋电感 $Q$ 值估计过高, 不能很好地模拟硅基螺旋电感的高频特性。因此建立螺旋电感高频下精确快速的物理模型十分必要。

本文基于部分元等效电路法和麦克斯韦电磁场理论对硅基螺旋电感进行建模, 获得了用 MATLAB 实现的  $n\pi$  等效电路模型, 其效率与简单模型可比拟, 而精确度却大大提高, 进而可灵活方便地设计优化片上电感。

### 2 理论与模型

片上螺旋电感典型结构如图 1 所示,  $l_e$  为外径,  $w$  线圈宽度,  $s$  线圈间距,  $t$  金属层厚度,  $h$  顶层金属与下层金属之间的距离,  $t_{\text{ox}}$  顶层金属到衬底的距离,  $t_{\text{sub}}$  衬底厚度。

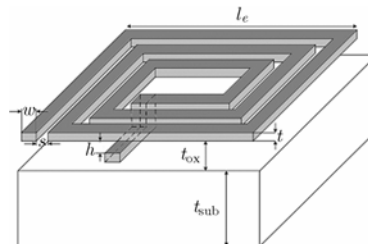


图 1 片上螺旋电感典型结构

考虑到片上螺旋电感典型结构的不对称性和寄生电容的分布特性, 本文完全基于其实际物理结构, 提出了  $n\pi$  等效电路模型, 其中  $n$  代表电感的圈数, 如图 2 所示。端口 A 和 B 分别为外圈和内圈引出端;  $L_{s_j}(f)$ ,  $R_{s_j}(f)$  分别表示螺旋电感第  $j$  圈的串联电感和串联电阻, 由于考虑了邻近效应、趋肤效应和衬底涡流损耗, 它们是与频率相关的量;  $C_{m_j}$  为第

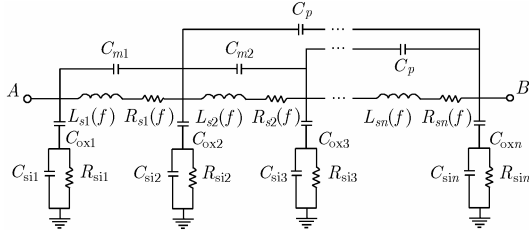


图2 螺旋电感  $n\pi$  等效电路模型

$j$ 圈与第 $j+1$ 圈金属导线间电容;  $C_p$ 是下层引出线与每圈金属导线之间的交叠电容,  $C_{oxj}$ ,  $C_{sij}$ 和 $R_{sij}$ 均为衬底电损耗参数, 与常见简单模型中的物理意义相同<sup>[2]</sup>, 计算公式为

$$\left. \begin{aligned} C_{mj} &= l'_{ej} \cdot t \cdot \frac{\epsilon_{ox}}{s} \\ C_p &= w^2 \cdot \frac{\epsilon_{ox}}{h} \\ C_{oxj} &= l_{ej} \cdot w \cdot \frac{\epsilon_{ox}}{t_{ox}} \\ C_{sij} &= l_{ej} \cdot w \cdot C_{sub} \\ R_{sij} &= \frac{1}{l_{ej} \cdot w \cdot G_{sub}} \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

式(1)中,  $l_{ej}$ 是第 $j-1$ 圈的半周长与第 $j$ 圈的半周长之和,  $l'_{ej}$ 是第 $j+1$ 圈总长度,  $\epsilon_{ox}$ 氧化层介电常数,  $G_{sub}$ ,  $C_{sub}$ 均为与工艺相关的拟合参数, 分别表示单位面积的电导和电容。

2.1 趋肤效应与邻近效应建模

高频下, 趋肤效应和邻近效应使矩形导体横截面电流分布不均匀。电流分布随频率变化的特性导致螺旋电感的串联电阻、串联电感是频率的函数。采用部分元等效电路PEEC法, 将矩形导体横截面剖分为 $m \times n$ 个单元, 假设每个子单元电流分布均匀, 再利用电磁场公式求解, 可有效地对上述两个效应建模。该方法的精确性较高, 但计算量偏大<sup>[3]</sup>。

本文根据片上螺旋电感几何尺寸 $w \gg t$ 的特点改进PEEC方法, 仅在横向上将导体横截面分为等宽的 $m$ 个部分元。每个部分元用自感 $L$ 和电阻 $R$ 串联表示,  $M$ 表示部分元之间的互感。 $L$ 和 $M$ 均采用Greenhouse公式计算<sup>[4]</sup>。由于邻近效应造成导体横截面电流横向分布不均匀, 趋肤效应导致纵向分布的不均匀<sup>[5]</sup>, 故 $R$ 是只计入趋肤效应的电阻:

$$R \approx \frac{l}{w \cdot \sigma \cdot \delta (1 - e^{-t/\delta})} \quad (2)$$

其中  $\delta = \sqrt{2/(\omega\mu_0\sigma)}$ ,  $\delta$ 是趋肤深度,  $\mu_0$ 真空磁导率,  $\sigma$ 电导率,  $\omega$ 角频率。

由此, 以方形电感为例, 可用矩阵方程(3)求解计入了邻近效应和趋肤效应的电感- $I$ 特性。如图3所示,  $V_i$ 表示 $x$ 方向上第 $i$ 段导体两端的电压,  $i_m$ 表示 $x$ 方向上第 $i$ 段导体第 $m$ 个部分元的电流。再利用  $\sum_{k=1}^m i_{ik} = I$  的条件, 运用MATLAB编程即可获得 $x$ 方向上 $V_i$ 与总电流 $I$ 的关系式。同理, 可求出 $y$ 方向上导体组的 $I$ - $V$ 关系式。最后, 通过式(4), 式(5)可求得计入趋肤效应和邻近效应的第 $j$ 圈的 $L_{scj}(f)$ 、

$R_{scj}(f)$ 。

$$\begin{bmatrix} V_{11} \\ V_{12} \\ \vdots \\ V_{i1} \\ V_{i2} \\ \vdots \\ V_{im} \\ \vdots \\ V_{nm} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_{11} + j\omega L_{11} & j\omega M_{11,12} & \cdots & j\omega M_{11,i1} & j\omega M_{11,i2} \\ j\omega M_{12,11} & R_{12} + j\omega L_{12} & \cdots & j\omega M_{12,i1} & j\omega M_{12,i2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ j\omega M_{i1,11} & j\omega M_{i1,12} & \cdots & R_{i1} + j\omega L_{i1} & j\omega M_{i1,i2} \\ j\omega M_{i2,11} & j\omega M_{i2,12} & \cdots & j\omega M_{i2,i1} & R_{i2} + j\omega L_{i2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ j\omega M_{im,11} & j\omega M_{im,12} & \cdots & j\omega M_{im,i1} & j\omega M_{im,i2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ j\omega M_{nm,11} & j\omega M_{nm,12} & \cdots & j\omega M_{nm,i1} & j\omega M_{nm,i2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{11} \\ i_{12} \\ \vdots \\ i_{i1} \\ i_{i2} \\ \vdots \\ i_{im} \\ \vdots \\ i_{nm} \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$R_{scj}(f) = \sum_j \text{real} \left( \frac{V_j}{I} \right) \quad (4)$$

$$L_{scj}(f) = \sum_j \text{image} \left( \frac{V_j}{I} \right) \quad (5)$$

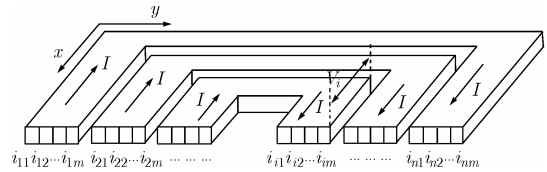


图3 PEEC法计算趋肤效应和邻近效应

2.2 衬底涡流损耗建模

衬底损耗包括电损耗和磁损耗, 常见简单模型只考虑了电损耗, 通常忽略时变磁场耦合到衬底上产生的涡流。而在标准CMOS工艺中, 硅衬底的电阻率较低, 高频下的衬底涡流较大, 其产生的损耗不可忽略。

根据楞次定律可知, 衬底涡流产生与时变磁场方向相反的磁场, 从而减小电感值。同时涡流还在衬底上产生功耗。为此本文运用与螺旋电感耦合的RL网络来模拟这两个效应。由于该网络中的 $R$ 和 $L$ 值与涡流分布相关, 而为求涡流分布, 首先需分析磁场分布。

运用毕奥-萨伐尔定律, 可求得一段载流为 $I$ 的直导线在空间任一点的磁感应强度:

$$B'_{(x,y)} = \frac{\mu_0 I}{4\pi \cdot d} (\cos \theta_1 - \cos \theta_2) \quad (6)$$

式中 $d$ 为场点到直线的距离,  $\theta_1$ 和 $\theta_2$ 分别为直线的起点和终点分别到场点的径矢与起点和终点的电流元间的夹角, 磁感应强度的方向垂直于载流子导线和场点所在平

面。以方形电感为例, 基于磁场的叠加原理, 运用式(6)可算出以原点为中心,  $2r$ 为边长, 电流为  $I$ 的方形回路在其所在平面上任一点的磁感应强度

$$B''_{(x,y)} = \frac{\mu_0 I}{4\pi|x+r|}(\cos\theta_{x1} - \cos\theta_{x2}) + \frac{\mu_0 I}{4\pi|x-r|} \cdot (\cos\theta_{x3} - \cos\theta_{x4}) + \frac{\mu_0 I}{4\pi|y+r|}(\cos\theta_{y1} - \cos\theta_{y2}) + \frac{\mu_0 I}{4\pi|y-r|}(\cos\theta_{y3} - \cos\theta_{y4}) = I \cdot \beta''_{(x,y)} \quad (7)$$

为了求得方形螺旋电感的磁场分布, 忽略间距  $s$  ( $w \gg s$ ), 假设其电流密度均匀, 令  $I = i \cdot dr$ , 将式(7)积分, 可得与螺旋电感同平面的磁感应强度分布为

$$B_{(x,y)} = \int_{R_1}^{R_2} B''_{(x,y)} dr = i \cdot \beta_{(x,y)} \quad (8)$$

式中  $R_1$ ,  $R_2$  分别为方形电感内径和外径的一半。图 4 即为式(8)所描述的磁感应强度分布。

由于  $l_e \gg t_{ox}$ , 假设在衬底表面的磁感应强度分布与螺旋电感平面的相同, 故衬底表面边长为  $2r$ 的方形内的磁通量:

$$\phi_r = \int_{-r}^r \int_{-r}^r B_{(x,y)} dx \cdot dy = i \cdot \int_{-r}^r \int_{-r}^r \beta_{(x,y)} dx \cdot dy \quad (9)$$

当电感中电流密度  $i$  变化时, 该方形的感应电动势:

$$\varphi_r = \frac{d\phi_r}{dt} = \frac{di}{dt} \int_{-r}^r \int_{-r}^r \beta_{(x,y)} dx \cdot dy \quad (10)$$

由于衬底电阻率远大于螺旋电感, 因此衬底涡流远小于螺旋电感中的电流, 其产生的磁感应强度也远小于螺旋电感, 所以可以忽略衬底涡流对自身分布的影响, 即衬底涡流密度分布  $i_{eddyr}$  只由螺旋电感在衬底中产生的感应电动势决定

$$i_{eddyr} = \varphi_r t_{eff} / (\rho_{sub} 8r) \quad (11)$$

式(11)中,  $\rho_{sub}$  为衬底电阻率,  $t_{eff}$  是计入趋肤效应的衬底涡流有效厚度。将式(8)-式(11)中与  $r$  无关的常数项设为 1, 得  $i_{eddyr}$  的分布特性曲线如图 5 所示。

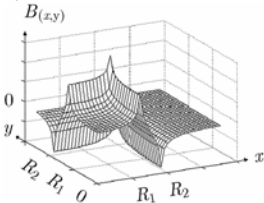


图 4 方形电感所在平面的磁感应强度分布(第一象限)

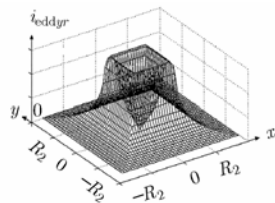


图 5  $i_{eddyr}$  分布特性曲线

基于衬底涡流电感值由其有效半径决定<sup>[2]</sup>, 根据式(11)  $i_{eddyr}$  与  $r$  的关系, 对其加权平均求出有效半径  $r_{eff}$

$$r_{eff} = \int_0^{dis} \frac{i_{eddyr} r}{I_{eddy}} dr \quad (12)$$

其中  $I_{eddy} = \int_0^{dis} i_{eddyr} dr$ ,  $I_{eddy}$  表示以  $dis$  为半径的衬底范围内的涡流总和, 通常取  $l_e$  长度的 1~2 倍。

将衬底涡流等效为边长为  $2r_{eff}$  的方筒电流, 可求得其自

感近似为

$$L_{sub} = \int_{-r_{eff}}^{r_{eff}} \int_{-r_{eff}}^{r_{eff}} \beta''_{(x,y)} dx dy \quad (13)$$

对衬底电阻  $R_{sub}$  的求解采用功耗等效法<sup>[6]</sup>,

$$R_{sub} = \frac{p_{sub}}{I_{eddy}^2} = \frac{1}{I_{eddy}^2} \int_0^d \frac{8r \rho_{sub} i_{eddyr}^2}{t_{eff}} dr \quad (14)$$

式(14)中  $t_{eff} = \delta(1 - e^{-t_{sub}/\delta})$ 。

衬底涡流 RL 网络与螺旋电感之间的耦合程度与电感几何结构相关。由于典型螺旋电感  $l_e \gg t_{ox}$ , 故设  $L_{sub}$  与  $L_{scj}$  之间的互感系数  $K=1$ <sup>[7]</sup>。

由此, 可利用耦合变压器公式计算出计入衬底涡流损耗后  $n\pi$  等效电路模型第  $j$  圈的  $R_{sj}(f)$  和  $L_{sj}(f)$ :

$$R_{sj}(f) = R_{scj}(f) + \frac{(2\pi f)^2 L_{sub} \sum_{j=1}^n \sqrt{L_{scj}}}{R_{sub}^2 + (2\pi f L_{sub})^2} R_{sub} \quad (15)$$

$$L_{sj}(f) = L_{scj}(f) - \frac{(2\pi f)^2 L_{sub} \sum_{j=1}^n \sqrt{L_{scj}}}{R_{sub}^2 + (2\pi f L_{sub})^2} L_{sub} \quad (16)$$

### 3 模型的验证与分析

为验证本文  $n\pi$  等效电路模型的精确性, 基于表 1 所示的 CMOS 工艺参数, 用全波三维电磁场仿真器(HFSS)对一个 3 圈的方形电感和一个 4 圈的八边形电感进行仿真, 并将仿真结果与经典模型<sup>[2]</sup>和本文模型的结果进行比较。图 6 和图 7 为电感 B 端口接地, 从 A 端口视入的等效电阻、等效电感和品质因子  $Q = \omega \cdot L_{eff} / R_{eff}$ 。

表 1 CMOS 工艺参数

参数名	参数值	
	方形电感	八边形电感
衬底电阻率 $\rho_{sub}$	5 $\Omega \cdot \text{cm}$	10 $\Omega \cdot \text{cm}$
金属电阻率 $\rho_{metal}$	0.03 $\Omega \cdot \text{cm}$	0.04 $\Omega \cdot \text{cm}$
$t_{sub}$	500 $\mu\text{m}$	400 $\mu\text{m}$
$h$	1 $\mu\text{m}$	1.5 $\mu\text{m}$
$t$	1 $\mu\text{m}$	1.2 $\mu\text{m}$
$t_{ox}$	5 $\mu\text{m}$	6 $\mu\text{m}$

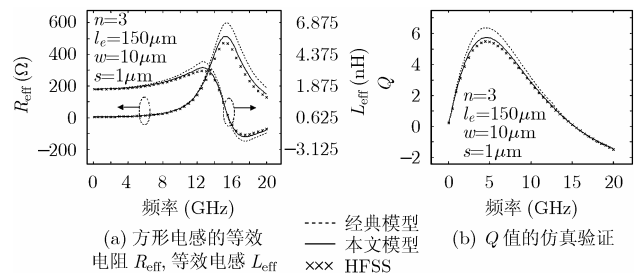


图 6

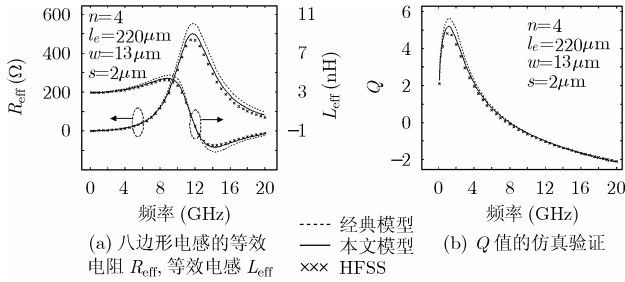


图7

结果表明, 本文模型在20GHz的范围内与全波仿真结果相比, 误差在7%以内; 而经典模型由于忽略邻近效应、衬底涡流效应和寄生电容分布特性的影响, 对品质因子 $Q$ 的峰值估计过高, 误差已超出工程设计所允许的范围。同时表2对比了3种方法仿真效率。由此可见, 本文的模型具有足够高的精确度, 并且由于其效率远高于全波仿真法, 在螺旋电感的优化设计中将更适用。

表2 仿真效率对照表

模型	CPU Celeron 800 MHz 内存 256MB	
	耗时间	
	方形电感	八边形电感
HFSS (50个点)	≈30 min	≈30 min
经典模型 (500个点)	≈10 s	≈30 s
本文模型 (500个点)	≈50 s	≈200 s

在图8中, 将趋肤效应、邻近效应和衬底涡流损耗对总串联电感 $L_s$ 和总串联电阻 $R_s$ 的影响进行比较(以 $n=3$ ,  $l_c=150\mu\text{m}$ ,  $w=10\mu\text{m}$ ,  $s=1\mu\text{m}$ 的方形电感为例), 从而可导出下列典型结果。

(1) 趋肤效应使电流趋于导体表面流动, 使 $R_s$ 随频率呈二分之一次方增加, 但其不改变电流的几何中心<sup>[5]</sup>, 所以对 $L_s$ 的频率特性几乎没有影响。

(2) 计入邻近效应后, 由于高频下导体中电流分布的不均匀性加剧, 导致 $R_s$ 随频率以更快的速度增长; 同时由于电流方向相同的金属条中的电流分布相互远离, 电流方向相反的金属条中的电流分布相互靠近<sup>[5]</sup>, 所以减小了 $L_s$ 。

(3) 衬底涡流产生与时变磁场方向相反的磁场, 从而减小 $L_s$ , 同时涡流在阻性衬底上产生热损耗, 使 $R_s$ 增大, 且后者是对电感特性制约的主要因素。

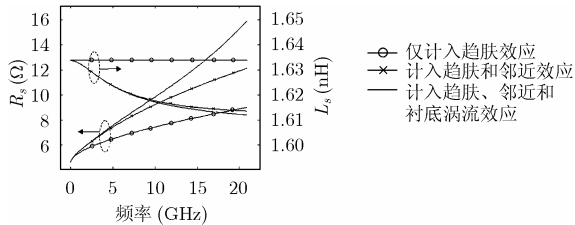


图8 分别计入各种效应的 $L_s$ 和 $R_s$

#### 4 结束语

针对标准 CMOS 工艺的高损耗硅衬底, 综合考虑了片上螺旋电感在高频下的趋肤效应、邻近效应、衬底涡流损耗和寄生电容的分布特性诸主要物理效应, 建立了一种新的片

上螺旋电感  $n\pi$  等效电路可扩展物理模型。

其仿真验证结果表明, 在 20GHz 范围内由该模型导出的等效电感 $L_{\text{eff}}$ , 等效电阻 $R_{\text{eff}}$ 和 $Q$ 值与全波三维电磁场仿真结果相比, 误差均在 7% 以内, 且该模型的仿真效率与简单模型相仿。但该模型不适用于直接对圆形电感进行建模, 可根据精度要求选用合适的多边形电感对其进行近似, 而随着多边形边数的增加, 仿真时间将以一次关系上升。另外随着电感圈数 $n$ 的增加, 仿真时间会成二次关系增加, 但对模型精度无影响。

在实际应用中, 该物理模型可为硅基片上螺旋电感的理论建模提供新思考, 并可用于硅基片上螺旋电感的优化设计。

#### 参考文献

- [1] Burghartz J N and Rejaei B. On the design of RF spiral inductors on silicon. *IEEE Trans. on Electron Devices*, 2003, 50(3):718-729.
- [2] Yue C P and Wong S S. Physical modeling of spiral inductors on silicon. *IEEE Trans. on Electron Devices*, 2000, 47(3): 560-568.
- [3] 李富华, 赵吉祥, 李征帆. 基于 PEEC 方法的片内螺旋电感建模. *半导体学报*, 2005, 26(4): 770-774.  
Li Fu-hua, Zhao Ji-xiang, and Li Zheng-fan. Modeling for spiral inductors on-chip with partial element equivalent circuit method. *Chinese Journal of Semiconductors*, 2005, 26(4): 770-774.
- [4] Greenhouse H M. Design of planar rectangular microelectronic inductors. *IEEE Trans. on Parts, Hybrids, Packaging*, 1974, PHP-10 (2): 101-109.
- [5] Cao Yu and Groves R A, et al. Frequency-independent equivalent-circuit model for on-chip spiral inductors. *IEEE J. Solid-State Circuits*, 2003, 38(3): 419-426.
- [6] Tong K T and Tsui C. A physical analytical model of multilayer on-chip inductors. *IEEE Trans. on Microwave Theory Tech.*, 2005, 53(4): 1143-1149.
- [7] Arcioni P and Castello R, et al. An innovative modelization of loss mechanism in silicon integrated inductors. *IEEE Trans. on Circuits and Systems II*, 1999, 46(12): 1453-1460.

郑 薇: 女, 1981 年生, 硕士生, 研究方向为射频 CMOS 集成电路无源器件建模和参数提取、射频电路集成技术。  
 王向展: 男, 1974 年生, 讲师, 主要研究方向为高速数据转换技术、RF 集成技术等。  
 任 军: 男, 1982 年生, 硕士生, 从事射频 CMOS 集成电路无源器件研究。  
 杨 帆: 男, 1982 年生, 硕士生, 研究方向为射频 CMOS 集成电路。  
 尤焕成: 男, 1982 年生, 硕士生, 研究方向为高速集成电路互连。  
 李竞春: 女, 1963 年生, 副教授, 主要研究方向为 SiGe 异质结器件及 SiGe 射频 CMOS 和 BiCMOS 电路。  
 杨谟华: 男, 1943 年生, 教授, 博士生导师, 主要研究方向为亚 0.1 $\mu\text{m}$  Si MOS 器件物理与电路技术、VDSM/ULSI 电路系统设计与集成技术、射频电路集成技术、新一代 Si 混合信号处理系统集成 SOC、GaN 与 SiGeC 等新型器件电路开发研究。