# 基于频域遮隔及分数阶相关的反辐射导弹检测技术

张仕元 吴乐南

(东南大学无线电工程系 南京 210096)

摘 要: 该文提出一种基于频域遮隔及分数阶相关来检测反辐射导弹(ARM)的新方法。该方法利用雷达回波的频 域(Fourier 变换)数据,根据尖锋作遮隔处理后,直接运用基于分数阶 Fourier 变换(FrFT)和 Fourier 逆变换的分数 阶相关方法,通过一维搜索来检测 ARM。由于该方法利用了现有的 Fourier 数据,且分数阶 Fourier 变换可以通过 Fourier 变换实现,无需多通道相位补偿和二维搜索,故计算量小。仿真结果表明,该方法能够在 ARM 信噪比低 达–10dB,ARM 与载机回波功率比为–27dB 的情况下,准确地检测出 ARM,从而实现 ARM 发射的早期告警。 关键词:反辐射导弹;频域遮隔;分数阶相关;分数阶傅里叶变换;多通道相位补偿 中图分类号: TN954 文献标识码: A 文章编号: 1009-5896(2007)05-1092-04

ARM Detection Based on Frequency Domain Masking and Fractional Correlation

Zhang Shi-yuan Wu Le-nan

(Department of Radio Eng., Southeast Univ., Nanjing 210096, China)

Abstract: A new method based on frequency domain masking and fractional correlation is presented for Anti Radio Missile (ARM) detection. The method adopts the frequency domain masking technique to mask the peak fields of the radar echos' Fourier transform data, and uses the fractional correlation comprising of Fractional Fourier Transform (FrFT) and inverse Fourier transform to detect the ARM only in one-dimensional searching. As the FrFT can be implemented via fast Fourier transform, and the multichannel phase compensation and two-dimensional search are no longer needed, the computation is greatly reduced. Simulation results show that an accurate detection is achieved in a -10dB ARM signal to noise ration, which implies a reliable early warning of ARM launching.

**Key words**: Anti-radio missile; Frequency domain masking; Fractional correlation; Fractional Fourier transform; Multichannel phase compensation

# 1 引言

反辐射导弹(Anti Radio Missile, ARM)已成为雷达的主要威胁,对其快速告警是所有防御 ARM 措施的先决条件。 通常载机回波为一单一频率信号,载机发射的 ARM 其回波 在初期为一线性调频信号,功率要比载机低 20~27dB,且 ARM 的信噪比为-6dB。要检测到 ARM 回波,本质上是强 杂波和噪声背景下极微弱非平稳信号的检测问题。雷达目标 检测一般是对回波作快速 Fourier 变换(FFT),根据是否有 超过门限的峰值和峰值位置来确定目标的有无及估计其多 普勒频率。而由于载机和 ARM 功率相差太大,作 FFT 后 ARM 完全淹没在载机的副瓣之中,无法可靠检测到 ARM, 需要另外采用其它方法。

文献[1]采用加速度相位补偿法,在 ARM 移出载机距离 波门后进行检测,因而告警迟缓,且需要在 ARM 可能的加 速度范围内进行多通道补偿,要求较多的硬件资源。文献[2] 采用自适应线性预测滤波来实现 ARM 回波与载机回波的分 离,告警速度快,但仍要求在快速傅里叶变换(FFT)前先进 行加速度相位补偿。文献[3]中涉及到用 Wigner Ville 分布 (WVD)来检测 ARM 信号,而基于 WVD 和 Radon-Wigner 变换(RWT)的 ARM 信号检测则需要作时频平面的二维搜 索,运算量大。而文献[4]则采用线性预测误差滤波器,在实 现 ARM 信号 与载机 信号 充分分离的基础上,用 Radon-Ambiguity 变换(RAT)来检测识别 ARM 信号,即先 计算滤波(对消)信号的模糊函数,再沿过原点的直线积分以 计算其 Radon 变换。由于信号的模糊函数包络与初始频率无 关,敏感量中只剩下调频率(直线斜率),因此将 ARM 的检 测从二维搜索降为一维搜索,具有告警快,计算量相对稍小 的特点。但是由于采用了 Radon 变换,需要利用已有信号的 模糊函数进行二维插值,计算量也大。上述的各种方法中, 都没有充分利用现有雷达回波的 Fourier 数据,造成了资源 的浪费。

近年来,分数阶傅里叶变换<sup>[5]</sup>(Fractional Fourier Transform, FrFT)作为一种新的时频分析工具<sup>[6]</sup>,已经引起 信号处理研究人员的广泛重视。基于FrFT的chirp信号检测 和参数估计已经在雷达、通信等诸多领域得到应用<sup>[7,8]</sup>。作为

<sup>2005-12-31</sup> 收到, 2006-08-04 改回

Fourier变换的一种广义形式,FrFT可以解释为信号在时频 平面内绕原点逆时针旋转任意角度后构成的分数阶Fourier 域上的表示。角度为0的FrFT即为时域信号本身,角度为π/ 2的FrFT即为传统的傅里叶变换。而分数阶相关<sup>[9,10]</sup>也是普 通相关的广义形式,可用FrFT和逆傅里叶变换实现。Okay 在文献[11]中的研究表明,一个信号某个角度的分数阶自相 关等于它的模糊函数沿过原点相应角度直线的径向切面。因 而该信号在此角度下分数阶自相关的积分即为其模糊函数 沿相应角度的直线积分。

本文利用现有雷达回波的Fourier变换数据,自适应地根 据尖峰位置进行频域遮隔<sup>[12]</sup>,以去掉载机分量,得到ARM 回波的Fourier谱;然后直接运用分数阶自相关来完成ARM 的检测与参数估计。由于分数阶自相关与模糊函数的关系, 这种方法将搜索从二维降至一维,又可采用Fourier变换实 现<sup>[13]</sup>,无需二维插值,故能大大降低计算复杂度;同时调频 率估计比较准确,理论上可以实现ARM的实时告警。

## 2 基于频域遮隔及分数阶相关的 ARM 检测

#### 2.1 回波信号模型

若载机在发射 ARM 时的速度为v, ARM 发射时的加速度为a, 故 ARM 的瞬时速度为v + at, 则在 ARM 发射 初期雷达的视频回波为载机回波:

$$r_1(t) = A_1 \exp(j(2\pi f_d t + \varphi_0)) \tag{1}$$

与 ARM 回波:

$$r_2(t) = A_2 \exp(j(2\pi(f_d t + \mu t^2/2) + \varphi_0))$$
(2)  
之和, 即

$$r(t) = r_1(t) + r_2(t) + n(t)$$
(3)

其中 n(t) 为噪声;  $f_d = 2v/\lambda$  为载机多普勒频率,  $\lambda$  为雷达 工作波长,  $\varphi_0$  为初相,  $A_1$  和  $A_2$  分别为载机和 ARM 信号的 幅度,  $\mu = 2a/\lambda$  为 ARM 信号的调频率。

雷达对目标的检测一般是直接对接收的采样数据进行 Fourier 变换,在不考虑噪声情况下,即为

$$R(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int r(t)e^{-j\omega t} \mathrm{d}t = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int [r_1(t) + r_2(t)]e^{-j\omega t} \mathrm{d}t$$
$$= R_1(\omega) + R_2(\omega) \tag{4}$$

其中符号
$$\int$$
表示区间为 $[-\infty,\infty]$ 的积分号,下同;且有

$$R_{\rm I}(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int r_{\rm I}(t) e^{-j\omega t} \mathrm{d}t = A_{\rm I} \sqrt{2\pi} \delta(\omega - \omega_d) \tag{5}$$

$$R_{2}(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int r_{2}(t) e^{-j\omega t} \mathrm{d}t = \frac{A_{2}}{\sqrt{2\mu}} e^{-j\left[(\omega - \omega_{d})^{2} / \mu - \pi / 4\right]}$$
(6)

式中 $\omega_d = 2\pi f_d$ 为多普勒角频率。由式(4),式(5)和式(6)可知, 当 ARM 的线调频率为一定值时,它的傅里叶谱仍为模值一 定的频域线性调频信号,而载机的傅里叶谱则为一位于其多 普勒角频率处的冲击。

通常载机回波与 ARM 回波功率比为 20~27dB, ARM 信噪比为-6dB。当采样点有限时, ARM 的傅里谱完全淹没 在载机谱的副瓣之中。因此,在对 ARM 信号进行后续处理 之前,先要设法分离掉强载机分量。

#### 2.2 FrFT 的定义和性质

信号 
$$x(t)$$
 在角度为  $\alpha = p\pi/2$  的  $p$  阶FrFT定义为<sup>[5]</sup>  
 $X_{\alpha}(u) = F^{\alpha}[x(t)](u) = \int K_{\alpha}(t,u)x(t)dt$  (7)

其中  $X_{\alpha}(u)$  表示信号 x(t) 的 FRFT,  $F^{\alpha}$  表示 p 阶 FRFT 算 子,  $\alpha = p\pi/2$ , 0 < |p| < 2。变换核  $K_{\alpha}(t,u)$  为

$$K_{\alpha}(t,u) = \begin{cases} \sqrt{\frac{1-j\cot\alpha}{2\pi}} \exp\left(j\frac{u^2+t^2}{2}\cot\alpha - jut\csc\alpha\right), \\ \alpha \neq n\pi \end{cases}$$
(8)  
$$\delta(t-u), \qquad \alpha = 2n\pi \\ \delta(t+u), \qquad \alpha = (2n+1)\pi \end{cases}$$

当 $\alpha = 0$ 时, FrFT 就是时域信号自身;当 $\alpha = \pi/2$ 和  $\alpha = 3\pi/2$ 时, FrFT 对应着经典的 Fourier 变换  $F^{\pi/2}$ 和 Fourier 逆变换  $F^{-\pi/2}$ 。所以 FrFT 可以看成将信号在时间轴 上逆时针旋转角度  $\alpha$  到 u 轴上的表示。从 FrFT 的定义可见, 信号可被分解为 u 域上一组正交 chirp 基的线性组合,可使线 性调频信号(LFM)在某一特定的分数阶 Fourier 域上表现为 冲击函数。

FrFT 算子一个重要性质是具有阶数相加性,即  $F^{\alpha}F^{\beta} = F^{\alpha+\beta}$ ,因而有

$$F^{\pi/2+\varphi} = F^{\varphi} F^{\pi/2} \tag{9}$$

即信号的角度为 $\pi/2 + \varphi$ 的FrFT等于先对信号进行Fourier 变换,再进行角度为 $\varphi$ 的FrFT。

## 2.3 分数阶相关的定义和性质

信号
$$s$$
和 $h$ 角度为 $\varphi$ 的分数阶相关定义为<sup>[9,10]</sup>

$$\operatorname{Fr} C_{s,h}^{\varphi}(\rho) = \left(s \otimes_{\varphi} h\right)(\rho) = \left(s^{\varphi} \otimes_{0} h^{\varphi}\right)(\rho)$$
$$= F^{-\pi/2} F^{\pi/2} \left(s^{\varphi} \otimes_{0} h^{\varphi}\right)(\rho)$$
$$= F^{-\pi/2} \left(F^{\pi/2} s^{\varphi} \cdot \left[F^{\pi/2} h^{\varphi}\right]^{*}\right)(\rho)$$
$$= F^{-\pi/2} \left(s^{\pi/2+\varphi} \cdot \left[h^{\pi/2+\varphi}\right]^{*}\right)(\rho)$$
(10)

其中  $s^{\varphi} = F^{\varphi}s$ ,  $h^{\varphi} = F^{\varphi}h$ , 分别为 s,h的角度为 $\varphi$ 的 FRFT。符号  $\otimes_0$  为通常意义的时域相关,  $\otimes_{\pi/2}$  为频域相关, 两信号的时域相关和频域相关分别定义为

$$\operatorname{Fr} C^0_{s,h}(\tau) = (s \otimes_0 h)(\tau) = \int s(t) h^*(t-\tau) \mathrm{d}t \tag{11}$$

$$\operatorname{Fr} C_{s,h}^{\pi/2}(\xi) = (s \otimes_{\pi/2} h)(\xi) = \int s(t)h^*(t)e^{-j2\pi\xi t} \mathrm{d}t \qquad (12)$$

由式(10),信号s角度为 $\varphi$ 的分数阶自相关为

其中

$$\operatorname{Fr} C_{s}^{\varphi}(\rho) = \left(s \otimes_{\varphi} s\right)(\rho) = F^{-\pi/2} \left(s^{\pi/2+\varphi} \cdot \left[s^{\pi/2+\varphi}\right]^{*}\right)(\rho)$$
$$= F^{-\pi/2} \left(\left|s^{\pi/2+\varphi}\right|^{2}\right)(\rho)$$
(13)

而文献[11]的结果表明,一个信号的分数阶自相关等于它的 模糊函数沿相应 *φ*角的径向切面,即

$$\operatorname{Fr} C_s^{\varphi}(\rho) = \operatorname{AF}_s(\rho \cos \varphi, \rho \sin \varphi) \tag{14}$$

$$AF_{s}(\tau,\xi) 为信号 s(t) 的模糊函数。它的定义式为AF_{s}(\tau,\xi) = \int s(t+\tau/2)s^{*}(t-\tau/2)e^{-j\xi t}dt$$
(15)

式(13)表明,信号在旋转角为 $\varphi$ 的分数阶 Fourier 域上的自

1

相关就等于其模糊函数在过原点 $\varphi$ 角射线方向的切片。如图 1 所示。





2.4 用频域遮隔和分数阶相关检测 ARM

由 2.1 节中的式(4),式(5)和式(6)可知,雷达回波的 Fourier 变换为一冲击与一线性调频信号的叠加。其中冲击对 应着载机回波的Fourier 变换。如果在冲击所在的位置设置 一极窄凹口,以遮隔掉载机的分量,而其它位置则保持不变, 这样,就能得到单一的保持了绝大部分能量的 ARM 回波 Fourier 分量。遮隔处理如图 2 所示。



图 2 频域遮隔示意图

这一过程相当于对式(4)加一遮隔函数  $M(\omega)$ ,在理想情况下,为

$$M(\omega) = \begin{cases} 0, & \omega = \omega_d \\ 1, & \omega \neq \omega_d \end{cases}$$
(16)

因而有

 $R_{M}(\omega) = R(\omega)M(\omega) \doteq R_{2}(\omega) = F^{\pi/2}(r_{2}) = r_{2}^{\pi/2}$ (17) 即经过理想遮隔处理后的信号为 ARM 回波的 Fourier 变换。

根据式(13)对 ARM 回波信号取分数阶自相关,并注意 到式(17),得

$$\operatorname{Fr} C_{r_{2}}^{\varphi}(\rho) = F^{-\pi/2} \left( \left| r_{2}^{\pi/2+\varphi} \right|^{2} \right) (\rho) = F^{-\pi/2} \left( \left| F^{\varphi} \{ F^{\pi/2}[r_{2}] \} \right|^{2} \right) (\rho) = F^{-\pi/2} \left( \left| F^{\varphi}[R_{2}] \right|^{2} \right) (\rho) = F^{-\pi/2} \left( \left| R_{M}^{\varphi} \right|^{2} \right) (\rho)$$
(18)

式(18)表明, 对遮隔信号  $R_M(\omega)$  进行角度为 $\varphi$ 的 FrFT, 取 模平方后再进行 Fourier 逆变换,相当于对原始 ARM 回波 进行角度为 $\varphi$  分数阶自相关运算。

而信号 
$$r_2(t)$$
 的模糊函数由式(15)为  
AF<sub>r\_2</sub>(\tau, \xi) =  $\int r_2(t + \tau/2)r_2^*(t - \tau/2)e^{-j\xi t}dt$   
=  $A_2 e^{j\omega_d \tau} \delta(\xi - \mu \tau)$  (19)

即  $r_2(t)$ 的模糊函数沿经过原点且斜率为 ARM 调频率的直线 分布。对式 (19) 所示的 AF<sub> $r_2</sub>(\tau,\xi)$  取模, 令  $\xi = \rho \sin \varphi$ ,  $\tau = \rho \cos \varphi$ ,则式(19)为</sub>

 $|AF_{r_2}(\tau,\xi)| = A_2\delta(\rho\sin\varphi - \mu\rho\cos\varphi) = A_2\delta(\tan\varphi - \mu)$  (20) 再对式(20)沿 $(\tau,\xi)$ 平面过原点的直线积分(可参见图 1),并 考虑到式(14),得

$$\begin{split} \int \left| \operatorname{Fr} C_{i_2}^{\varphi}(\rho) \right| \mathrm{d}\rho &= \int \left| \operatorname{AF}_{i_2}(\rho, \varphi) \right| \mathrm{d}\rho = \int A_2 \delta(\tan \varphi - \mu) \mathrm{d}\rho \\ &= \begin{cases} +\infty, & \varphi = \arctan \mu \\ A_2, & \varphi \neq \arctan \mu \end{cases} \tag{21}$$

$$\begin{aligned} \left| F^{-\pi/2} \left( \left| R_{M}^{\varphi} \right|^{2} \right) (\rho) \right| \mathrm{d}\rho &= \int \left| F^{-\pi/2} \left( \left| R_{M}^{\pi/2 + (\varphi - \pi/2)} \right|^{2} \right) (\rho) \right| \mathrm{d}\rho \\ &= \begin{cases} +\infty, \quad \varphi = \arctan \mu \\ A_{2}, \quad \varphi \neq \arctan \mu \end{cases} \tag{22}$$

由上式可见,当对遮隔信号  $R_M(\omega)$  角度为 $\varphi - \pi/2$  的分数阶 自相关取模后积分时,在与 ARM 信号的调频率对应角度  $\varphi = \arctan \mu$  处将出现峰值。据此,可构造一个统计量:

$$L(\varphi) = \int \left| F^{-\pi/2} \left( \left| R_M^{\varphi} \right|^2 \right)(\rho) \right| \mathrm{d}\rho \tag{23}$$

若 $L(\varphi)$ 在某个角度出现一个峰值且超过预定门限,则认为检测到了ARM,并且由峰值点对应的角度可估计出ARM的调频率。

在实际检测中,先对接收信号采样,得r(n) = r(nT),  $n = 1, 2, \dots, N$ , T为雷达脉冲重复频率, 然后作 N点 FFT, 根据有无超过门限的峰值决定有无载机,这是一般情况下的 雷达目标检测。如果有,则存在载机,这时根据峰值点位置, 在一定范围内进行遮隔,即将 N 点 FFT 数据峰值位置一定 带宽内的数据置 0, 其它数据不变; 然后根据实际需要确定 一组角度 $\varphi_k$ ,  $k = 1, 2, \dots, M$ , 按式(18), 式(23)求遮隔信号 角度为 $\varphi_k - \pi/2$ 的分数阶自相关并求其积分值(求和),这 样,一个角度就对应着一个求和值,故检测是一维搜索。而 式(18)所示计算角度为 $\varphi_k - \pi/2$ 的分数阶自相关过程包括: (1)利用文献[13]的快速算法求遮隔信号角度为 $\varphi_k$ 的 FrFT; (2)求变换后的模平方;(3)求 Fourier 逆变换。因为基于 FrFT 快速算法的复杂度与 FFT 差不多,为 O(N log, N),所以基 于分数阶自相关的 ARM 信号检测算法总的计算复杂度约为  $O(M(N \log_2 N + N))$ , 而基于模糊函数算法的总计算复杂度 为 $O(N^2 \log_2 N + MN))$ ,两者比较,当 $M \ll N$ 时,用分数 阶自相关作信号检测需要相对较小的计算量。图 3 为 ARM 检测系统结构框图。



### 3 仿真结果

仿真参数为: 雷达工作波长  $\lambda = 5$ cm; 脉冲重复周期 T = 0.25ms; 载机相对雷达的径向速度 v = 340m/s, 对应  $f_d = 2v/\lambda = 13.6$  kHz; ARM 的加速度典型值 a = 150m/s<sup>2</sup>,本文取 a = 100, 150, 200 m/s<sup>2</sup> 3 个值,对 应的调频率  $\mu = 2a/\lambda$  分别为 4, 6, 8 kHz/s。载机回波功 率 /ARM 回波功率取为 27dB, ARM 的信噪比分别设为-6dB 和-10dB。FFT 点数 *N* = 1024 (此时 ARM 和载机仍在同一 距离门内)。频域遮隔带宽取为 96 点,即在峰值位置左右共 96 个数据置 0。

图 4 为 FFT 数据未经遮隔处理,直接作分数阶相关检测的结果 (ARM 信噪比取 –6dB),图中的横坐标已按  $\mu_k = \tan \varphi_k$ 将角度转化为相应的调频率。可以看出曲线峰值 出现在调频率为零调频率处,实际对应载机信号。说明若不 经遮隔,虽经分数阶相关运算,ARM 信号仍淹没在强载机 信号里。

图 5,图 6 分别为 ARM 信噪比为-6dB 和-10dB 两种 情况下,对应 3 种调频率的 ARM 信号,经频域遮隔处理后 进行分数阶自相关检测的结果,由图可明显看到与各自实际 调频率对应的峰值。两种信噪比情况下,测得的两组调频率 分别为 4.012,6.017,8.023 和 3.960,5.961,7.962 kHz/s, 与实际值相近。仿真表明,通过选择适当门限,可以较准确 地将 ARM 信号检测出来。



## 4 结束语

本文提出用频域遮隔和分数阶相关来检测 ARM,充分 利用了现有载机的 FFT 数据,避免了对导弹加速度的多通 道相位补偿、二维插值和二维搜索,且可利用 FFT 快速实 现。仿真结果表明,本方法能够在强杂波和低信噪比(-10dB) 背景中将 ARM 信号准确检测出来,实现实时告警。

# 参考文献

- 龙小红.反辐射导弹告警系统的技术实现.航天电子对抗. 1994, (3): 22-27.
- [2] 陈建春, 耿富录. 基于自适应线性预测滤波的反辐射导弹检

测技术. 电子学报, 2001, 29(6): 1-3.

Chen Jian-chun and Geng Fu-lu. ARM detection technique based on adaptive linear prediction error filtering. *Acta Electronica Sinica*, 2001, 29(6): 1–3.

- [3] 周立松.反辐射导弹目标检测与告警技术的研究.[博士论文], 西安:西安电子科技大学,1997.
- [4] 张宏宽,陈建春,杨万海.基于 Radon-ambiguity 变换的反辐射导弹检测识别技术.西安电子科技大学学报,2004,31(3): 446-449.

Zhang Hong-kuan, Chen Jian-chun, and Yang Wan-hai. ARM detection and identification technique based on Radon-ambiguity transform. *Journal of Xidian University(Natural Science)*, 2004, 31(3): 446–449.

- [5] Namias V. The fractional Fourier transform and its application in quantum mechanics. *Inst. Math. Appl.*, 1980, 25(3): 241–265.
- [6] Almeida L B. The fractional Fourier transform and time-frequency representations. *IEEE Trans. on Signal Processing*, 1994, 42(11): 3084–3091.
- [7] Zhao Xing-hao, Tao Ran, and Zhou Si-yong. A novel sequential estimation algorithm for chirp signal parameters. 2003 International Conference on Neural Network & Signal Processing, Nanjing, 2003: 628–631.
- [8] 齐林,陶然.基于分数 Fourier 变换的多分量 LFM 信号的检测和参数估计.中国科学 E 辑, 2003, 33(8): 749-759.
- [9] Akay O and Boudreaux-Bartels G F. Linear fractionally invariant systems: fractional filtering and correlation via fractional operators. Conference Record of the Asilomar Conference on Signals Systems & Computers. Asilomar USA, 1997, vol.2: 1494–1498.
- [10] 陶然,齐林,王越. 分数阶 Fourier 变换的原理与应用. 北京: 清华大学出版社, 2004: 121–127.
- [11] Akay O. Fractional convolution and correlation via operator methods and an application to detection of linear FM signals. *IEEE Trans. on Signal Processing*, 2001, 49(5): 979–993.
- [12] 张贤达,保铮. 非平稳信号分析与处理. 北京:国防工业出版 社,1998:186-223.
- [13] Ozaktas H M and Kutay M A. Digital computation of the fractional Fourier transform. *IEEE Trans. on Signal Processing*, 1996, 44(9): 2141–2150.
- 张仕元: 男,1975年生,博士生,研究兴趣包括雷达波形设计、 目标检测和时频分析等.
- 吴乐南: 男,1952年生,教授,博士生导师,从事多媒体信息处 理、数字广播等研究与开发工作.