

多天线系统中逼近最大似然的快速检测算法

杨宜进 赵春明 周鹏 巩晓群
(东南大学移动通信国家重点实验室 南京 210096)

摘要: 该文针对无编码的多输入多输出无线通信系统中的最大似然检测接收机在发端天线数较多、调制阶数较高时计算复杂度过高的问题,提出了一种低复杂度的球形译码算法。该算法首先利用信道信息对待检测的发送信号矢量进行分组,然后对各组内的信号矢量采用球形译码进行最大似然检测,并在组间做干扰消除。理论分析和仿真表明,该算法不仅复杂度低,而且能够逼近最大似然检测的性能。

关键词: 移动通信; 多天线; 最大似然; 球形译码

中图分类号: TN929.5

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2007)06-1276-05

An Efficient Detection Algorithm for MIMO Systems Approaching ML Performance

Yang Yi-jin Zhao Chun-ming Zhou Peng Gong Xiao-qun
(National Mobile Communications Research Lab, Southeast Univ., Nanjing 210096, China)

Abstract: An efficient Sphere Decoding (SD) algorithm is proposed for uncoded Multi-Input Multi-Output (MIMO) systems with a large number of antennas and higher modulation constellations. This method utilizes a channel-based group detection strategy. The transmitted symbols on each substream are detected by performing sphere decoding within each group and successive interference canceling between groups. Analyses and simulations demonstrate that the proposed algorithm can approach Maximum Likelihood (ML) detection with a relatively low complexity.

Key words: Mobile communications; MIMO; ML; Sphere decoder

1 引言

多天线无线通信系统中的最大似然(Maximum Likelihood, ML)检测本质上是整数域的最小二乘问题,同时也是一个NP-难度(Non-deterministic Polynomial-time hard)的问题^[1]。球形译码算法是解决此类问题的有效办法。它首先将发送信号矢量(假设发送信号矢量的长度为 M)集合映射为一个 M 维的网格。这样寻找最小二乘整数解的问题就转化为在以接收信号矢量为中心,适当大小为半径的超球内寻找距球心最近的网格点的问题,而搜索空间的大小将决定算法的复杂度。在高信噪比时,球形译码算法能够通过压缩搜索空间将ML检测算法的复杂度降低到接近ZF-DFE算法^[2]的复杂度。问题在于如何降低球形译码算法在低信噪比时的计算复杂度。

针对这一问题,Rekaya^[3]修改了搜索策略,给出了一种适用于有限网格的SE算法;Guo^[4]指出修改半径约束可以进一步降低SE算法的计算复杂度,但是这种修改需要藉由事先的仿真来确定参数的选取,因此其实用性欠佳;Kang^[5]的算法通过加强网格坐标约束降低了复杂度,但是牺牲了高信噪比时的性能。Cui^[6]借用了多层编码与级联解码的思想,提出

了MSD算法,它使用两个级联的针对“低阶调制”的球形译码器完成高阶调制符号序列的ML检测。但是,该算法对于发送天线数较多的情形收效甚微,而且在搜索半径选取上存在困难。

本文考虑将发送信号矢量分割成两段,用两个级联的针对短符号序列的球形译码器完成对长符号序列的ML检测;另外我们还将讨论不同的分割办法对最终检测性能的影响,并克服半径选取上的困难。

2 系统模型

考虑一个使用 M 根发送天线, N 根接收天线的MIMO系统($M \leq N$),其基带传输模型可以用下式来表达:

$$\mathbf{y} = \mathbf{H}\mathbf{s} + \mathbf{n} \quad (1)$$

其中 $\mathbf{s} \in \mathcal{Q}_{2^q}^M$ 是采用 2^q -QAM调制的发送矢量; $\mathbf{y} \in \mathcal{C}^N$ 是接收矢量; $\mathbf{H} = [h_{ij}]$ 是大小为 $N \times M$ 的信道矩阵,且 $h_{ij} \sim \mathcal{CN}(0,1)$ i.i.d $\forall i = 1, \dots, N, \forall j = 1, \dots, M$; $\mathbf{n} \in \mathcal{C}^N$ 是均值为零的加性复高斯白噪声向量。为简化问题,这里假设接收端对信道矩阵 \mathbf{H} 完全已知,并假定信道是准静态信道。

由于传统的球形译码算法只能用于解决实整数域的最小二乘问题,因此需要先将复数域的基带模型转换到实数域来。由文献[3]知,式(1)有以下实数域的等价形式:

$$\begin{bmatrix} \Re(\mathbf{y}) \\ \Im(\mathbf{y}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Re(\mathbf{H}) & -\Im(\mathbf{H}) \\ \Im(\mathbf{H}) & \Re(\mathbf{H}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Re(\mathbf{s}) \\ \Im(\mathbf{s}) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Re(\mathbf{n}) \\ \Im(\mathbf{n}) \end{bmatrix} \quad (2)$$

简记为

$$\bar{\mathbf{y}} = \bar{\mathbf{H}}\bar{\mathbf{s}} + \bar{\mathbf{n}} \quad (3)$$

由于 \mathbf{H} 的各元素独立同分布, 所以 $\bar{\mathbf{H}}$ 必是秩为 $2M$ 的满秩阵。从线性空间的角度来说, 组成 $\bar{\mathbf{H}}$ 的 $2M$ 个列可以视为某个位于 $2N$ 维空间中的网格的一组基向量。而长度为 $2M$ 的向量 $\bar{\mathbf{s}}$ 则可被看作是网格中某个网格点的坐标。这样接收端的最大似然检测问题:

$$\hat{\mathbf{s}} = \arg \min_{\mathbf{s} \in \mathcal{Q}_{2M}^M} \|\mathbf{y} - \mathbf{H}\mathbf{s}\|^2 \quad (4)$$

就转化为寻找距离接收矢量 $\bar{\mathbf{y}}$ 最近的网格点的问题。

3 检测算法

3.1 问题分析

下面首先来分析球形译码算法在低信噪比时计算复杂度比较高的原因。由式(4)知道, 该式右端的2-范数的下界与噪声 \mathbf{n} 的方差 σ^2 有关。当处于高信噪比时, σ 较小, 最大似然解到球心的距离就比较近; 此时只需要一个相对较小的初始半径, 即可保证最大似然解落入球内。这样搜索空间可以被限制得很小, 以至于只有少量的网格点落入球内, 所以此时的球形译码算法复杂度很低。可是在低信噪比时, σ 较大, 为了保证最大似然解落入球内, 就需要一个相对较大的初始半径, 半径的增大就意味着落入球内的网格点数目的增多; 因此, 搜索空间过大是算法复杂度高的直接原因。

由上面的分析知道, 要想降低复杂度, 必须进一步缩小搜索空间。因此, 本文考虑通过划分发送天线的方式来缩小搜索空间。图1给出了这种低复杂度球形译码算法的结构, 图中的深度代表球形译码器的搜索深度, 即式(3)中实整型向量 $\bar{\mathbf{s}}$ 的长度。该算法首先将待检测的发送信号矢量拆分成 $\mathbf{s}^T = [\mathbf{s}_1^T \ \mathbf{s}_2^T]^T$, 其中 $\mathbf{s} \in \mathcal{Q}_{2M}^M$ 且 $\mathbf{s}_1, \mathbf{s}_2 \in \mathcal{Q}_{M/2}^{M/2}$ (这里为描述方便, 假定发送天线个数 M 是偶数, 后面不再做此说明)。这样我们就可以使用两级级联的球形译码器分别完成对 \mathbf{s}_1 和 \mathbf{s}_2 的检测。其中后一级的球形译码器需要使用前一级的球形译码器的输出 $\hat{\mathbf{s}}_1$ 做干扰消除。后级球形译码器在完成对 \mathbf{s}_2 的检测之后, 将自己的输出与前级的输出组合在一起作为算法的输出结果。当然, 该算法与ML检测相比是有性能损失的, 后面将有详细论述。

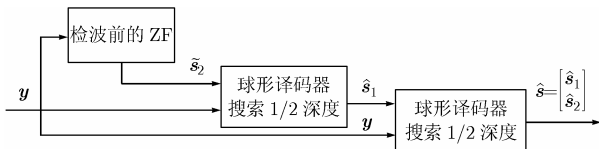


图1 级联的球形译码器结构图

3.2 算法描述

下面是关于我们所给出的低复杂度球形译码算法的数学推导。依照上节对发送信号 \mathbf{s} 的拆分方式, 式(1)有以下等价形式:

$$\mathbf{y} = \mathbf{H}_A \mathbf{s}_1 + \mathbf{H}_B \mathbf{s}_2 + \mathbf{n} \quad (5)$$

其中 \mathbf{H}_A 和 \mathbf{H}_B 均是大小为 $N \times (M/2)$ 的复数矩阵, 分别定义为 \mathbf{H} 的前 $M/2$ 列和后 $M/2$ 列。类似于 \mathbf{s} 的拆分方式, 我们假定实际的发送信号是 $(\mathbf{s}^*)^T = [(\mathbf{s}_1^*)^T \ (\mathbf{s}_2^*)^T]^T$, 其中 $\mathbf{s}^* \in \mathcal{Q}_{2M}^M$ 且 $\mathbf{s}_1^*, \mathbf{s}_2^* \in \mathcal{Q}_{M/2}^{M/2}$; 那么, 最大似然检测问题可以描述为

$$\begin{bmatrix} \hat{\mathbf{s}}_1 \\ \hat{\mathbf{s}}_2 \end{bmatrix} = \arg \min_{\mathbf{s}_1, \mathbf{s}_2 \in \mathcal{Q}_{M/2}^{M/2}} \|\mathbf{y} - \mathbf{H}_A \mathbf{s}_1 - \mathbf{H}_B \mathbf{s}_2\|^2 \quad (6)$$

为了能够从 \mathbf{s} 中分割出 \mathbf{s}_1 和 \mathbf{s}_2 , 我们需要一个关于实际发送信号 \mathbf{s}^* 的初始估计: $\tilde{\mathbf{s}}^T = [\tilde{\mathbf{s}}_1^T \ \tilde{\mathbf{s}}_2^T]^T$, 其中 $\tilde{\mathbf{s}} \in \mathcal{Q}_{2M}^M$ 且 $\tilde{\mathbf{s}}_1, \tilde{\mathbf{s}}_2 \in \mathcal{Q}_{M/2}^{M/2}$ 。接下来, 我们做一次部分干扰消除 $\mathbf{y}_2 = \mathbf{y} - \mathbf{H}_B \tilde{\mathbf{s}}_2$ 。现在的问题是, 如果 $\tilde{\mathbf{s}}_2 = \mathbf{s}_2^*$, 那么 \mathbf{s}_1^* 可以通过求解

$$\hat{\mathbf{s}}_1 = \arg \min_{\mathbf{s}_1 \in \mathcal{Q}_{M/2}^{M/2}} \|\mathbf{y}_2 - \mathbf{H}_A \mathbf{s}_1\|^2 \quad (7)$$

来准确得到; 事实上, 大多数情况下 $\tilde{\mathbf{s}}_2 \neq \mathbf{s}_2^*$ 。为了进一步求解 \mathbf{s} , 我们在这里做一个大胆的假设, 即认为 $\tilde{\mathbf{s}}_2$ 可以做为 \mathbf{s}_2^* 的一个近似, 也就是说姑且认为这个近似不会影响式(7)的求解。紧跟着, 后级球形译码器将通过求解

$$\hat{\mathbf{s}}_2 = \arg \min_{\mathbf{s}_2 \in \mathcal{Q}_{M/2}^{M/2}} \|\mathbf{y}_1 - \mathbf{H}_B \mathbf{s}_2\|^2 \quad (8)$$

来获得关于 \mathbf{s}_2 的估计, 其中 $\mathbf{y}_1 = \mathbf{y} - \mathbf{H}_A \hat{\mathbf{s}}_1$ 。最后将两级球形译码的输出组合在一起, 得到算法的输出结果 $[\hat{\mathbf{s}}_1^T \ \hat{\mathbf{s}}_2^T]^T$ 。

算法评价:

(1) 初始半径的选取更为方便。前面提到, Cui^[6]的MSD算法的初始半径很难选取, 一方面它要保证初始半径足够的大, 以便使得前级检测器能够提供足够的候选网格点; 另一方面初始半径又不能太大, 以免复杂度提升太厉害。而在本文给出的算法中, 前级只需要输出一个最满足式(7)的网格点。因此, 初始半径的选取不再有那么多的顾虑。考虑到算法的收敛速度, 可以将初始半径简单地定为式(7)的次最优解 $\mathbf{s}_1|_{\text{ZF-DFE}}$ ^[2]所对应的网格点(所谓的Babai点^[7])到球心的距离, 即

$$r \triangleq \|\mathbf{y}_2 - \mathbf{H}_A \mathbf{s}_1|_{\text{ZF-DFE}}\|^2 \quad (9)$$

(2) 由于前、后两级球形译码器在工作方式上没有差异, 因此在算法实现时, 可以使用考虑重复使用同一设计模块。这就降低了硬件设计的难度。

(3) 前级球形译码器提供关于 $\tilde{\mathbf{s}}_2$ 的初始估计的预检测算法不限于ZF算法还可以是MMSE算法, V-BLAST算法^[2]或者其它一些运算量较小、性能更好的检测算法。

(4) 对发送天线的划分可以不限于只划分成两组, 可以通过嵌套的方式来构造多级级联的球形译码, 从而实现发送天线的多层分割和计算复杂度的进一步降低, 这里限于篇幅, 不作详述。

(5) 上面假设 $\tilde{\mathbf{s}}_2$ 可以做为 \mathbf{s}_2^* 一个近似, 这会带来检测器性能损失。因此, 本文的算法是一种次最优检测算法。

3.3 分割方式

注意到前面给出的低复杂度球形译码算法需要对发送信号 \mathbf{s} 进行分割, 而不同的分割方式将可能导致不同的误码性能。本文将在仿真中考察下面3种分割方式对算法性能的影响。

(1)自然分割 这种分割方式不改变发送信号矢量 \mathbf{s} 的各元素位置, 即 $\mathbf{s}^T = [s_1^T \ s_2^T]^T$ 。

(2)按子信道的信噪比分割 由文献[2]知, 各发送子信道上的信噪比可由下式来定义:

$$k_i = \left\| \left(\mathbf{H}^H \mathbf{H} + \sigma^2 \mathbf{I} \right)^{-1} \mathbf{H}^H \right\|_i^{-2} \quad (10)$$

其中 $1 \leq i \leq M$ 且 $(\cdot)_i$ 表示矩阵的第 i 行。在分割 \mathbf{s} 之前, 先对 k_i 按照由小到大的顺序排序, 假设有

$$k_{n_1} \leq k_{n_2} \leq \dots \leq k_{n_M} \quad (11)$$

其中 $\{n_1, n_2, \dots, n_M\}$ 是 $\{1, 2, \dots, M\}$ 的某个换序序列。记 $\mathbf{s} = [s_1 \ s_2 \ \dots \ s_M]^T$ 是发送信号矢量, 那么我们通过如下规定来分割 \mathbf{s} :

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{s} &= [s_{n_1} \ s_{n_2} \ \dots \ s_{n_M}] \\ \mathbf{s}_1 &= [s_{n_1} \ s_{n_2} \ \dots \ s_{n_{M/2}}] \\ \mathbf{s}_2 &= [s_{n_{M/2+1}} \ s_{n_{M/2+2}} \ \dots \ s_{n_M}] \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

由于式(1)右端的 \mathbf{s} 的元素位置发生了变化, 为保证该等式仍然成立, 我们需要对 \mathbf{H} 作如下调整:

$$\mathbf{H} = [\mathbf{c}_{n_1} \ \mathbf{c}_{n_2} \ \dots \ \mathbf{c}_{n_M}] \quad (13)$$

其中 \mathbf{c}_{n_j} ($1 \leq j \leq M$) 是原矩阵 \mathbf{H} 的第 n_j 列。

(3)按子信道相关性分割

首先, 定义相关阵:

$$\mathbf{R} = (r_{ij})_{M \times M} = \mathbf{H}^H \mathbf{H} \quad (14)$$

其中 \mathbf{H} 是信道矩阵。那么, 各发送子信道间的相关性可由相关系数来定义:

$$\lambda_i = \frac{\|r_{ij}\|^2}{\|r_{jj}\|^2} \quad (15)$$

其中 $1 \leq i \leq M$, $j = \arg \max \{r_{jj}\}$ 。事实上, 第 j 个子信道是信号能量最强的子信道, 而 λ_i 则代表第 i 个子信道与第 j 个子信道的相关程度。分割 \mathbf{s} 之前, 先将 λ_i 按照由大到小的顺序排序, 假设有

$$\lambda_{n_1} \geq \lambda_{n_2} \geq \dots \geq \lambda_{n_M} \quad (16)$$

其中 $\{n_1, n_2, \dots, n_M\}$ 是 $\{1, 2, \dots, M\}$ 的某个换序序列。记

$\mathbf{s} = [s_1 \ s_2 \ \dots \ s_M]^T$ 是发送信号矢量, 那么我们通过式(12)来分割 \mathbf{s} , 同样道理, 我们需要按照式(13)来调整信道矩阵 \mathbf{H} 的相应列的位置。

3.4 计算复杂度

下面我们来比较FP算法^[8, 9], Rekaya的SE算法^[3], Guo的SE2算法^[4]、Cui的MSD算法^[6]以及本文算法的复杂度。本文的算法根据对发送矢量的不同分割方式又分为Natural(自然分割), SNR(按子信道的信噪比分割)及Correlation(按子信道的相关性分割)3种。另外, 这里的复杂度定义为各算法在进入搜索阶段之前所花费的浮点实运算次数(单位: flop)。

表1和表2给出了各算法在进入搜索状态之前的复杂度。

表中的 N_{cand} 是MSD算法的前级球形译码器输出的候选网格点个数, M 和 N 分别代表发送天线数和接收天线数。

从表中可看出, FP算法的计算复杂度比SE算法高, SE算法和SE2的计算复杂度相同; 本文算法的3种发送信号矢量分割方式中, 按子信道间的相关性分割的运算花费最大, 其次是按子信道的信噪比进行划分, 自然分割的花费最小; 本文算法在SD初始化阶段的计算复杂度有一次下降过程, 这是因为搜索深度减半引起的; SE算法的搜索深度是 $2M$, 本文算法的前、后级球形译码搜索深度均是 M , MSD前、后两级球形译码的搜索深度均为 $2M$; 另外, MSD在干扰消除和判决输出两个阶段的运算量也是不容忽视的, 特别是当 N_{cand} 与 M 相当的时候。

总的来看, 在进入搜索阶段之前本文算法的计算复杂度最低, SE和SE2的复杂度次之, FP算法的复杂度较高, MSD的复杂度最高。以 $N = 2M = 16$, $N_{\text{cand}} = 1$ 的情形为例, 本文的SNR算法在进入搜索阶段之前的计算复杂度是SE2算法的77.0%, 是FP算法的54.32%, 是MSD算法的34.69%。

表1 进入搜索状态之前的复杂度比较1

算法	预测	排序	干扰消除
FP	0	0	0
SE	0	0	0
SE2	0	0	0
MSD	$4M^3$	0	$(N_{\text{cand}}+1) \times 4NM$
Natural	$4M^3$	0	$8NM$
SNR	$4M^3$	$4NM+1/2M^2$	$8NM$
Correlation	$4M^3$	$8NM+1/2M^2$	$8NM$

表2 进入搜索状态之前的复杂度比较2

算法	SD初始化	判决输出
FP	$40/3M^3 + 16NM^2 + 4M^3$	0
SE	$-8/3M^3 + 8(2N+1)M^2 + 8NM$	0
SE2	$-8/3M^3 + 8(2N+1)M^2 + 8NM$	0
MSD	$-16/3M^3 + 16(2N+1)M^2 + 16NM$	$(N_{\text{cand}}+1) \times (8M^2 + 6M - 1)$
Natural	$-2/3M^3 + 4(2N+1)M^2 + 8NM$	0
SNR	$-2/3M^3 + 4(2N+1)M^2 + 8NM$	0
Correlation	$-2/3M^3 + 4(2N+1)M^2 + 8NM$	0

4 仿真实验

我们将在一个采用Gray映射的64-QAM调制, 8根发送天线, 16根接收天线的MIMO系统中, 考察FP算法^[8, 9], Rekaya的SE算法^[3], Guo的SE2算法^[4], Cui的MSD算法^[6]以及本文的算法在平坦瑞利衰落信道下各自的误比特性能与计算复杂度。这里的复杂度^[4]定义为各算法在搜索阶段每完成对一个发送矢量的检测需要访问的网格坐标次数的平均值, 简记为ANS (Average Number of searched Sublattices per symbol vector)。MSD算法中的前、后两级球形译码器分别采用LSD^[10]和SE^[3]算法。FP算法和MSD算法的初始半径定为 $\sqrt{2M}\sigma$, 其中 M 是发送天线数, σ 是每根接收天线上的噪声方差, 如果在该半径之内未能找到网格点, 则令搜索半径 $r = 1.6r$ 重新开始搜索。MSD算法使用的是两级级联形式, 即将一个64-QAM分拆成一个QPSK分量信号和一个16-QAM分量信号, 且令 $N_{\text{cand}} = 1$ 。本文所给算法的前、后两级球形译码器均采用SE^[3]算法, 所有算法的预检测采用迫零检测算法。

图2(a)给出了本文算法在使用不同的分割方式时, 所得到的BER (Bit Error Rate)性能曲线。从中可以看到, 按子信道的信噪比来划分发送信号矢量的BER性能要明显好于另外两种分割方式; 这是因为我们在算法中两次使用了干扰消除, 而在干扰消除过程中极有可能会出现问题传播, 按子信道的信噪比来划分发送信号矢量能够尽可能地保证前级检测出来的信号具有较低的错误概率, 从而减少错误传播带来的影响。

图2(b)给出了本文算法在使用不同的分割方式时, 所得到的搜索环节的计算复杂度曲线。从图中可以看出, 按子信道的信噪比分割发送矢量的复杂度要稍高于另外两种分割方式, 不过这个差异并不明显。

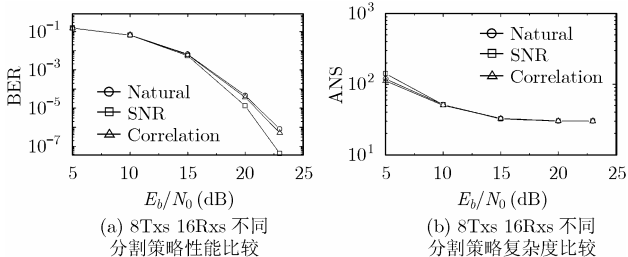


图2 不同分割策略的性能与复杂度比较

图3(a)给出了FP、SE、SE2、MSD、SNR 5种检测算法的BER性能曲线。从图中可以看到, MSD算法因为受到干扰消除过程中的错误传播的严重影响, 其BER性能最差; SE算法与SE2算法的性能差异并不明显, 本文算法的BER性能略好于SE和SE2算法, 并且逼近最优的FP算法的性能。在误比特率为 10^{-5} 时, 本文算法与FP算法性能相差仅1dB。

图3(b)给出了上述5种检测算法在搜索环节的计算复杂度曲线。从图中可以看到, FP算法的复杂度最高; MSD算法虽然降低了FP算法在低信噪比时的复杂度, 却增加了高信

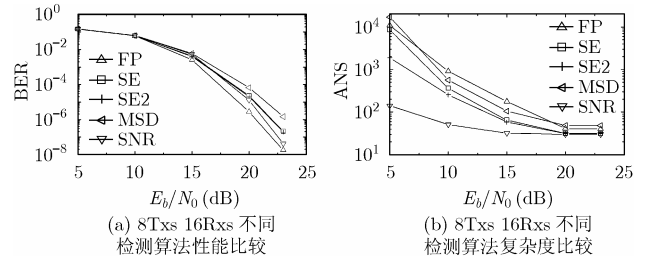


图3 不同检测算法性能与复杂度比较

噪比下的复杂度; 值得注意的是在信噪比为5dB时, MSD算法的复杂度反而超出了FP算法, 这是因为MSD算法有两级球形译码器, 而恰恰这个时候两级的复杂度都比较高; SE和SE2算法的复杂度明显比FP算法低, 不失为两种快速的球形译码算法; 而本文算法在低信噪比段的表现则更好, 且算法复杂度下降较为平缓。在信噪比为10dB时, 本文算法的复杂度约为SE2算法的1/5; 在信噪比为15dB时, 本文算法的复杂度约为SE2算法的一半。随着信噪比的提高, 各算法之间的复杂度差异逐渐减小。

5 结束语

针对低信噪比时, 传统的球形译码算法计算复杂度高、收敛速度慢的问题, 本文给出了一种收敛迅速、计算复杂度低的级联型球形译码算法。分析和仿真表明, 只需针对发送信号矢量采用合适的分割方式, 该算法就能够很好地在保证不明显损失算法性能的前提下, 降低传统的球形译码算法的计算复杂度。

参考文献

- [1] Jalden J and Ottersten B. On the complexity of sphere decoding in digital communications[J]. *IEEE Trans. on Signal Proc.*, 2005, 53(4): 1474-1484.
- [2] Golden G D, Foschini G J, and Valenzuela R A, et al. Detection algorithm and initial laboratory results using the V-BLAST space-time communication architecture[J]. *Electron. Lett.*, 1999, 35(1): 14-15.
- [3] Rekaya G and Belfiore J C. Complexity of ML lattice decoders for the decoding of linear full rate space-time codes[C]. *IEEE International Symposium on Information Theory (ISIT)*, Yokohama, Japan, 2003: 206-206.
- [4] Guo Z and Nilsson P. Reduced complexity Schnorr-Euchner decoding algorithms for MIMO systems[J]. *IEEE Commun. Lett.*, 2004, 8(5): 286-288.
- [5] Kang J W and Kwang B E. Simplified ML detection scheme for MIMO systems[C]. *IEEE Vehicular Technology Conference*, Orlando, USA, 2004: 824-827.
- [6] Cui T and Tellambura C. Approximate ML detection for MIMO systems using multistage sphere decoding[J]. *IEEE Signal Proc. Lett.*, 2005, 12(3): 222-225.
- [7] Agrell E, Eriksson T, and Vardy A, et al. Closest point search in lattices[J]. *IEEE Trans. on Inform. Theory*, 2002,

- 48(8): 2201–2214.
- [8] Fincke U and Pohst M. Improved methods for calculating vectors of short length in a lattice, including a complexity analysis[J]. *Math. Computat.*, 1985, 44(170): 463–471.
- [9] Viterbo E and Boutros J. A universal lattice code decoder for fading channels[J]. *IEEE Trans. on Inform. Theory*, 1999, 45(5): 1639–1642.
- [10] Hochwald B and Brink S T. Achieving near-capacity on a multiple antenna channel[J]. *IEEE Trans. on Commun.*, 2003, 51(3): 389–399.
- 杨宜进: 男, 1981 年生, 博士生, 研究方向为宽带移动通信中的基带信号处理技术.
- 赵春明: 男, 1959 年生, 教授, 博士生导师, 主要研究方向为通信理论、移动通信系统、纠错编码技术、自适应滤波技术及通信专用集成电路设计.
- 周 鹏: 男, 1977 年生, 博士生, 研究方向为宽带移动通信中的信道估计技术.