

利用整体退火遗传算法优化阵列改善方位估计

于 斌^① 黄赧东^②

^①(解放军电子工程学院 合肥 230037)

^②(中国人民解放军 63892 部队 洛阳 471003)

摘 要: 该文将非比例选择、保证收敛且易于判断收敛的整体退火遗传算法应用于优化线阵方位估计性能。优化过程中, 不仅优化阵元位置改善方位估计, 而且将阵元个数作为优化变量, 从而提供了更多的自由度来控制阵列性能。在满足空间谱估计精度的条件下, 利用较少的阵元实现超分辨估计。优点是减少信号处理量的同时, 简化了设备。仿真实验结果表明该方法收敛速度快, 有极强的避免过早收敛及避免局部极值的全局优化能力。

关键词: 阵列信号处理; 遗传算法; 优化; 空间谱估计

中图分类号: TN911.7

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2007)05-1050-04

Performance Improvement in Estimating Direction-of-Arrival by Genetic Algorithm Combined with Simulated Annealing

Yu Bin^① Huang Cheng-dong^②

^①(Electronic Engineering Institute of PLA, Hefei 230037, China)

^②(No.63892 of PLA, Luoyang 471003, China)

Abstract: A new type of genetic algorithm combined the simulated annealing with the advantage of guaranteeing convergence and deciding convergence easily is used for optimization the performance in estimation direction-of-arrival of linear array. In the process of optimization, not only the position of element, but also the number is used as variable. This can provide more degree of freedom to control characters of non-uniform linear array. It can use fewer elements to obtain the estimation accuracy of DOA. And it also can simplify equipment and decrease the computation complexity. The simulation results show that this method has strong ability to find the global optimization solution.

Key words: Array signal processing; Genetic algorithm; Optimization; Space spectrum estimation

1 引言

在阵列信号处理领域中, 超分辨谱估计占有重要的地位。作为超分辨谱估计的前提条件, 阵列几何位置的研究也越来越受到人们的重视^[1-7]。文献[1]已经证明在二维DOA估计中, 对于一定数量的阵元, 排列在水平面内相互垂直的两个方向上具有相同阵元数的阵形具有最佳的估计效果。文献[2]提出了一种改善方位估计性能的阵列设置方法。这种方法在阵元数一定的情况下, 可是使阵列的方位分辨率较之均匀线阵有较大的改善。文献[3]提出了一种利用遗传算法优化阵列的方法。这种方法在阵元数一定的情况下, 把方向函数作为适应度函数进行优化, 取得了很好的效果。以上研究都是在阵元数一定的情况下进行的, 而阵列天线的阵元数与系统的成本以及设备的复杂度成正比关系。并且随着阵元数的增加, 计算量也将以指数增长。因此, 在保证天线孔径的尺度、满足估计精度要求的条件下, 减少天线单元的数目就成为一个关键问题。将阵列阵元个数作为优化变量可以提供更大的自由度, 优化得到的阵列方位估计能力提高的同时降低了成

本。

遗传算法(GA)和模拟退火算法(SA)在电磁学中得到了广泛的应用。通过将模拟退火算法引入遗传算法中的选择策略——整体退火遗传算法^[8, 9], 从而使该算法比标准的遗传算法有快得多的收敛速度及更强的全局寻优能力。文献[9]已经证明, 该算法所产生的种群的每个个体均以概率 1 收敛到最优解。本文将整体退火遗传算法应用于线阵位置的优化, 取得了较好的效果。

2 阵列优化模型

假设一个由 N 个阵元组成的均匀线阵, 阵元之间的间距为 d , M 个波长为 λ 的窄带平面波, 分别从 $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_M$ 方向入射到天线阵上, 那么第 k 次快拍阵列的输出信号矢量为

$$\mathbf{X}(k) = \mathbf{A}\mathbf{S}(k) + \mathbf{n}(k) \quad (1)$$

式中

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{X}(k) &= [x_1(k), x_2(k), \dots, x_N(k)]^T \\ \mathbf{S}(k) &= [S_1(k), S_2(k), \dots, S_M(k)]^T \\ \mathbf{n}(k) &= [n_1(k), n_2(k), \dots, n_N(k)]^T \\ \mathbf{A} &= [\mathbf{a}(\theta_1), \mathbf{a}(\theta_2), \dots, \mathbf{a}(\theta_M)] \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

$n_i(k)$ ($i = 1, 2, \dots, N$) 为第 n 个阵元中均值为零, 方差为 σ^2 的高斯加性白噪声, 不同阵元间的 $n_i(k)$ 互相独立, 方差相等, 且与需要信号和干扰信号均不相关。

$$\mathbf{a}(\theta_i) = [a_1(\theta_i), a_2(\theta_i), \dots, a_N(\theta_i)]^T, \quad i = 1, 2, \dots, M \quad (3)$$

$a_n(\theta_i)$ ($n = 1, 2, \dots, N; i = 1, 2, \dots, M$) 为第 n 个阵元对第 i 个信号的响应:

$$a_n(\theta_i) = \exp[jkd_n \sin(\theta_i)] \quad (4)$$

阵列输出的协方差矩阵:

$$E[\mathbf{X}(k)\mathbf{X}^H(k)] = \mathbf{A}\mathbf{R}_{SS}\mathbf{A}^H + \sigma^2\mathbf{I} \quad (5)$$

式(5)中, $\mathbf{R}_{SS} = E[\mathbf{S}(k)\mathbf{S}^H(k)]$ 是信号复包络的协方差矩阵, \mathbf{H} 表示共轭转置。对式(5)进行特征分解后, 得到对应于 M 个大特征值的特征向量构成的信号子空间 \mathbf{E}_S 以及其余特征向量构成的噪声子空间 \mathbf{E}_N 。构造 MUSIC 算法空间谱函数:

$$P_{\text{MUSIC}}(\theta) = \frac{1}{\|\mathbf{E}_N^H \mathbf{a}(\theta)\|^2} \quad (6)$$

上式中 $\|\cdot\|$ 表示 Frobenius 范数。

3 整体退火遗传算法优化阵列设置

3.1 优化思想及步骤

利用式(6)对信号进行方位估计, 一般认为阵列几何位置不发生变化, 对 θ 作一维搜索得到信号 DOA。但是可以在阵列远区场设置一个入射信号, 信号 DOA 准确已知, 通过改变阵列设置来寻找 $P_{\text{MUSIC}}(\theta)$ 的极值。阵列设置的改变包括改变阵元个数和阵元位置。主要通过初始阵列中去除某些阵元, 并且选择保留阵元的最佳位置。这是一个二维寻优过程, 并且所保留的阵元个数与阵元位置有关。保留的阵元个数越多, 相应的位置组合就越多, $P_{\text{MUSIC}}(\theta)$ 的解空间范围越大。但是随着阵元个数的增加, 计算量和设备量增加, 而可靠性下降, 并且估计误差因素随之增多。因此, 我们所寻找的是在满足估计精度的条件下, 利用最少的阵元、设置在最佳的位置来改善方位估计。遗传算法是一类借鉴生物界自然选择和自然遗传机制的随机化搜索算法, 基本思想是模拟自然界遗传机制和生物进化论而形成的一种搜索最优解的算法^[10]。但是基本遗传算法容易过早收敛, 陷入局部极值。考虑到基本遗传算法的不足, 我们在基本遗传算法中的选择策略中引入 Boltzmann 生存机制, 即引入时变选择——整体退火选择, 利用整体退火遗传算法对阵列进行优化。

3.2 整体退火遗传操作设置

编码: 在对阵列优化中, 待优化的参数是天线阵列阵元的位置和阵元个数, 而遗传算子操作的是二进制的基因串。因此必须将阵元的位置和个数转化为合适的基因串。

从图1可以看出, 优化后阵列就是将原来阵列去掉某些阵元构成的。首先假设阵列为均匀线阵, 阵元之间距离均为半个波长。如果某个位置上的阵元存在, 则对应的二进制代码为 1, 如果阵元不存在, 则对应的二进制代码为 0。这样就可以将天线阵列转化为一个二进制的基因串, 并且这种对

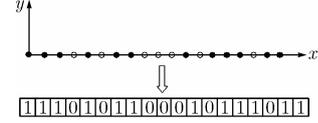


图1 天线阵列的编码

应是唯一的。当给定一个天线阵列后, 可以写出唯一的一个基因串与之对应。同样地, 由基因串也只能得到唯一的阵列形状。为了保证阵列孔径在优化过程中不变, 阵列两端的阵元对应的二进制码总是为 1。

初始化: 与一般优化问题不同的是, 产生初始群体过程中, 存在一个阵元去除概率, 即初始群体中有多少阵元被去除。如果这个概率太大, 初始群体中被去除的阵元过多, 那么也就失去了优化的意义。由于初始群体是随机产生的, 并且采用的编码方式是二进制编码, 因此阵元被去除的概率为 0.5。显然这个概率过大, 必须对其加以控制。采用的方法是在 0 和 1 之间产生均匀分布的随机数, 当随机数大于 0.2, 我们就认为该位置对应的阵元存在, 即阵元去除概率为 0.2。

适应度函数: 适应度函数的设计是遗传算法优化中的一个十分关键的问题。适应度函数设计的好坏直接关系到收敛速度和准确度。除了将式(6)作为适应度函数来优化阵列外, 还应该把阵列的阵元个数作为一个适应度函数, 即采用两个适应度函数。

$$F_1 = \frac{1}{\|\mathbf{E}_N^H \mathbf{a}(\theta)\|^2} \quad (7)$$

$$F_2 = N - t \quad (8)$$

这里 t 代表优化后阵列阵元的个数, 第 2 个适应度函数 F_2 表示阵列去除阵元的个数。在满足估计精度的条件下, 阵列阵元个数越少越好。 F_2 目的就是为了使优化后阵列中含有最少的阵元。在遗传操作过程中, F_1 和 F_2 的取值可能相差很大。在这种情况下某一个适应度函数将不再发挥作用, 因此有必要对两个适应度函数进行处理。处理后的适应度函数为

$$F'_1 = \frac{1}{\|\mathbf{E}_N^H \mathbf{a}(\theta)\|^2 + 1} \quad (9)$$

$$F'_2 = \frac{N - t}{N - t + 1} \quad (10)$$

此时 $0 < F'_1 < 1$, $0 < F'_2 < 1$, F'_1 和 F'_2 具有可比性。

$$F = \alpha F'_1 + \beta F'_2 \quad (11)$$

其中 α , β 是 F'_1 和 F'_2 的权重。通过 α 和 β 可以选择优化阵列的主要途径, 即优化阵元位置为主还是以减少阵元个数为主, 或者两者并重。

在选择过程中, 选择策略为设新产生的适应度为 F , 变动的阈值为 \bar{F} , 当 $F > \bar{F}$ 时, 接受新个体, 否则以一定的概率接受新个体 $P = \exp((F - \bar{F})/T)$, 其中 T 为热力学温度。文献[9]已经证明, 引入 Boltzmann 生存机制的遗传算法与基本遗传算法是截然不同的, 整体退火遗传算法总是整体收敛的, 能够保证群体中的任意一个个体以概率 1 收敛到全局的最优解。

在交叉过程中，由于每个个体中阵列两端对应的二进制代码均为 1，所以即使选中第一个位置或者最后一个位置进行交叉，也不会影响阵列孔径，即交叉后相应的二进制代码仍然为 1。

变异的方法是当遗传代数过半，改变遗传概率，而之前变异概率不发生改变。改变的变异概率为

$$P_m = p_m^{-n/b} \tag{12}$$

式(12)中 p_m 为初始变异概率， n 为遗传代数， b 为变异控制常数。为了保证阵列孔径不发生变化，在变异后比较简单的处理方法是，如果变异位随机选在基因串的第一个位置或者最后一个位置，相应地把变异位置改为相邻的位置。

文献[3]所采用的阵元位置直接二进制编码方法编码过程比较简单，但是在交叉和变异后，可能会出现两个阵元或几个阵元在同一个位置的情况下。因为是对固定阵元个数进行优化，所以阵元不能处于相同的位置。所以在每次遗传操作后检查新的阵元位置是否与原有位置中的其它阵元位置相同，若相同则新的阵元位置加一。直到无相同阵元位置为止。显然这种方法比较繁琐，而本文所采用的编码方法不会出现阵元位置重合的情况，而且优化的阵元个数可以改变，解空间范围更广，灵活性更大。

4 计算机仿真

实验 1 假设一个信号源从远区场入射到均匀线阵上，阵元数 $N = 19$ ，阵元间距 $d = 0.5\lambda$ 。信号源入射角 $\theta = 30^\circ$ ，快拍数 $k = 1024$ ，信噪比 $SNR = 10\text{dB}$ 。群体规模 100，遗传代数 50，交叉概率 0.9，初始变异概率 0.1，变异控制常数 $b = 2$ 。适应度函数权重 $\alpha = \beta = 0.5$ 。退火温度 $T_k = \ln(k / T_0 + 1)$ ， $T_0 = 300$ ， k 为遗传代数。遗传优化后的阵列如图 2 所示。

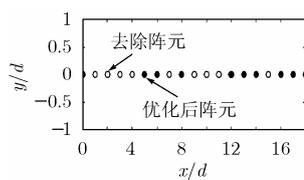


图 2 遗传优化后阵列

从图 2 中可以看到，优化后阵列变为非均匀线阵，阵元个数减少为 10，优化后计算量和设备量减少，而可靠性增强。检验优化后阵列方位估计能力，假设两个互不相关信号入射到阵列上，信噪比 $SNR = 0\text{dB}$ ，快拍次数 $k = 500$ 。入射角 θ 分别为 30° 和 32° 的空间谱如图 3， θ 分别为 60° 和 65° 的空间谱如图 4。

从图 3，图 4 的仿真结果可知，在低信噪比、快拍数较少的条件下，优化后阵列可以分辨间隔较小的信号。在信号间隔较大情况下，优化后阵列估计出的信号方位更加准确。从仿真结果来看，由于阵列阵元个数较少，底部虽有起伏，但是起伏不大，不影响判别目标。

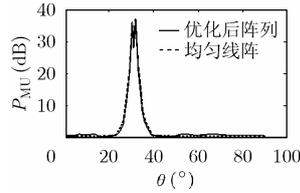


图 3 优化后阵列空间谱与均匀线阵空间谱

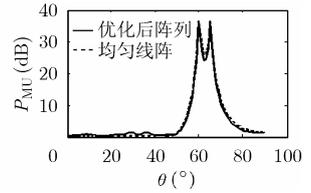


图 4 优化后阵列空间谱与均匀线阵空间谱

除了遗传代数作为终止条件外，还可以把估计精度作为遗传终止条件。利用每一次遗传操作后的阵列对一个 DOA 未知的信号进行方位估计。估计出的信号方位与真实方位相比较，如果满足估计精度，则终止遗传，否则继续优化阵列直到满足终止条件。

实验 2 初始群体规模 10，估计精度为 0.001° ，估计精度作为遗传终止条件，其他条件同实验 1。优化得到的阵列和适应度函数曲线如图 5，图 6 所示。

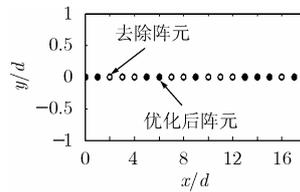


图 5 遗传优化后阵列

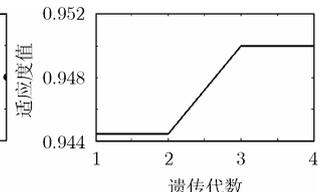


图 6 适应度函数曲线

从图 6 中可以看到，满足估计精度的条件下，优化了 4 代后遗传终止。此时两个互不相关信号入射到阵列上，信噪比 $SNR = 10\text{dB}$ ，快拍次数 $k = 500$ 。入射角 θ 分别为 20° 和 25° 。优化阵列方位估计如图 7 所示。

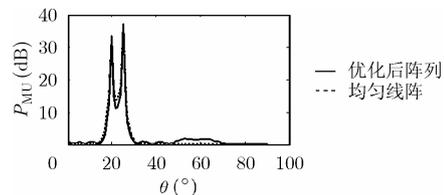


图 7 优化后阵列空间谱和均匀线阵空间谱

考查算法的收敛性和适应度函数选取的正确性，进行 100 次 Monte-Carlo 实验，实验结果如图 8 所示。图 8(a) 表示满足估计精度时遗传优化代数。8(b) 表示优化后阵列阵元个数。8(c) 表示适应度函数取值。通过对得到的结果进行分析可以得出，一般遗传优化 7 代到 20 代左右。当初始个体适应度较高时，遗传 1 代就可以满足估计精度要求。在恶劣情况下，优化 37 代左右可以满足要求。而优化后的阵元个数一般在 7~15 之间，少于初始均匀线阵的 19 个阵元，达到了减少阵元个数的目的。适应度函数取值分布在 0.9~0.97 之间，说明了算法的收敛性，同时也反映了适应度函数选取的正确性。

以上的讨论都是针对线阵的。对二维面阵进行优化时的编码可以按照一定比例将面阵剖分，在交点处设置阵元，并与二进制码一一对应。同时保留 4 个顶点的阵元。这样就可以将天线的形状转化为一个二进制的基因矩阵。将这个矩阵

按照行的顺序连成一串, 就得到了一个基因串。这样就将天线阵列的形状转化为对应的基因串, 如图 9 所示。优化过程同一维线阵。

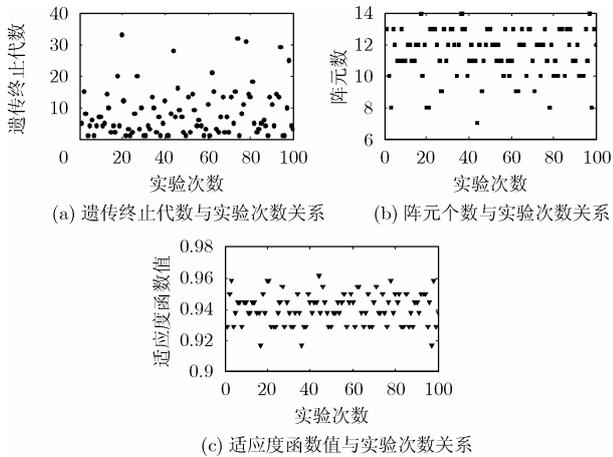


图 8 Monte-Carlo 仿真实验

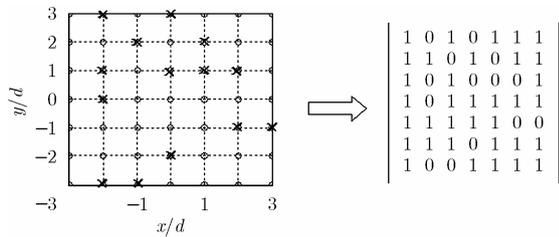


图 9 面阵的编码

5 结束语

本文采用二进制编码方法对阵元位置进行编码, 通过遗传优化阵列改善方位估计。优化后的阵列利用较少的阵元实现了较好的方位估计, 使每个阵元得到了充分利用。与现有的优化方法相比, 本文方法具有以下特点。(1)将整体退火遗传算法应用于阵列优化中, 比基本遗传算法有快得多的收敛速度及更强的逃脱局部极值和避免过早收敛的全局优化能力。(2)引入了一种新的二进制编码方法。这种编码方法基因串中每个染色体不仅对应阵元位置, 还代表了阵元是否存在, 因此包含了更多的阵元信息。(3)将阵元个数作为适应度函数的一部分。在优化过程中不仅仅优化阵元位置, 还对阵元个数进行优化。优化后的阵列含有较少的阵元, 减少信号处理量的同时, 简化了设备, 使造成估计误差的因素减少。

另外可以设置适应度函数权重改变适应度函数优化的主要对象, 具有更大的灵活性。(4)除了用遗传代数作为遗传终止条件外, 提出估计精度作为遗传终止条件, 可以更好地控制遗传优化过程。并且可以把估计精度和阵元个数共同作为遗传终止条件。(5)Monte-Carlo 仿真实验说明, 采用估计精度作为遗传终止条件的算法收敛概率为 100%, 一般在优化 15 代左右就可满足条件。也说明了适应度函数选取的正确性。(6)提出的编码方法和优化方法同样适用于面阵。

参考文献

- [1] 刘若伦, 王树勋. 二维 DOA 估计的高分辨阵列. 吉林工业大学学报, 2000, 30(1): 90-94.
- [2] 陈辉, 王永良, 万山虎. 利用阵列几何设置改善方位估计. 电子学报, 1999, 27(9): 97-99.
- [3] 张子敬, 赵永波, 焦李成. 阵列天线的遗传优化. 电子科学学刊, 2000, 22(1): 174-176.
- [4] 王玲玲, 方大纲. 运用遗传算法综合稀疏阵列. 电子学报, 2003, 31(12): 2135-2138.
- [5] 李峰. 遗传算法在阵列天线方向图综合中的应用. 电讯技术, 2002, 42(2): 61-64.
- [6] Arora R K and Krishnamacharyulu N C. Synthesis of unequally spaced arrays using dynamic programming. *IEEE Trans. on Antennas Propagation*, 1968, AP-16(7): 593-595.
- [7] Murino V, Trucco A, and Regazzoni C S. Synthesis of ullequally spaced arrays by simulated annealing. *IEEE Trans. on Signal Processing*, 1996, SP-44(1): 119-123.
- [8] 王雪梅, 王义和. 模拟退火算法与遗传算法的结合. 计算机学报, 1997, 20(4): 381-384.
- [9] 张讲社, 徐宗本, 梁怡. 整体退火遗传算法及其收敛充要条件. 中国科学(E 辑), 1997, 27(2): 154-164.
- [10] 周明, 孙树栋. 遗传算法原理及应用. 北京: 国防工业出版社, 1999: 4-11.

于 斌: 男, 1980 年生, 博士生, 研究方向为自适应天线和阵列信号处理。
 黄赅东: 男, 1978 年生, 助理工程师, 研究方向为计算机网络安全。