

一种基于递归 MSK 的 LDPC 码设计准则

黄建忠 寇倩 童胜 王新梅

(西安电子科技大学 ISN 国家重点实验室 西安 710071)

摘要: 本文首先给出了基于 MSK 的 LDPC 码串行级联系统的模型, 叙述了 MSK 的两种实现结构, 分析了基于递归连续相位编码器(RCPE)MSK 中的错误相关性和级联 Tanner 图中的环特性; 最后, 提出了一种 LDPC 码设计准则, 在该准则下, 基于递归 MSK 的 LDPC 码串行级联系统可以不采用交织器。仿真性能表明这种设计准则可以减小递归 MSK 中的错误相关性对性能的影响。

关键词: 低密度奇偶校验码; 最小频移键控; 错误相关性; Tanner 图

中图分类号: TN911.22

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2007)05-1119-05

A New Design Rule of LDPC Codes for Recursive MSK

Huang Jian-zhong Kou Qian Tong Sheng Wang Xin-mei

(National Key Lab of Integrated Service Networks, Xidian University, Xi'an 710071, China)

Abstract: This paper investigates a serial concatenation of Low-Density Parity-Check (LDPC) codes with Minimum Shift Keying (MSK) when the receiver employs iterative decoding and demodulation. First, the RCPE and NRCPE modes of the MSK modulator are described, then the error correlation in the Recursive CPE (RCPE) MSK demodulator and the overall loop in the joint Tanner graph are analyzed. Finally a new design rule is developed which allows the serially concatenated system not to employ interleavers. Simulation results show that the proposed design rule reduces the impact of the error correlation in a simple and effective way.

Key words: Low-Density Parity-Check (LDPC); Minimum Shift Keying (MSK); Error correlation; Tanner graph

1 引言

最小频移键控(MSK)由于具有良好的频谱特性和可以使非线性放大器工作在饱和状态的特性, 在无线信道中有广泛的应用^[1]。MSK调制器可以分解成一个码率为1/2的二进制连续相位编码器(CPE)和一个无记忆映射器(MM)^[2]。因此, MSK本身可以看成是一种编码调制方案。MSK调制器中的CPE可以有两种实现结构, 一种是递归形式的(RCPE), 另一种是非递归形式(NRCPE)。由于MSK调制器可以看成是串行级联系统中的内码, 因而提出了多种网格码和LDPC码作为外码, 与MSK调制构成串行级联系统^[3-5]。这些系统的主要目的是利用连续相位调制中固有的记忆特性来提高系统的整体性能。

由于MSK调制器中具有一个CPE, MSK解调器可以利用BCJR算法输出软信息。因此, 在很多的级联系统中, 在外码与MSK之间会引入一个交织器来获得交织增益^[3,5,6]。由于LDPC具有随机编码特性, 当外码是LDPC码的时候, 该串行级联系统可以不使用交织器。但是, 当MSK调制中CPE是递归形式时, LDPC码的校验矩阵必须满足一定的准

则。

该文首先给出了基于MSK的LDPC码串行级联系统的模型, 叙述了MSK的两种实现结构, 分析了RCPE MSK中的错误相关性和级联Tanner图中的环特性; 最后, 提出了一种基于递归MSK的LDPC码设计准则。仿真性能表明按照该准则设计可以减少递归MSK中的错误相关性对LDPC码的影响。

2 串行级联系统模型

图1描述了一种采用迭代解调和迭代译码的串行级联系统。每一时刻, K 比特信息送到码率为 K/N 的LDPC码编码器, 输出序列为 $\mathbf{X} = (x_1, x_2, \dots, x_N)$ 。LDPC码可以用变量节点度序列 $\lambda(x) = \sum_{i=2}^{d_v-1} \lambda_i x^{i-1}$ 和校验节点度序列 $\rho(x) =$

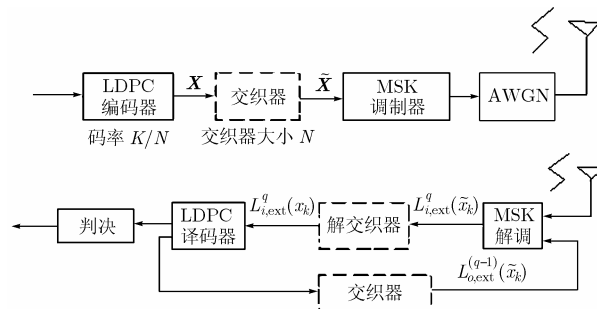


图1 基于MSK调制的LDPC码串行级联系统框图

$\sum_{i=2}^{d_c-1} \rho_i x^{i-1}$ 来定义, d_v 和 d_c 分别是变量节点和校验节点最大度数。信息序列经过LDPC码编码器编码之后, 经过一个交织器, 交织序列 $\tilde{\mathbf{X}} = (\tilde{x}_1, \tilde{x}_2, \dots, \tilde{x}_N)$ 送到MSK调制器调制。

MSK调制器可以分解成一个码率为1/2的卷积码和无记忆映射器(MM), 但是MSK的分解形式并不是唯一的^[3,4]。图2和图3分别给出了两种MSK实现方式, 一种是递归形式(RCPE), 一种是非递归的(NRCPE)。CPE的输入是二进制数据, 输出是 (a, b) , $a, b \in \{0, 1\}$ 。Mapper 1和Mapper 2的映射规则参见文献[4]。

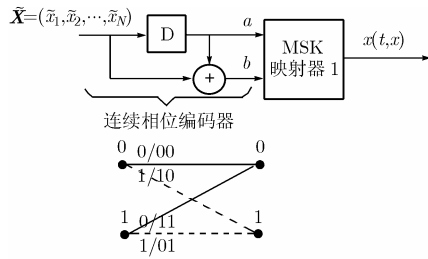


图2 非递归MSK实现框图及网格图

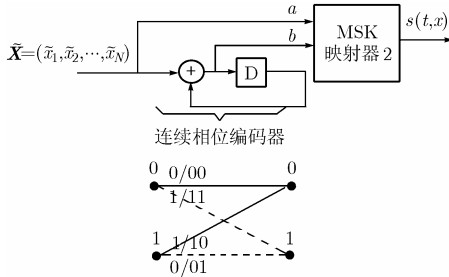


图3 递归MSK实现框图及网格图

在高斯信道下, 接收信号可以表示成 $\gamma = (r_1, r_2, \dots, r_{N+1})$, 其中 $r_k = (r_{k,1}, r_{k,2}) = s_k + n_k$, n_k 是均值为0, 每维方差为 $N_0/2$ 的加性高斯白噪声。假设联合迭代的最大迭代次数为 Q 次, 在每次联合迭代过程中, LDPC的迭代译码次数为 P 次。因此, LDPC的迭代可以用 (q, p) 来表示。在接收端, 整个信息传递过程可以分为两部分。

(1) 在 q th 联合迭代期间 MSK解调器用信道接收值 $\gamma = (r_1, r_2, \dots, r_{N+1})$ 和外信息 $L_{0,ext}^{(q-1)}(\tilde{\mathbf{X}})$ 计算出交织序列 $\tilde{\mathbf{X}} = (\tilde{x}_1, \tilde{x}_2, \dots, \tilde{x}_N)$ 中每个比特的似然比值, 然后经过解交织送给LDPC码译码器。

(2) LDPC码译码器根据“信道接收信号”, 即MSK解调器解调出来的软信息来译码。LDPC码迭代 P 次之后输出外信息 $L_{0,ext}^{(q-1)}(\mathbf{X})$, 经过交织之后得到交织后的外信息 $L_{0,ext}^{(q-1)}(\tilde{\mathbf{X}})$, 送到MSK解调器中作为解调的先验信息。

迭代过程一直进行 Q 次后停止。当 $Q=1$ 时, 则该串行级联系统没有迭代解调。Narayanan等人^[3]指出, 在AWGN信道下, 如果采用NRCPE MSK方式, 系统不需要迭代解调。

3 RCPE MSK解调器中的错误相关性

这部分将分析RCPE MSK解调器中的错误相关性。作为对比, 还将分析NRCPE MSK的错误相关性。在大多数LDPC调制系统中, 一个典型的假设是LDPC码看到的“信道”是一个独立的信道。但是, 这个假设在RCPE MSK系统是不成立的。因为RCPE MSK解调器输出的外信息具有一定的相关性。当系统中没有交织器且LDPC码的码结构不满足特定准则的时候, 这种相关性就会降低整个串行系统的性能。

假设根据MSK解调器输出的外信息直接做判决, 判决序列为 $\tilde{\mathbf{X}}' = (\tilde{x}'_1, \tilde{x}'_2, \dots, \tilde{x}'_N)$ 。如果连续两个比特 $(\tilde{x}'_i, \tilde{x}'_{i+1})$ 同时错误, 而比特 \tilde{x}'_{i-1} 和比特 \tilde{x}'_{i+2} 是正确的, 本文定义这种错误模式为2个连续错误。类似地, 可以定义出单个错误、3个错误、4个错误等等。

首先给出 NRCPE MSK 的错误相关性。如图 2 所示, NRCPE 模式的 MSK 实际上可以看成是一个重复码, 当传输信道是 AWGN 信道时, BER 实际上是与交织序列 $\tilde{\mathbf{X}} = (\tilde{x}_1, \tilde{x}_2, \dots, \tilde{x}_N)$ 直接用 BPSK 调制的性能是一致的。显然, 当 NRCPE MSK 作为系统的内码时, LDPC 码看到的等效信道是一个无记忆信道。表 1 统计出了各种信噪比下, NRCPE MSK 解调器的判决序列中的错误模式, 单个错误模式占了绝大多数的错误。仿真条件为 20000 帧, 帧长 1000, AWGN 信道。

由于RCPE MSK调制具有记忆性, 从卷积码的角度来看, 当前比特的的外信息是与它前后比特的的外信息相关的, 这种相关性会导致错误的相关性。在LDPC码调制系统中, 由于LDPC结构本身具有交织特性, 系统中不会存在交织器。因而当LDPC的码结构不满足特定的设计准则时, 这种错误相关性会大大降低系统的BER性能。

表2表明RCPE MSK解调器的错误模式和NRCPE MSK解调器的错误模式是完全不同的。在RCPE MSK解调器中, 2个连续错误和4个连续错误是主要的错误模式。因此, LDPC码看到的“虚信道”是带有记忆的信道(如图4)。在一个LDPC码级联RCPE MSK系统中, LDPC码的校验矩阵必须考虑这种由于解调器(内码)引入的错误相关性。由于LDPC码本身具有随机的特性, 在大多数LDPC码调制系统中, 往往不引入交织器。当然, 在调制器与LDPC之间加入一个交织器(见图5), 可以用来消除这种错误的相关性, 但是, 我们并不希望在MSK系统中引入一个“多余”的交织器。在下一节中, 本文将给出一种新的LDPC码设计准则来消除这种错误相关性对系统性能的影响。

表1 NRCPE MSK解调器之后判决的错误模式(表中0*表示在当前仿真条件下没有出现这种错误模式)

E_b/N_0	1	1.5	2	2.5	3	3.5
独立错误	0.898892	0.906439	0.916768	0.944801	0.952957	0.957432
2个连续错误	0.090718	0.087388	0.079959	0.053660	0.042678	0.042568
3个连续错误	0.009789	0.005461	0.003273	0.001538	0.004366	0*
4个连续错误	0.000600	0.000712	0*	0*	0*	0*
5个连续错误	0*	0*	0*	0*	0*	0*
6个连续错误	0*	0*	0*	0*	0*	0*

表2 RCPE MSK解调器之后判决的错误模式(表中0*表示在当前仿真条件下没有出现这种错误模式)

E_b/N_0	1	1.5	2	2.5	3	3.5
独立错误	0.0541338	0.0461339	0.031153	0.029795	0.0275115	0.019394
2个连续错误	0.843236	0.867352	0.90319	0.915797	0.917376	0.946134
3个连续错误	0.0083746	0.0061087	0.003724	0.005268	0.0017379	0.00125
4个连续错误	0.0882037	0.0706217	0.054927	0.04562	0.0533745	0.033222
5个连续错误	0.00038830	0.00092428	0*	0*	0*	0*
6个连续错误	0.00558559	0.00885956	0.006779	0.003519	0*	0*

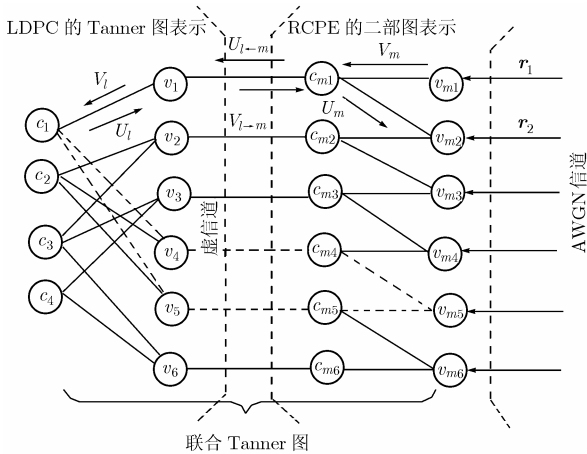


图4 递归MSK和LDPC联合Tanner图(没有交织器)

4 递归MSK串行级联系统中LDPC码的设计准则

当要设计最佳的LDPC码和MSK组成串行级联系统时，如果MSK采用的是递归形式，那么必须要考虑上文中提到的RCPE MSK解调器的错误相关性。我们首先给出递归MSK和LDPC码的联合Tanner图，以图的形式来说明。

递归MSK中的CPE可以表示成类似LDPC码图结构的一个二部图。因此，整个LDPC串行级联MSK系统可以表示成一个联合Tanner图(如图4)。

首先，考虑系统中没有交织器的情况。从RCPE MSK解调器送到LDPC码译码器的外信息不再是无记忆的。根据上文中表2，可以看出LDPC码看到的“虚信道”是一个带有记忆的信道。其次，考虑联合Tanner图。系统的联合Tanner

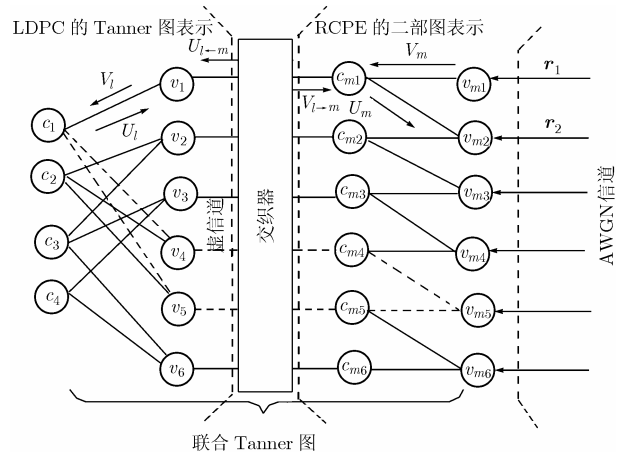


图5 递归MSK和LDPC联合Tanner图(有交织器)

图可以分成两部分：一部分是LDPC码的Tanner图本身，另一部分是RCPE MSK的二部图。由于RCPE MSK的二部图的特殊结构，图中不存在环。但是，即使LDPC码的环可以构造的足够大，联合Tanner图中总的环长却是由LDPC码的Tanner图和RCPE MSK的二部图之间的连接结构决定的。比如图4中虚线所示 $c_1 \rightarrow v_4 \rightarrow c_{m4} \rightarrow v_{m5} \rightarrow c_{m5} \rightarrow v_5 \rightarrow c_1$ ，构成一个6环。

对于RCPE MSK调制来说，最佳LDPC码的变量节点的度序列中允许重量为1和重量为2的节点存在^[3]。从图4中可以看出，即使LDPC码中的变量节点的度数为1，作为外码的LDPC码依然可以从解调器中获得软信息。对于码率为1/2的LDPC码，度数为1和2的变量节点的比率可以超过1/2，这就允许LDPC码的编码可以快速实现。显然，最直接的校验矩阵结构就是如图6所示的系统RA码结构^[7]。但

是, 当LDPC码的结构是RA结构时, 联合Tanner图中的环长是6, 并且同一个校验方程约束的变量节点的外信息是强相关的。比如在构造的矩阵中的一个校验方程 $v_4 + v_5 + v_{507} + v_{617} = 0$, 从RCPE MSK解调器传递到变量节点 v_4 和 v_5 的外信息是相关的, 这种相关性会大大降低系统的性能。

4.1 交织结构

为了减少串行级联MSK系统中的这种错误相关性, 可以引入交织器, 如图5所示。由于有交织器的存在, LDPC码译码器看到的“虚信道”是独立不相关的, 联合Tanner图中总的环长不再由LDPC码的Tanner图和RCPE的二部图之间的连接结构决定, 而由LDPC码本身的环长决定。引入交织器最大的好处就是使送到LDPC码译码器的外信息独立不相关, LDPC码译码不会受到外信息的错误相关性影响。设计合理的交织器的引入, 可以消除RCPE MSK解调器中的错误相关性。

4.2 M_RA结构

减小RCPE MSK解调器中的错误相关性的另一种方法是改变LDPC码校验矩阵的结构。本文首先定义校验矩阵中任一校验方程 $V_{i1} + V_{i2} + \dots + V_{i|E_c(k)|} = 0$ 中变量节点的距离为 $\min |i_j - i_k|$, 其中 $j, k \in (1, 2, \dots, E_c(k))$, $E_c(k)$ 是连接到第 k 个校验节点的所有变量节点的集合。显然, RA形式(如图6所示)校验矩阵中变量节点的距离是1。我们可以将校验矩阵中每个校验方程的变量节点之间的距离大于某个值 d (d 值越大, 这种错误相关性带来的影响就会越小), 那么这种错误的相关性就可以减小。本文将这种结构的矩阵称为修正的RA结构(M_RA)。如表2中所示, 2个连续错误和4个连续错误在RCPE MSK解调器中是主要的错误模式, 在本文的仿真中, 没有出现7个以上连续错误。根据卷积码的理论, 卷积码存在一个收敛长度 L_{con} [8](一般为卷积码约束长度的5~8倍, d 值可以参照约束长度来选取), 认为当前比特 i 和 $i + L_{\text{con}}$ 的信息是不相关的。因此, 可以通过拉大校验方程中变量节点的距离来减少RCPE MSK解调器带来的错误相关性。图7给出了一个M_RA结构的矩阵。在M_RA结构中, 校验位对应的前半部分矩阵的每一列对应

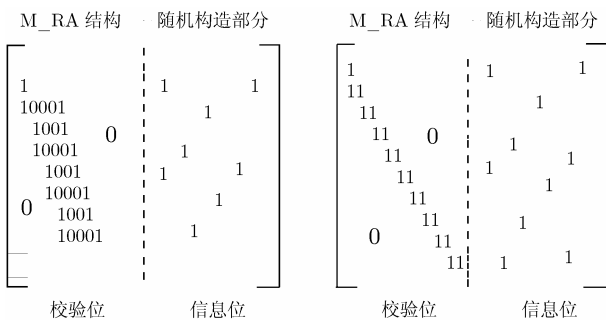


图6 RA结构的LDPC码校验矩阵

图7 M_RA结构的LDPC码校验矩阵

的变量节点的度数为2。虽然该结构没有能保持下三角形的结构, 但是它保留了RA结构快速编码的特点。以图7所示的矩阵为例, 信息序列已知之后, 依次可以得到第1, 5, 2, 6, 3, 7, 4, 8位的校验位。

5 仿真结果

本文中的仿真结果都是基于码率1/2, AWGN信道。这里给出了RA形式和M_RA形式下交织和非交织的性能, 随机构造部分的变量节点的度数为3, 交织器采用3GPP²的交织器。

图8给出了RA形式下交织和不交织的性能。从图中可以看出, 由于有交织器的存在, RCPE MSK解调器中的错误相关性可以大大减小, 有近0.5dB的性能增益。图9给出了变量节点距离为3和11的M_RA形式(不交织)和RA形式(交织)的性能仿真。由于M_RA形式的校验矩阵考虑了RCPE MSK解调器中的错误相关性, 与相同码长的RA形式矩阵相比, 性能有很大的提高。在低信噪比下, 性能甚至还比带交织器的RA形式要好, 但是由于这种结构的特殊性, 会在1e-7地方出现“错误平层”。

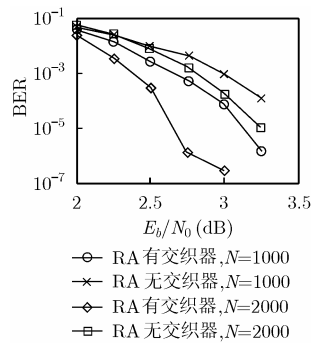


图8 LDPC码校验矩阵为RA结构的性能仿真, $Q=50, P=2$

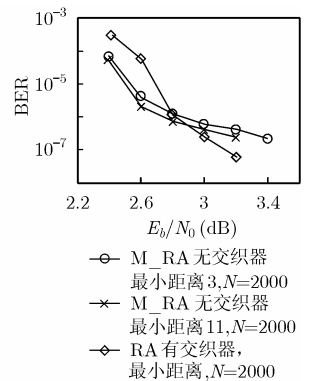


图9 LDPC码校验矩阵M_RA结构的性能仿真, $Q=50, P=2$

RA结构编码本身具有较高的错误平层, 但是由于它具有快速编码结构, 因而受到了广泛的研究。M_RA结构与RA结构一样, 也具有错误平层存在, 这是由于它们特殊的校验矩阵结构造成的, 但是不同的是: RA结构的LDPC码与RCPE MSK级联的时候, LDPC码会受到RCPE MSK错误相关性的影响; 而M_RA结构的LDPC码由于内部结构的变化, 可以消除RCPE MSK错误相关性的影响。因此, 我们在设计递归MSK串行级联系统的外码LDPC时, 要考虑RCPE MSK引入的错误相关性, M_RA结构可以较好地解决快速编码和RCPE MSK引入错误相关性的矛盾。

6 结论

本文提出了RCPE MSK串行级联系统中LDPC码的一种新的设计准则, 对RCPE MSK解调器中的错误相关性做了仿真分析, 指出递归MSK解调器中存在错误相关性, 并

且提出了联合Tanner图中总环的概念。当LDPC码为RA形式时,由于RCPE MSK解调器的错误相关性,会对串行级联系统的性能有很大的影响。一种解决办法是在系统中引入一个交织器,交织器的引入可以使RCPE MSK解调器带来的外信息的相关性不会影响LDPC码,外码LDPC码看到的是一个无记忆的信道。但是由于LDPC码本身具有随机交织的特性,我们并不希望系统中多了这样一个“多余”的交织器。另一种解决办法是使校验矩阵中校验方程的变量节点的距离大于某一个特定值 d , d 值的选取可以是连续相位编码器CPE约束长度的5~8倍。仿真结果表明,这是一种简单有效的方案。RA结构具有快速编码,但是它具有较高的“错误平层”。本文提出的M_RA在消除递归MSK引入的错误相关性的同时,还保留了RA码快速编码的特点。因而,在设计RCPE MSK串行级联系统中的LDPC码时,应该考虑RCPE MSK引入的错误相关性,使LDPC的校验矩阵中每一个校验方程约束的变量节点之间的距离大于某一个值 d , d 一般是CPE约束长度的5~8倍。在下一步研究中,我们将在考虑RCPE MSK错误相关性的基础上,运用密度进化理论来设计出更好的LDPC码序列或者设计更好的校验矩阵结构^[9]来降低系统的“错误平层”。

参 考 文 献

- [1] Anderson J B, Aulin T, and Sundberg C E. Digital Phase Modulation. New York: Plenum, 1986, Chap.2
- [2] Rimoldi B. A decomposition approach to CPM. *IEEE Trans. on Info. Theory*, 1988, 34: 260–270.
- [3] Narayanan K R, Altunbas I, and Narayanaswami R S. Design of serial concatenated MSK schemes based on density evolution. *IEEE Trans. on Commun.*, 2003, 51: 1283–1295.
- [4] Szego V and Pasupathy P. Iterative decoding of serially concatenated convolutional codes and MSK. *IEEE Commun. Lett.*, 1999, 3: 272–274.
- [5] Shane M R and Wesel R D. Parallel concatenated turbo codes for continuous phase modulation. in Proc. WCNC, Chicago, Sept.2000: 147–152.
- [6] Brutel C and Boutros J. Serial concatenation of interleaved convolutional codes and M-ary continuous phase modulations. *Ann.Telecom.*, 1999, 54: 235–242.
- [7] Divsalar D, Jin H and McEliecd R J. Coding theorems for 'turbolike' codes. Annu.Allerton Conf. Commu, Control, Computing, Monticello, IL, Sept. 1998: 201–210.
- [8] Pietrobon S S. Implementation and performance of a turbo/MAP decoder. *Int.J. Satell. Comm*, 1998, 16: 23–46.
- [9] Brink S ten. Convergence of iterative decoding. *Electron. Lett.*, 1999, 35: 806–808.

黄建忠: 男, 1982年生, 硕士生, 研究方向为基于连续相位调制的串行级联系统、嵌入式系统开发。

寇倩: 女, 1982年生, 硕士生, 研究方向为多进制LDPC码、连续相位调制技术。

王新梅: 男, 1937年生, 博士生导师, 中国电子学会和中国通信学会会士, 研究方向为纠错码、移动通信中的关键技术、信息理论、通往网的安全与保密。