

分布式小卫星 SAR 轨道设计及其模糊函数分析

左艳军^{①②} 杨汝良^①

^①(中国科学院电子学研究所 北京 100080)

^②(中国科学院研究生院 北京 100039)

摘要: 基于卫星轨道根数推导了分布式SAR卫星的轨道要素计算公式。建立了分布式SAR卫星的成像空间几何模型,分析了分布式小卫星SAR的模糊函数。针对具体的编队卫星进行了轨道参数设计,给出了轨道设计的结果。在此基础上仿真了不同编队构形、不同卫星数目情况下系统的空间模糊函数,研究了小卫星编队构形、数目和模糊函数的关系,为后续的成像算法研究奠定了一定的理论基础。

关键词: 分布式小卫星; 轨道根数; 编队飞行; 轨道设计; 模糊函数

中图分类号: TN959.74

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2007)04-0851-04

Distributed Micro-satellites SAR Orbit Design and Ambiguity Function Analysis

Zuo Yan-jun^{①②} Yang Ru-liang^②

^①(Institute of Electronics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100080, China)

^②(Graduate School of the Chinese Academy of Sciences, Beijing 100039, China)

Abstract: sing on satellite trajectories, the formula of formation flying orbit elements is derived. The imaging geometric model of distributed satellites SAR is presented and the ambiguity function of distributed satellites SAR is analyzed. Moreover, a design example of the space circular formation flying is given. According to the design result, the ambiguity function simulations of distributed satellites SAR with different formation configurations and different satellites are developed. The relation between satellites formation configurations, number and ambiguity function is studied, and it is theory basis of following imaging algorithm research.

Key words: stributed micro satellites; Trajectories; Formation flying; Orbit design; Ambiguity function

1 引言

分布式卫星是在绕飞轨道(flying around orbit)上进行近距离编队飞行的卫星群(satellite cluster)^[1,2]。分布式SAR(合成孔径雷达)小卫星利用多颗编队飞行小卫星之间的协同工作,能够有效地解决传统SAR工作体制中高空间分辨率同宽测绘带之间的矛盾,并且具有三维高程干涉测量和地面慢动目标检测的功能,极大地拓展了SAR卫星系统的总体性能和应用领域。分布式星载SAR作为一种未来战场监视、侦察和信息收集的重要手段,已成为 21 世纪空间技术领域研究的热点课题。

编队轨道设计是分布式小卫星 SAR 系统设计与信号处理研究的基础。本论文基于卫星轨道方程推导了满足编队飞行轨道要素的近似解析解;然后给出了分布式 SAR 卫星编队轨道要素的计算公式。分析了分布式小卫星 SAR 模糊函数。针对两个具体的分布式小卫星 SAR 进行了轨道设计,分析了其空间模糊特性,分别给出了仿真结果。根据仿真结果最后得出几个具体的结论。

2 分布式小卫星飞行轨道分析

2.1 坐标系与矢量

(1) 赤道惯性坐标系 以地心为原点, X 轴指向春分点,

Z 轴指向北极, X-Y-Z 成右手螺旋关系;

(2) 相对运动坐标系 以参考卫星 S_0 为原点, x_0y_0 平面在中心卫星轨道平面内,相对坐标系的 y_0 轴指向为参考卫星飞行方向, x_0 轴指向背离地心, z_0 轴垂直于参考卫星轨道平面,构成右手螺旋关系,如图 1 所示。

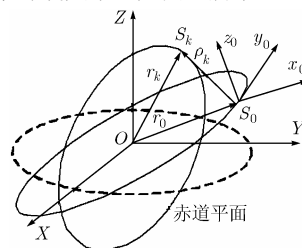


图 1 卫星编队飞行

2.2 用轨道根数表示飞行器运动的相对运动方程

理论上讲,分布式卫星可以根据需要设计任意形状的编队构形,但在实际中由于很多构形需要消耗大量燃料而很难实现。目前的文献大部分是基于Hill方程来研究编队轨道问题,但是这种方法需要知道伴随卫星在相对坐标系中的初始位置和速度,不能给出卫星轨道要素的解析解,因此不适用于分布式SAR卫星的轨道设计。本文直接利用轨道根数描述卫星编队飞行,得到了典型的分布式SAR小卫星编队构形的轨道要素计算公式。

虚拟参考卫星的轨道根数为 $(a, e, i, \omega, \Omega, t_{pk})$ ，卫星 S_k 的轨道根数为 $(a_k, e_k, i_k, \omega_k, \Omega_k, t_{pk})$ ，且 $a_k = a$ ， $i_k = i + \Delta i_k$ ， $\omega_k = \varphi_k + \Delta \omega_k$ ， $\Omega_k = \Omega + \Delta \Omega_k$ ， φ_k 为 S_k 在卫星编队构形中的初始相角，且 $\varphi_k = \omega_s t_{pk}$ 。其中 t_{pk} 为卫星 S_k 过近地点时刻， ω_s 为编队卫星的平均角速度。

根据开普勒方程的展开式^[2]得到卫星 S_k 的真近点角 f_k 满足如下关系：

$$f_k(t) = M_k(t) + \sum_{n=1}^{\infty} g_n \sin[n \cdot M_k(t)] \quad (1)$$

式中 $f_k(t)$ 表示真近点角， $M_k(t)$ 表示平近点角。 g_n 表示傅里叶级数展开系数，其前 4 项系数分别为(忽略 e 的三次项以上)： $g_1 = 2e - \frac{1}{4}e^3$ ， $g_2 = \frac{5}{4}e^2$ ， $g_3 = \frac{13}{12}e^3$ ， $g_4 = \frac{103}{96}e^4$ 等等， e 为轨道偏心率。

令虚拟参考卫星的过近地点时刻 $t_p = 0$ ，近地点幅角 $\omega = 0$ ，升交点角距 $u(t) = \omega_s t$ ，则卫星 S_k 的升交点角距 $u_k(t) = f_k(t) + \omega_k = u(t) + \Delta u_k(t)$ ，其中

$$\Delta u_k(t) = \sum_{n=1}^{\infty} g_n \sin[nM_k(t)] + \Delta \omega_k \quad (2)$$

式中 $M_k(t) = \omega_s t - \varphi_k$ ， $\varphi_k = -M_{k0}$ 。 M_{k0} 表示起始时刻 $t_{pk} = 0$ 时的平近点角。

2.3 绕飞轨迹方程

在赤道惯性坐标系中，伴随卫星与参考卫星的位置矢量分别为^[5,6]

$$E_k = r_k \begin{bmatrix} \cos(\Omega_k) \cos(u_k) - \sin(\Omega_k) \sin(u_k) \cos(i_k) \\ \sin(\Omega_k) \cos(u_k) - \cos(\Omega_k) \sin(u_k) \cos(i_k) \\ \sin(u_k) \sin(i_k) \end{bmatrix}$$

$$E = r \begin{bmatrix} \cos(\Omega) \cos(u) - \sin(\Omega) \sin(u) \cos(i) \\ \sin(\Omega) \cos(u) - \cos(\Omega) \sin(u) \cos(i) \\ \sin(u) \sin(i) \end{bmatrix}$$

则伴随卫星与参考卫星的相对位置矢量 ρ_k 为

$$\rho_k = E_k - E \quad (3)$$

其中 $r(t) = \frac{a(1-e^2)}{1+e \cos[f(t)]}$ ， $r_k(t) = \frac{a(1-e_k^2)}{1+e_k \cos[f_k(t)]}$ 。

假设参考卫星运行轨道为圆形，即 $e = 0$ 。对于近距离编队飞行的分布式小卫星 SAR， Δi_k ， $\Delta \Omega_k$ ， Δu_k 均为小量。忽略式(3)中所有关于 $\Delta \Omega_k$ ， Δu_k 和 Δi_k 的高阶无穷小量，得到绕飞轨迹方程：

$$\left. \begin{aligned} x_k &= -\Delta e_k \cos(nt - nt_p) \\ y_k &= y_{k0} + A_k a \sin(nt - nt_p + \alpha_k) \\ z_k &= B_k \cos(nt - nt_p + \omega_k + \beta_k) \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

式中 x_k ， y_k 和 z_k 表示绕飞小卫星在相对坐标系中的位置坐标。其中

$$\left. \begin{aligned} y_{k0} &= a(\Delta \omega_k - nt_{pk} + \Delta \Omega_k \cos i) \\ A_k &= 2a\sqrt{e_0^2 + e_k^2 - 2e_0 e_k \cos(n\Delta t_{pk})} \\ B_k &= -a\sqrt{(\Delta \Omega_k \sin i)^2 + (\Delta i_k)^2} \\ \alpha_k &= \tan^{-1} \frac{e \sin(nt_p) - e_k \sin(nt_{pk})}{e_k \cos(nt_{pk}) - e \sin(nt_p)} \\ \beta_k &= \tan^{-1} \frac{\Delta i_k}{\Delta \Omega_k \sin i} \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

对于对地观测的卫星编队主要关心在相对坐标系中的 $y_0 z_0$ 平面内的几何关系，如图 2 所示。一般情况下主星与从星相对运动在 $y_0 z_0$ 平面内为一椭圆，其相对关系可以用图中的 5 个参数确定，并有如下关系：

$$\left. \begin{aligned} y_{k \max} &= A_k \\ z_{k \max} &= B_k \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

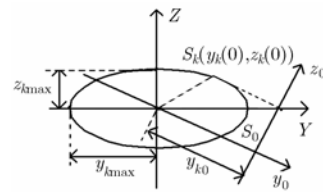


图 2 相对轨道的 5 个参数

3 分布式小卫星 SAR 模糊性^[4,5]分析

图 3 所示为分布式小卫星 SAR 成像几何关系，选取成像区域中心点为参考点，并以其为原点建立坐标系。

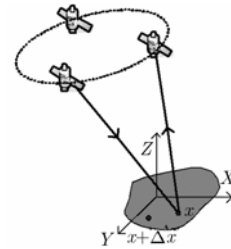


图 3 分布式小卫星 SAR 成像几何关系

图中 XY 平面为地平面， $\mathbf{x} = [x_m, y_m, z_m]^T$ 为成像区域内的任意一点，这里 \mathbf{x} 为 2 维空间中的矢量。卫星编队沿 X 轴方向飞行，假设地面两个相邻目标 \mathbf{x} ， $\mathbf{x} + \Delta \mathbf{x}$ ，这两散射点的雷达系统响应函数分别为

$$\left. \begin{aligned} d_1 &= \sigma_1 \rho_1(\mathbf{x}, \Delta \mathbf{s}) \\ d_2(\mathbf{x} + \Delta \mathbf{x}, \Delta \mathbf{s}) &= \sigma_2 \rho_2(\mathbf{x} + \Delta \mathbf{x}, \Delta \mathbf{s}) \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

其中 $\rho_1(\mathbf{x}, \Delta \mathbf{s}) = \frac{g(\mathbf{x})}{R(\mathbf{x})^2} w(\Delta \mathbf{s}) \exp[-j(\mathbf{k}_s^0)^T \Delta \mathbf{s}]$ ，

$$\rho_2(\mathbf{x} + \Delta \mathbf{x}, \Delta \mathbf{s}) = \frac{g(\mathbf{x})}{R(\mathbf{x} + \Delta \mathbf{x})^2} w(\Delta \mathbf{s}) \exp[-j(\mathbf{k}_s^0)^T \Delta \mathbf{s}] \cdot \exp[-j\Delta \mathbf{x}^T \mathbf{\Lambda}_s \Delta \mathbf{s}] \cdot \exp\left[-\frac{1}{2} \Delta \mathbf{x}^T \mathbf{\Lambda}_l \mathbf{J}_l \mathbf{\Lambda}_l^T \Delta \mathbf{x}\right]$$

式中 σ_1 ， σ_2 为地面复反射系数， \mathbf{s} 为雷达传感器 5 个参数：

时间、频率、空间3个坐标组成的向量,这里 \mathbf{s} 为5维空间中的矢量, $\Delta\mathbf{s}$ 为地面相邻两点的 \mathbf{s} 向量差, \mathbf{A}_s 表示地面目标二维空间到雷达传感器五维空间之间的转换矩阵;类似地, \mathbf{A}_l 表示天线平面2维空间到5维空间之间的转换矩阵; \mathbf{J}_l 表征发射天线方向图振幅锥度。目标 \mathbf{x} 处的匹配滤波函数为

$$h_{\text{match}} = \frac{R(\mathbf{x})^2}{g(\mathbf{x})} w(\Delta\mathbf{s}) \exp[j(\mathbf{k}_s^0)^T \Delta\mathbf{s}] \quad (8)$$

\mathbf{x} , $\mathbf{x} + \Delta\mathbf{x}$ 相邻目标以及噪声通过此匹配滤波器后输出信号为

$$\xi = \sigma_1 + \sigma_2 \exp\left[-\frac{1}{2} \Delta\mathbf{x}^T (\mathbf{A}_s \mathbf{J}_s \mathbf{A}_s^T) \Delta\mathbf{x}\right] + n_0 \quad (9)$$

其中 \mathbf{J}_s 为具有高斯分布的加权函数 $w(\mathbf{s})$ 的协方差矩阵, n_0 为输出噪声。

由式(9)可看出,对相邻目标的匹配滤波器输出由3项组成,第1项 σ_1 为希望得到的;第3项为相邻目标 $\mathbf{x} + \Delta\mathbf{x}$ 通过滤波器的输出;指数项为两相邻目标相关信息,该项可以表征两相邻信号通过滤波器处理后的模糊程度,这里定义该指数项为系统模糊度函数:

$$\chi_{\text{ambiguity}} = \exp\left[-\frac{1}{2} \Delta\mathbf{x}^T (\mathbf{A}_s \mathbf{J}_s \mathbf{A}_s^T) \Delta\mathbf{x}\right] \quad (10)$$

对于侧视模式下雷达传感器转换矩阵 \mathbf{A}_s 的解析表达式为^[6]

$$\mathbf{A}_s = \frac{\omega_0}{c} \begin{bmatrix} \frac{-(h^2 + y_0^2)}{R_0^3} & \frac{x_0 y_0}{R_0^3} & \frac{-x_0 h}{R_0^3} & \frac{2x_0}{\omega_0 R_0} & \frac{-2v(h^2 + y_0^2)}{R_0^3} \\ \frac{x_0 y_0}{R_0^3} & \frac{-(h^2 + x_0^2)}{R_0^3} & \frac{-y_0 h}{R_0^3} & \frac{2y_0}{\omega_0 R_0} & \frac{2vx_0 y_0}{R_0^3} \end{bmatrix} \quad (11)$$

式中 $R_0 = \sqrt{h^2 + x_0^2 + y_0^2}$, (x_0, y_0) 为点 \mathbf{x} 的地面位置, h 为卫星高度, v 为卫星速度。对正侧视情况下, $x_0 = 0$, 这时有

$$\mathbf{A}_s = \frac{\omega_0}{c} \begin{bmatrix} \frac{-1}{R_0} & 0 & 0 & 0 & \frac{-2v}{R_0} \\ 0 & \frac{-h^2}{R_0^3} & \frac{-y_0 h}{R_0^3} & \frac{2y_0}{\omega_0 R_0} & 0 \end{bmatrix} \quad (12)$$

4 仿真分析

4.1 编队轨道参数设计

本文分别以4颗和5颗小卫星圆形编队飞行进行仿真分析,编队半径分别取5km和10km。主星的轨道参数已经根据任务确定,轨道6根数分别为: $a_0 = 6870.23\text{km}$, $e_0 = 0$, $\Omega_0 = 0$, $i_0 = 97.3671$, $\omega_0 = 0$, $t_{p0} = 0$;发射信号卫星工作在正侧视,视角 30° 。

根据式(5)和式(6)可以分别求得伴随星的轨道参数,表1和表2给出了4颗卫星编队绕飞直径5km和5颗卫星编队绕飞直径10km时的轨道设计结果。4颗卫星编队绕飞直径10km和5颗卫星编队绕飞直径5km时的轨道设计方法类似。

4.2 系统空间模糊度分析

图4和图5给出了3颗伴星绕飞直径5km、10km以及4颗伴星绕飞直径5km、10km时的系统空间模糊度的仿真结果。图4(a)和图4(b),以及图5(a)和图5(b)对比可知,卫星数目相同的情况下,随着卫星系统空间距离越大模糊函数主瓣越窄,即分布式小卫星SAR空间分辨特性越好;图4(a)和图5(a)以及图4(b)和图5(b)对比可知,空间距离相同的情况下,卫星数目越多空间模糊函数的旁瓣性能得到改善,旁瓣性能改善意味着可以达到较好的成像效果。因此可以利用分布式小卫星SAR的这些特点实现高分辨率成像。

表1 4颗编队卫星轨道参数设计(绕飞直径5km)

轨道要素	参考卫星 S_0	S_1	S_2	S_3
$\varphi(^{\circ})$	0	0	120	240
a (km)	6870.23	6870.23	6870.23	6870.23
e	0	0.00017176	0.00017176	0.00017176
$i(^{\circ})$	97.3671	97.3671	97.3799	97.3513
$\Omega(^{\circ})$	0	-0.0170	0.0085	0.0085
$\omega(^{\circ})$	0	-0.0022	120.0011	240.0011
t_p (s)	0	-1576.736	-3679.05	-5781.365

表2 5颗编队卫星轨道参数设计(绕飞直径10km)

轨道要素	参考卫星 S_0	S_1	S_2	S_3	S_4
$\varphi(^{\circ})$	0	0	90	180	270
a (km)	6870.23	6870.23	6870.23	6870.23	6870.23
e	0	0.00017176	0.00017176	0.00017176	0.00017176
$i(^{\circ})$	97.3671	97.3671	97.3841	97.3671	97.3501
$\Omega(^{\circ})$	0	-0.0170	0	0.0170	0
$\omega(^{\circ})$	0	-0.0022	90	180.0022	270
t_p (s)	0	-1045.3	-2890.6	-4535.9	-5784.3

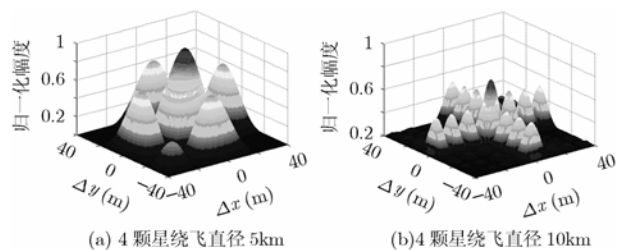


图 4

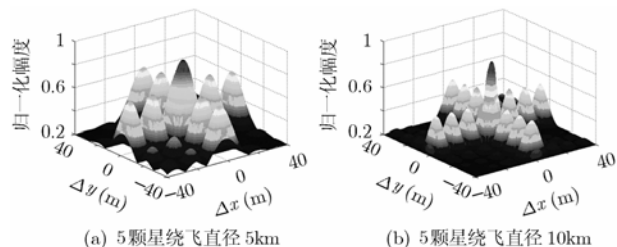


图 5

5 结论

本文基于相对轨道根数法, 推导了分布式小卫星 SAR 绕飞轨迹方程, 建立了分布式小卫星 SAR 成像空间几何关系, 推导了分布式 SAR 模糊函数的计算方法, 针对分布式小卫星 SAR 的不同轨道构形, 分别进行了编队卫星轨道参数设计, 并对分布式小卫星 SAR 的模糊函数进行了仿真分析, 结果表明分布式小卫星 SAR 的模糊性与卫星编队构形和编队卫星数目有很大的关系。指出当卫星编队飞行半径较

大时, 空间模糊函数主瓣变窄, 可以实现高分辨率成像; 当编队卫星数目较多时, 系统的分辨特性较好, 此时分布式小卫星 SAR 稀疏孔径成像性能较好。

参考文献

- [1] Krieger G, Fiedler H, and Mittermayer J, *et al.* Analysis of multistatic configurations for spaceborne SAR interferometry. *IEE Proc.-Radar Sonar Navigation*, 2003, 150(3): 87–96.
- [2] 林来兴. 小卫星编队飞行及其轨道构成[J]. 中国空间科学技术, 2001, 21(1): 23–28.
- [3] 章仁为. 卫星轨道姿态动力学与控制. 北京: 北京航空航天大学出版社, 1998: 5–10.
- [4] Goodman N. SAR and MTI processing of sparse satellite clusters, [Doctoral thesis], The University of Kansas, 2002.
- [5] Goodman N and Rajakrishna D, *et al.* Wide swath, high resolution SAR using multiple receive apertures. *IEEE International Geoscience and Remote Sensing Symposium*, Hamburg Germany, 1999, 3: 1767–1769.
- [6] Goodman N and Lin S, *et al.* Processing of multiple-receiver spaceborne arrays for wide-area SAR. *IEEE Trans.on Geoscience and Remote Sensing*, 2002, 40(4): 841–852.

左艳军: 男, 1978 年生, 博士生, 研究方向为 SAR 信号处理.

杨汝良: 男, 1943 年生, 研究员, 博士生导师, 主要研究方向为从事星载和机载合成孔径雷达研究.