一种无线 OFDM 系统中的高效功率和比特分配算法

丁 乐 殷勤业 邓 科 孟银阔
(西安交通大学电子与信息工程学院 西安 710049)

摘 要：在限定无线 OFDM 通信系统的传输速率和最大误码率的情况下，该文提出了一种最小化发射功率的高效功率和比特分配算法。该算法首先利用注水水平和系统传输速率之间的关系求出无需预设步长和初始值的注水水平迭代公式，然后在部分子载波上使用简化的 Greedy 算法进行强制收敛。由于充分地利用了注水算法和 Greedy 算法的优点，该文算法不仅有效地避免了传统自适应算法的收敛性、初始值和步长选择等问题，而且计算效率更高。仿真结果验证了该算法的有效性。

关键词：OFDM 功率和比特分配注水算法

中图分类号：TN92 **文献标识码**：A **文章编号**：1009-5896(2007)07-1537-05

A Computationally Efficient Transmit Power and Bit Allocations Algorithm for Wireless OFDM Systems

Ding Le Yin Qin-ye Deng Ke Meng Yin-kuo
(*School of Electronics and Information Engineering*, *Xi'an Jiaotong University*, *Xi'an* 710049, *China*)

Abstract: In this paper, a computationally efficient algorithm for transmit power and bit allocations in wireless OFDM communication system is proposed, the aim is to minimize total transmit power under the constraints of data rate and max Bit Error Rate (BER). By exploiting the relation between water-filling level and system data rate, the proposed algorithm finds out an iterative method of searching water-filling level without preset step and initial value, then allocates the final bits and power with a simplified Greedy algorithm in partial subcarriers. The proposed algorithm avoids the probolems of the convergency probobality, the preset initial valuse and the selecting of optimal step in traditional adaptive water-filling algorithm by combining the water-filling and the Greedy algorithms effectivly, and its computationally efficiency is high. Simulation results verify the performance of the proposed algorithm.

Key words: OFDM Power and bit allocation Water-filling algorithmC

1 引言

在无线通信环境中，许多OFDM系统要求在传输速率相对稳定且满足一定服务质量(QoS)的情况下尽可能地减少发射功率，以延长移动终端的电池使用时间并降低对其它设备的干扰。在实际应用中，这样的问题可以转化为在给定系统传输速率和最大可容忍误码率情况下的最小化发射功率问题，进而可以使用各种功率和比特分配算法来解决[1－4]。

由于无线信道是时变的，所以系统必须及时根据信道的变化状况来调整功率和比特分配方案以取得最佳性能，这就要求用于最小化发射功率的算法应有较高的计算效率。目前这方面具有代表性的高效算法分别为Krongold算法[1]和Jang的自适应注水算法[2]。其中文献[1]是最优的，由于使用了二分法进行搜索，因而它在实际应用中必须占用较大的开销来确定搜索区间的初值；文献[2]在取得合适的步长和初始值时是非常高效的次最优算法，对于初始值没有严格的要求并且可以快速跟踪信道的变化，但是它存在着收敛性问题和固有的最佳步长选择问题。

为了进一步提高计算效率并有效地解决相关算法中的收敛性、初始值和/或步长选择问题，本文提出了一种新的带强制收敛措施的高效算法，它通过两个阶段来完成功率和比特分配：首先求出无需预设步长和初始值的快速注水水平迭代公式，使得系统传输速率快速地围绕预定值附近振荡；然后根据两次注水迭代子载波上比特分配的变化，在部分子载波上使用“简化的 Greedy 算法”完成最后的功率和比特分配。

2 最小化发射功率问题

对于子载波总数为 M 的OFDM系统，假设预定的系统传输速率和最大可容忍误码率分别为 R_{budget} 和 $\text{BER}_{\max}$。记第 m 个子载波上的功率增益和加性高斯白噪声方差分别为 g_m 和 σ^2，其上所分配的信号功率为 $\tilde{p}_m$，则该子载波上实际可以分配的比特数 b_m 和所需要的最小功率 p_m 为[4]

2005-09-13 收到，2006-08-29 改回
国家自然科学基金(60572046，60502022)和教育部博士点基金(20030698027)资助课题

$$b_m = \text{round}\left(\left[\log_2\left(1+\frac{\tilde{p}_m g_m}{\sigma^2\Gamma}\right)\right]^+\right) \tag{1}$$

$$p_m = \frac{\sigma^2\Gamma}{g_m}\left(2^{b_m}-1\right) \tag{2}$$

式中 Γ 为基于系统所用的编码方式、误码率 $\text{BER}_{\max}$、系统性能界和不同的近似方式计算出来的信噪比差额(SNR gap)[5,6]；$[\bullet]^+$ 定义为：$[x]^+=\max\{x,0\}$，round(•) 为取整操作函数。则本文所要解决的给定系统传输速率 R_{budget} 和误码率 $\text{BER}_{\max}$ 时最小化发射功率问题可以描述为：

$$\min\left(\sum_{m=1}^{m=M} p_m\right), \quad \text{subject to} \quad \sum_{m=1}^{m=M} b_m = R_{\text{budget}} \tag{3}$$

3 高效功率和比特分配算法

注水理论[7]被广泛用于限定发射功率的OFDM系统中以最大化系统传输速率，如果将其应用于最小化发射功率的场合中并使用类似于文献[1,7]中的推导过程，则可以得到一个非常有意义的结论：在限定系统传输速率的情况下，使用注水法进行功率分配时所需要的功率最小，也就是说可以使用注水法来求解式(3)。假设系统中有效子载波的集合是 $\boldsymbol{\mathcal{M}}$ (集合的大小为 M_{act})，若采用注水法进行功率和比特分配后得到的注水水平为 λ，则：$\tilde{p}_m+\sigma^2\Gamma/g_m=\lambda$，$m\in\boldsymbol{\mathcal{M}}$。将 λ 代入式(1)可得：

$$b_m(\lambda) = \text{round}\left(\log_2\left(\frac{\lambda g_m}{\sigma^2\Gamma}\right)\right) \tag{4}$$

如果能求解出合适的注水水平 λ，使得

$$\sum_{m\in\boldsymbol{\mathcal{M}}} b_m(\lambda) = R_{\text{budget}} \tag{5}$$

成立，则此时所需的发射功率最小。求解式(5)最直接的办法是采用纯迭代的自适应注水算法[2]，但是受到在每个子载波上只能分配整数比特的限制，该算法在很多情况下无法收敛。这就使得纯迭代的自适应注水算法能否收敛和其计算效率的高低不但取决于步长和初始值的选取，还要取决于具体的信道状况。

如果能够求出无需预设步长和初始值的注水水平迭代算法，并且使得系统传输速率在经过尽可能少的迭代之后逼近 R_{budget}，然后再进行强制收敛，那么就能在获得较高计算效率的同时免受传统自适应注水算法中的收敛性问题以及最佳步长和初始值选取方面的困扰。为此本文首先利用注水水平和系统传输速率之间的关系求出无需预设步长和初始值的迭代算法对注水水平进行粗搜索，然后利用相邻两次注水迭代的相关信息在部分子载波上使用“简化的 Greedy 算法”进行强制收敛。

3.1 注水水平的粗搜索

假设满足式(5)的注水水平 λ 的估计值为 $\tilde{\lambda}$，将式(4)代入式(5)并展开得：

$$R_{\text{budget}} = M_{\text{act}}\log_2\left(\frac{\tilde{\lambda}}{\sigma^2\Gamma}\right)+\log_2\left(\prod_{m\in\boldsymbol{\mathcal{M}}} g_m\right)+\sum_{m\in\boldsymbol{\mathcal{M}}}\Delta b_m(\tilde{\lambda})$$

式中 $\Delta b_m(\tilde{\lambda})$ 是对第 m 个子载波上所分配的比特数进行取整操作时的舍入量化误差。考虑到在一般情况下该误差服从范围为 $(-0.5\quad 0.5)$ 的均匀分布，因此当 M_{act} 比较大时 $\sum_{m\in\boldsymbol{\mathcal{M}}}\Delta b_m(\tilde{\lambda})\to 0$，则由上式可得：

$$\tilde{\lambda} \approx 2^{\left(R_{\text{budget}}-\log_2\left(\prod_{m\in\mathcal{M}} g_m\right)\right)/M_{\text{act}}}\sigma^2\Gamma \tag{6}$$

由式(6)可知，注水水平初始估计值 $\tilde{\lambda}$ 只取决于 R_{budget}，Γ 和具体的信道状况，无需系统预设其它初始值。需要指出的是，对于特定的信道而言，即便没有能使式(5)成立的注水水平 λ，也可以通过类似的处理方式得到式(6)，只不过此时 $\tilde{\lambda}$ 是使得 $\sum_{m\in\boldsymbol{\mathcal{M}}} b_m(\lambda)$ 最接近于 R_{budget} 的注水水平 λ 的估计值。

如果没有只能分配整数个比特的限制或当 $\sum_{m\in\boldsymbol{\mathcal{M}}}\Delta b_m\cdot(\tilde{\lambda})=0$ 时，$\tilde{\lambda}=\lambda$，即式(5)得解。然而在多数情况下 $\tilde{\lambda}\neq\lambda$，因此需要对其进行修正。记 $\tilde{\lambda}$ 对应的传输速率为 $\tilde{R}$，令系统传输速率误差 $\Delta R=\tilde{R}-R_{\text{budget}}$，注水水平误差 $\Delta\lambda=\tilde{\lambda}-\lambda$，则由式(4)，(5)可得：

$$\Delta R = M_{\text{act}}\log_2\left(\frac{\tilde{\lambda}}{\tilde{\lambda}-\Delta\lambda}\right)+\sum_{m\in\boldsymbol{\mathcal{M}}}\Delta b_m\left(\tilde{\lambda}\right)-\sum_{m\in\boldsymbol{\mathcal{M}}}\Delta b_m(\lambda)$$

仍然假设上式中各项的舍入量化误差之和近似为 0，可得：

$$\Delta\lambda \approx \left(1-2^{\left(-\Delta R/M_{\text{act}}\right)}\right)\tilde{\lambda} \tag{7}$$

当 $\Delta R\neq 0$ 时，可以利用上式对 $\tilde{\lambda}$ 进行迭代修正。可以看出注水水平的修正量 $\Delta\lambda$ 只与 ΔR 和 $\tilde{\lambda}$ 有关，因而式(7)的迭代算法没有自适应算法所固有的步长选择问题；而且由于 $\Delta\lambda$ 与 ΔR 呈指数关系，所以同文献[2]相比，式(7)给出的 $\Delta\lambda$ 具有更快的衰减速度。

3.2 使用“简化的 Greedy 算法”的强制收敛

由于在式(6)，(7)的推导过程中都忽略了取整操作的影响，因此系统传输速率在经过很少的几次迭代之后要么快速收敛于 R_{budget}，要么在它附近的一个小邻域内振荡，即：若记第 i-1 和第 i 次迭代时的系统传输速率为 $\tilde{R}_{i-1}$ 和 $\tilde{R}_i$，所对应的速率误差为 ΔR_{i-1} 和 ΔR_i，有 $\max\left(|\Delta R_{i-1}|,|\Delta R_i|\right)<\alpha\cdot R_{\text{budget}}$ $(0<\alpha<<1)$。当产生振荡时，虽然可以采取传统的Greedy算法[3]进行强制收敛，但它每分配 1bit 都需要在所有子载波上进行遍历搜索，计算效率不高。

注意到如果在系统传输速率产生振荡时 $\tilde{R}_{i-1}$ 和 $\tilde{R}_i$ 分布在 R_{budget} 两侧(即 $\Delta R_{i-1}\cdot\Delta R_i<0$)，则相对于第 i-1 次迭代，在第 i 次迭代中最多只有 $|\Delta R_{i-1}|+|\Delta R_i|$ 个子载波上所分配比特数目发生了变化。若记第 i-1 和第 i 次迭代时第 m 个子载波上分配的比特数分别为 b_m^{i-1} 和 b_m^i，则这些子载波的集

合为：$\mathcal{N}=\left\{m,b_m^i\neq b_m^{i-1}\right\}$(集合的大小为 ΔM)，那么只需要在集合 $\mathcal{N}$ 上使用 Greedy 算法进行强制收敛即可。由于 ΔR_{i-1} 和 ΔR_i 都较小，所以其计算量要远远小于传统的 Greedy 算法。

为区别于在所有子载波上进行搜索的传统 Greedy 算法，本文称这种只在部分子载波上进行搜索的为“简化的 Greedy 算法”，下面的引理 1 和定理 1 证明了该算法的合理性。

引理 1　对一个 OFDM 系统使用注水法进行功率和比特分配并给定注水水平的初始值后，采用注水法和 Greedy 算法继续分配 1bit 是等效的，即二者都在同一个子载波上进行分配，而且需要增加或减少同样的功率。

引理 1 的证明见附录。由引理 1 可以进一步得出以下推论，即对一个 OFDM 系统进行功率和比特分配时：

推论 1　当利用式(6)和式(7)给出注水水平之后，继续使用注水算法(如果其收敛)或使用 Greedy 算法完成功率和比特分配是等效的；

推论 2　使用单纯的注水算法(如果其收敛)或 Greedy 算法进行功率和比特分配是等效的。

由引理 1 和推论 1 可得，在本文算法的强制收敛阶段中采用上述“简化的 Greedy 算法”和传统的 Greedy 算法是等效的，它由定理 1 给出。

定理 1　对一个 OFDM 系统使用注水法进行功率和比特分配并用 Greedy 算法进行强制收敛时，那么只在集合 $\mathcal{N}$ 上和在所有子载波上使用 Greedy 算法进行强制收敛是等效的。

由以上的引理、推论和定理可以进一步证明：当采用相同的比特和功率计算方法时，使用本文所述的两阶段算法和纯迭代的自适应注水算法(如果收敛的话)、传统的 Greedy 算法以及 Krongold 算法进行功率和比特分配都是等效的，即其结果和性能均相同。

3.3 算法描述

步骤 1　由式(6)计算注水水平的初始估计值 $\tilde{\lambda}$；确定 α 的值；

步骤 2　根据式(7)计算注水水平的修正量 $\Delta\lambda$，$\tilde{\lambda}_i\leftarrow\tilde{\lambda}_{i-1}+\Delta\lambda$，计算对应的传输速率误差 ΔR_{i-1}，ΔR_i；

步骤 3　如果 $\Delta R_{i-1}\cdot\Delta R_i<0$ 且 $\max\left(\left|\Delta R_{i-1}\right|,\left|\Delta R_i\right|\right)<\alpha\cdot R_{\text{budget}}$，则求出集合 $\mathcal{N}$；否则转回步骤 2；

步骤 4　在集合 $\mathcal{N}$ 上使用“简化的 Greedy 算法”进行强制收敛；

步骤 5　根据式(2)，式(3)计算实际需要的最小发射功率。

3.4 计算量分析

如果在初始化时已经预先计算出了相关参数，并且将式(4)中的对数和取整运算做成查找表形式，则 Krongold 算法、自适应注水算法和本文算法单次迭代中主要的计算量如表 1 所示。在这种情况下本文算法单次迭代的计算量与自适应注水算法相当，而小于 Krongold 算法。

表 1 几种算法单次迭代主要计算量比较

算法名称	计算量		
	乘法	加法	查表
Krongold 算法	$2M_{\text{act}}$	$2M_{\text{act}}$	M_{act}
自适应注水算法和本文算法	M_{act}	$2M_{\text{act}}$	M_{act}

由于本文算法包括了注水水平的粗搜索和使用“简化的 Greedy 算法”进行强制收敛的两个阶段，所以其整体计算量由注水迭代次数和强制收敛计算量所共同表征。表 2 给出了采用自适应注水算法和本文算法的整体计算量，其中假设自适应注水算法在 k 次迭代后收敛；本文算法在完成 l 次迭代的注水水平粗搜索后(此时系统传输速率误差为 ΔR)再使用“简化的 Greedy 算法”进行强制收敛(为清楚起见，表中列出了使用“简化的 Greedy 算法”和传统 Greedy 算法进行强制收敛的计算量)。由于 $\max\left(\left|\Delta R_{i-1}\right|,\left|\Delta R_i\right|\right)<\alpha\cdot R_{\text{budget}}$ ($0<\alpha<<1$)，所以通常情况下 $\Delta R+\Delta M<<M_{\text{act}}$，因此采用“简化的 Greedy 算法”的计算量要小于注水法 1 次迭代所用的计算量，即本文算法的计算量小于 $(l+1)$ 次注水迭代的计算量。

表 2 自适应注水法和本文算法的计算量比较

算法名称	计算量		
	取对数	乘法	搜索
自适应注水算法	kM_{act}	kM_{act}	0
本文算法	$lM_{\text{act}}+\Delta R+\Delta M$	$lM_{\text{act}}+\Delta R+\Delta M$	$\Delta R\cdot\Delta M$
采用“简化的 Greedy 算法”进行强制收敛	$\Delta R+\Delta M$	$\Delta R+\Delta M$	$\Delta R\cdot\Delta M$
采用传统 Greedy 算法进行强制收敛	$\Delta R+M_{\text{act}}$	$\Delta R+M_{\text{act}}$	$\Delta R\cdot M_{\text{act}}$

实际上，在多数情况下集合 $\mathcal{N}$ 中所有子载波上只有 1bit 的改变量，即 $\left|b_m^i - b_m^{i-1}\right| = 1\ (m \in \mathcal{N})$，则此时只需将集合 $\mathcal{N}$ 中所有子载波上分配的比特数增加(减少)1 时所需要增加(减少)的功率进行一次排序即可完成整个 Greedy 操作：当 $\Delta R_i > 0$ 将集合 $\mathcal{N}$ 中所需功率最大的 ΔR_i 个子载波上减去 1bit，当 $\Delta R_i < 0$ 将集合 $\mathcal{N}$ 中所需功率最小的 ΔR_i 个子载波上加 1bit。此时本文算法的计算量如表 3 所示，其中使用“简化的 Greedy 算法”进行强制收敛部分的计算量在表中单独列出。

表 3 本文算法的计算量

算法名称	计算量		
	取对数	乘法	搜索
本文算法	$lM_{\text{act}} + \Delta M$	$lM_{\text{act}} + \Delta M$	$\sum_{m=1}^{\Delta R}(\Delta M - m + 1)$
采用“简化的 Greedy 算法”进行强制收敛	ΔM	ΔM	$\sum_{m=1}^{\Delta R}(\Delta M - m + 1)$

同上所述，由于 $\Delta M << lM_{\text{act}}$，所以从表 3 可以看出此时本文算法的计算量比 l 次注水迭代的计算量略大。综合表 2、表 3 可得，本文算法的计算量基本上由注水水平粗搜索阶段所需要的迭代次数 l 所决定，而纯迭代的自适应注水算法则由满足 $\sum_{m\in\mathcal{M}} b_m(\lambda) = R_{\text{budget}}$ 所需的迭代次数 k 决定。由于停止迭代的条件要宽松得多，而且注水水平的修正量 $\Delta\lambda$ 与传输速率误差 ΔR 呈指数关系，所以通常情况下本文算法所需的迭代次数 l 比文献[2]中相应的迭代次数 k 要小的多，因此总体计算量也要小许多。

4 计算机仿真

本小节在 WLAN 环境中(IEEE 802.16-2004)对于时不变信道和时变信道分别进行了仿真以验证本文算法的有效性，并与 Krongold 算法和自适应注水算法进行了比较。基本仿真环境为：系统载频为 3.5GHz，子载波数 M=256，带宽为 20MHz；每个符号长度为 12.6 μs，承载 1000 bit 数据；每个子载波上可分配的比特数为 1～6；每个子载波上的误码率不大于 10^{-3}；发射端已知信道信息，系统同步良好。

在时不变信道情况下采用 L=32 阶的瑞利频率选择性信道模型，每阶系数服从复高斯分布 $\mathrm{CN}\left(0, \sigma_H^2/L\right)$，各子载波上加性白噪声的功率为 σ^2，定义平均信道增益噪声比为 $\mathrm{CNR} = \sigma_H^2 / M\sigma^2$。当 $M\sigma^2 = -110\ \mathrm{dBm}$，CNR 取值从 0dB 到 11dB 变化时，采用 Krongold 算法、自适应注水算法和本文算法粗搜索阶段的平均迭代次数曲线如图 1 所示。可以看出，本文算法所需的平均迭代次数基本上与信道状况 CNR 无关，且受 α 取值影响较小。当 $\alpha = 0.03$ 时本文算法平均只需要不到 3 次的迭代，小于 Krongold 算法和自适应注水算法所需的迭代次数。由于在 Krongold 算法的仿真过程采取了随机初始化过程，它所需的平均迭代次数随 CNR 变化不大。自适应注水算法所需要的迭代次数则取决于步长和 CNR 的变化，它所需的平均迭代次数均大于本文算法。

由于本文算法在注水迭代之后还需要使用“简化的 Greedy 算法”进行强制收敛，所以它的迭代次数并不能完全反映出其计算量的大小。为此，定义本文算法相对于其它算法的计算效率提高量为 $\eta = T/T_p$，其中 T_p 为本文算法所需的平均时间，T 为其它算法所需的平均时间。图 2 给出了在上述仿真环境中当 α =0.03 时，本文算法相对于 Krongold 算法和自适应注水算法的计算效率提高量随着 CNR 变化的曲线。从图 2 可以看出，本文算法的计算效率相对于 Krongold 算法和自适应注水算法都有较大提高量。其中，相对于自适应注水算法而言，虽然本文算法在注水迭代之后还需要进行附加的简化 Greedy 算法，但这部分的计算量很小，而且在粗搜索阶段中每次注水迭代的计算量和自适应注水算法相同，所以本文算法相对于自适应注水算法的计算效率提高量非常接近于图 1 中所示的两种算法的平均注水迭代次数之比，但值略小。对于 Krongold 算法而言，它每次迭代的计算量大于本文算法，所以本文算法相对于它的计算效率提高量大于两种算法的平均注水迭代次数之比。

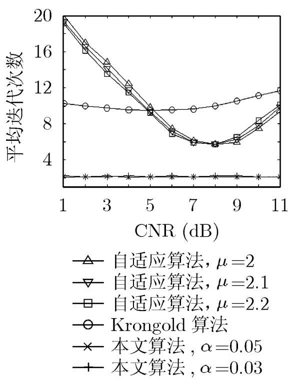

图 1 平均迭代次数与 CNR 关系曲线

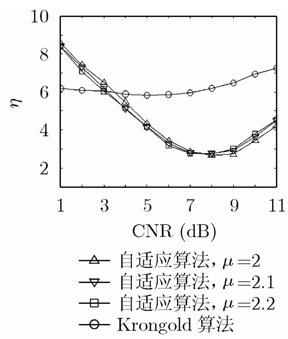

图 2 计算效率提高量与 CNR 关系曲线

对于时变信道环境使用Clark模型[8]生成每条路径的时变增益。当CNR＝8dB时，本文算法相对于Krongold算法和自适应注水算法的计算效率提高量与收发两端相对移动速度之间的关系如图 3 所示。从图 3 中可以看出在时变信道环境中，本文算法的计算效率仍比采用最佳步长的自适应注水算法高 50%以上，比Krongold算法有着较大幅度的提高，且计算效率提高量随着收发两端相对速度的增大而增加。

5 结束语

本文在限定无线 OFDM 系统传输速率和最大可容忍误码率的情况下提出了一种最小化发射功率的高效功率和比特分配算法，它与采用相同的比特和功率计算方法的 Gree dy 算法，Krongold 算法和自适应注水算法的性能相

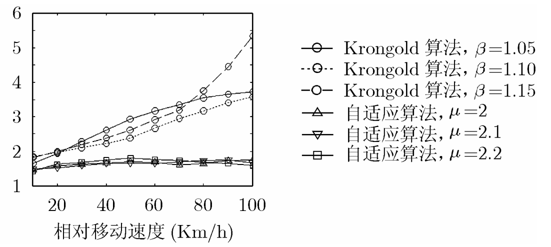

图 3 计算效率提高量与相对移动速度关系曲线

同。由于采取了无需预设步长和初始值的快速注水水平搜索和“简化的 Greedy 算法”进行强制收敛的求解过程，该算法成功地避免了自适应注水算法和 Krongold 算法所存在的收敛性问题、步长选择问题和初始值问题，并且计算效率比这两者有显著的提高，因而更适合应用于信道时变的无线 OFDM 通信系统中。

附录 引理 1 的证明

当采用式(1),(2)计算比特和功率时，先证明增加 1bit 的情况。假设给定的初始注水水平为 $\tilde{\lambda}$，对应的传输速率为 $\tilde{R}$ ($\tilde{R} < R_{\rm budget}$)，第 m 个子载波功率增益为 g_m ，已经分配的比特为 b_m ($b_m > 0$)，考察第 $\tilde{R}+1$ 个比特的分配：第 m 个子载波上继续增加 1bit 所需要的功率为：$\Delta P_{b_m}^{+} = \sigma^2 \Gamma 2^{b_m} \big/ g_m$ 。

使用 Greedy 算法分配第 $\tilde{R}+1$ 个比特时需要找出增加 1bit 所需功率最小的那个子载波，即：找出第 i 个子载波，使其满足 $i = \arg_{i \in M}\left(\min\left(\Delta P_{b_i}^{+}\right)\right)$，并在该子载波上增加 1bit，分配的功率为 $p_i = \sigma^2 \Gamma 2^{b_i} \big/ g_i$ 。

使用注水法分配第 $\tilde{R}+1$ 个比特时，需要选择合适的注水水平 $\tilde{\lambda}_{\rm new}$ ($\tilde{\lambda}_{\rm new} > \tilde{\lambda}$)，使其对应的传输速率 $\tilde{R}_{\rm new}$ 满足： $\tilde{R}_{\rm new} - \tilde{R} = 1$ 。由式(2),(5)和 round $\bullet\left[\log_2\left(\dfrac{\lambda g_m}{\sigma^2 \Gamma}\right)\right]^{+}$ 的性质可知此时只有 1 个子载波增加了 1bit，而其它子载波均未变化，即 $\tilde{\lambda}_{\rm new}$ 应该足够小，使得下式成立：

$$\text{round}\left[\log_2\left(\frac{\tilde{\lambda}_{\rm new} g_m}{\sigma^2 \Gamma}\right)\right] - \text{round}\left[\log_2\left(\frac{\tilde{\lambda} g_m}{\sigma^2 \Gamma}\right)\right] = \begin{cases} 1, m = j \\ 0, m \neq j \end{cases} \quad \text{(A-1)}$$

由式(4)和 $\Delta P_{b_m}^{+}$ 的定义式得知，如果新的注水水平 $\tilde{\lambda}_{\rm new}$ 使得第 m 个子载波上增加了 1bit，则 $\tilde{\lambda}_{\rm new} \geq 2\Delta P_{b_m}^{+}$ 。显然，只有当 $\Delta P_{b_m}^{+}$ 取得最小值时，可以取得满足式(A-1)的 $\lambda_{\rm new}$ ，这和采用 Greedy 算法得到的结果是一样的。同理可证明当减少 1bit 时的情况。

参 考 文 献

[1] Prince K, Krongold B and Dey S. A framework for efficient rate-power allocation for OFDM in a composite-fading enviroment. Proc. ICC'2005, Seoul, Korea, May 2005: 2558–2562.

[2] Jang Jiho, Lee Kwang Bok, and Lee Yong-Hwan. Transmit power and bit allocation for OFDM systems in a fading channel. Proc. IEEE GLOBECOM'2003, San Francisco, USA, Dec 2003, 2: 858–862.

[3] Hughes-Hartogs D. Ensemble modem structure for imperfect transmission media, U.S. Patents, 4679227 (July 1987), 4731816(March 1988) and 4833796 (May 1989).

[4] Nikolaos P and Theodore A. A new computationally efficient discrete bit-loading algorithm for DMT applications. *IEEE Trans. on Comm.*,2005, 53(5):785–789.

[5] Cioffi J M, Dudevoir G P and Eyuboglu M V, *et al.*. MMSE decision-feedback equalizers and coding-Part II: oding results. *IEEE Trans. on Comm.*, 1995, 43(10): 2595–2604.

[6] Goldsmith A J and Chua Soon-Ghee. Variable-rate variable-power MQAM for fading channel. *IEEE Trans. on Comm.*, 1997, 45(10): 1218–1229.

[7] Cover T M and Thomas J A. Elements of Information Theory. New York: John Wiley & Sons, Inc. 1991: 239–265.

[8] Jakes W CMicrowave Mobile Communications. IEEE edition, New York: IEEE Press, 1994: 1–152.

丁　乐：　男，1974 年生，博士生，研究方向为 OFDM 通信系统中资源分配、空时编码、协作分集等.

殷勤业：　男，1950 年生，博士，教授，博士生导师，从事空间谱估计、智能天线、阵列信号处理、神经网络理论及应用和时频分析方面的研究工作.

邓　科：　男，1978 年生，博士，助教，从事空时编码、MIMO 系统、Turbo 接收机和粒子滤波方面的研究.

孟银阔：　男，1969 年生，博士生，从事数字通信、阵列信号处理、预编码等方面的研究.