

# 一种 LOFDM 系统定时和频偏的盲估计算法

简伟 沈越泓

(解放军理工大学通信工程学院无线通信系 南京 210007)

**摘要:** 基于网格正交频分复用(LOFDM)信号的周期平稳性, 该文提出一种 LOFDM 系统定时和载波频率偏差的盲估计算法。理论分析和仿真实验证实由该算法构造的估计器能够有效地对抗频率选择性慢时变信道引起的衰落; 在信道噪声广义平稳的情况下, 估计器性能与信噪比无关, 于是估计器在低信噪比条件下也能很好地工作; 另外, 符号定时和频率偏差估计器的性能互不影响。

**关键词:** LOFDM; 符号定时和载波频率偏差; 盲估计; 周期平稳性

中图分类号: TN919.6

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2007)06-1514-04

## Blind Estimation of Symbol Timing and Carrier Frequency Offset in LOFDM Systems

Jian Wei Shen Yue-hong

(Department of Radio Communication ICE, PLAUST, Nanjing 210007, China)

**Abstract:** Blind synchronization algorithm is developed for estimating jointly timing and carrier frequency offset of Lattice Orthogonal Frequency Division Multiplexing (LOFDM) systems, which is based on the cyclostationarity of LOFDM signals. The theoretical analysis shows that the following characters are occupied by the proposed algorithm. The proposed estimators can effectively combat the fading caused by the frequency selective slowly time-varying channels. In the case of wide-sense stationary noise, the performance of the estimators is independent of Signal-to-Noise Ratio (SNR) received, and then they operate well in low SNR. Moreover, the performance of the symbol timing estimator and that of carrier frequency offset estimator do not influence each other. Finally, simulation results demonstrate the performance of the presented estimators.

**Key words:** Lattice Orthogonal Frequency Division Multiplexing(LOFDM); Symbol timing and carrier frequency offset; Blind estimation; Cyclostationarity

### 1 引言

随着对信息需求的增长, 高速、高频谱利用率的数据传输技术成为人们争相研究的热点。OFDM是一种抗多径衰落能力强、频谱利用率高的数据传输技术已成为人们的共识。在不降低OFDM抗干扰能力的情况下, 为进一步提高频谱利用率, Strohmer和Beaver<sup>[1,2]</sup> 在脉冲成形OFDM的基础上提出网格正交频分复用(Lattice Orthogonal Frequency Division Multiplexing, LOFDM)技术。反之, 在相同的频谱利用率下, LOFDM比OFDM具有更强的抗多径引起的符号间干扰(ISI)和/或多普勒偏移引起的子载波间干扰(ICI)的能力。但LOFDM也继承了OFDM的缺点——对同步错误比较敏感等, 因此同步成为LOFDM系统实用化的一个关键问题。

Bölcskei<sup>[3]</sup>和Park<sup>[4]</sup>等人利用OFDM信号的周期平稳性, 完成了OFDM系统符号定时和载波频率偏差的盲估计。本文针对LOFDM信号的特性, 结合文献[3, 4]的算法, 提出一种适于LOFDM系统的符号定时和载波频率偏差的盲估计算法。

### 2 LOFDM 系统模型

LOFDM 系统与传统 OFDM 的差别在于其各个子符号流在相邻子信道上发送的时刻不完全对齐。通常情况下, 奇偶序号的子信道上符号的发送时刻错开一个符号周期的小数倍。在此给出发送时刻错开半个符号周期的 LOFDM 系统<sup>[1,2]</sup>。

在该系统中, LOFDM 发射机输出信号的复等效基带离散表示为

$$x(n) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \sum_{l=0}^{N/2-1} \left[ c_{k,2l} g(n-kM) e^{j2\pi(n-kM)2l/N} + c_{k,2l+1} g(n-kM - \frac{1}{2}M) e^{j2\pi(n-kM-\frac{1}{2}M)(2l+1)/N} \right] \quad (1)$$

式中  $N$  为子载波数目,  $M$  为符号周期, 且  $M > N$ ,  $g(n)$  为成形脉冲,  $c_{k,l}$  为数据符号(取自一个有限复字符星座), 且满足  $E\{c_{k,l}c_{k',l'}^*\} = \sigma_c^2 \delta(k-k')\delta(l-l')$ ,  $E\{\cdot\}$  为求均值。不同子信道及符号间相互正交, 即模糊函数  $A^{(g,g)}(k, \theta) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} g[n]g^*[n-k]e^{-j2\pi n\theta}$  满足  $A^{(g,g)}(lM, k/N) = \delta(l)\delta(k)$ 。

经过广义平稳非相关散射信道(WSSUS)传输后,

LOFDM 接收机输入信号的复等效基带离散表示为

$$r(n) = e^{j(2\pi\theta_e n + \phi)} \sum_{l=0}^{L-1} h(n, n_l) x(n - n_l - n_e) + \rho(n) \quad (2)$$

式中  $L$  为路径数,  $h(n, n_l)$  为第  $l$  条路径的时变冲击响应(简记为  $h_l(n)$ ),  $n_l$  为该路径的延迟时间。  $n_e \in Z$  是未知的符号定时偏差。  $\theta_e \in [-1/2, 1/2]$  是发射机与接收机振荡频率的归一化偏差,  $\phi$  是初始相位,  $\rho(n)$  是独立于  $c_{k,l}$  的广义平稳噪声过程, 满足  $E\{\rho(n)\rho^*(n-\tau)\} = c_\rho(\tau)$ 。为简化, 令  $(x \otimes h)(n) = \sum_{l=0}^{L-1} h(n, n_l) x(n - n_l)$ 。

### 3 LOFDM 信号的时变自相关函数及其周期平稳性

信号  $r(n)$  的时变自相关函数<sup>[3,5]</sup>为  $c_r(n, \tau) = E\{r(n) \cdot r^*(n - \tau)\}$ , 其中  $\tau$  是整数滞后参数。当  $c_r(n, \tau)$  满足  $c_r(n, \tau) = c_r(n + P, \tau)$  时, 则称信号  $r(n)$  是二阶周期平稳的<sup>[3,5]</sup>, 周期为  $P$ 。

因此, LOFDM 系统接收端输入的等效基带信号  $r(n)$  的时变自相关函数为

$$\begin{aligned} c_r(n, \tau) &= E\{r(n)r^*(n - \tau)\} \\ &= e^{j2\pi\theta_e\tau} E\{(x \otimes h)(n - n_e)(x \otimes h)^*(n - n_e - \tau)\} + c_\rho(\tau) \end{aligned} \quad (3)$$

$$\text{令 } gh(n, \tau) = E\{((g \otimes h)(n - n_e))((g \otimes h)^*(n - n_e - \tau))\},$$

$\Gamma_{N/2}(\tau) = \sum_{l=0}^{N/2-1} e^{j2\pi 2l\tau/N}$ 。在慢时变衰落信道下, 把式(1)代入式(3)得(推导略)

$$\begin{aligned} c_r(n, \tau) &= e^{j2\pi\theta_e\tau} \sigma_c^2 \Gamma_{N/2}(\tau) \sum_{k=-\infty}^{\infty} [gh(n - kM, \tau) \\ &\quad + gh(n - kM - M/2, \tau) e^{j2\pi\tau/N}] + c_\rho(\tau) \end{aligned} \quad (4)$$

又由  $gh(n, \tau)$  仅是  $n$  和  $\tau$  的函数, 于是有

$$\begin{aligned} c_r(n + M, \tau) &= e^{j2\pi\theta_e\tau} \sigma_c^2 \Gamma_{N/2}(\tau) \sum_{k=-\infty}^{\infty} [gh(n + M - kM, \tau) \\ &\quad + gh(n + M - kM - M/2, \tau) e^{j2\pi\tau/N}] + c_\rho(\tau) \\ &\stackrel{k'=k-1}{=} e^{j2\pi\theta_e\tau} \sigma_c^2 \Gamma_{N/2}(\tau) \sum_{k'=-\infty}^{\infty} [gh(n - k'M, \tau) \\ &\quad + gh(n - k'M - M/2, \tau) e^{j2\pi\tau/N}] + c_\rho(\tau) \\ &= c_r(n, \tau) \end{aligned} \quad (5)$$

因此, 接收到的 LOFDM 信号是二阶周期平稳的, 周期为  $M$ 。

### 4 LOFDM 系统同步参数的盲估计

由上节知,  $c_r(n, \tau)$  关于  $n$  成周期函数, 周期为  $M$ 。因此, 对任一固定的  $\tau$ , 可对  $c_r(n, \tau)$  进行傅里叶变换, 变换后频域形式为

$$C_r(k, \tau) = \frac{1}{M} \sum_{n=0}^{M-1} c_r(n, \tau) e^{-j(2\pi/M)kn}, \quad k = 0, 1, \dots, M-1 \quad (6)$$

把式(4)代入式(6)计算(推导略)得

$$\begin{aligned} C_r(k, \tau) &= \left( \sum_{l=1}^L \sigma_{h_l}^2 e^{-j(2\pi/M)kn_l} \right) \frac{\sigma_c^2}{M} e^{j2\pi\theta_e\tau} e^{-j(2\pi/M)kn_e} \\ &\quad \cdot \Gamma_{N/2}(\tau) A^{(g,g)} \left( \tau, \frac{k}{M} \right) [1 + (-1)^k e^{j2\pi\tau/N}] + c_\rho(\tau) \delta(k) \end{aligned} \quad (7)$$

进行相干接收时, 接收端需要信道状态信息, 于是在此

将信道状态看作已知的, 因此多径影响产生的乘积因子  $\sum_{l=1}^L \sigma_{h_l}^2 e^{-j(2\pi/M)kn_l}$  是已知的; 又由于式中  $\sigma_c^2$ ,  $\Gamma_{N/2}(\tau)$  和  $A^{(g,g)}(\tau, k/M)$  在接收端也已知, 因此可定义新的函数以消除它们的影响。

$$G(k, \tau) =$$

$$\begin{cases} \frac{C_r(k, \tau)}{\left( \sum_{l=1}^L \sigma_{h_l}^2 e^{-j(2\pi/M)kn_l} \right) \frac{\sigma_c^2}{M} \Gamma_{N/2}(\tau) A^{(g,g)} \left( \tau, \frac{k}{M} \right) [1 + (-1)^k e^{j2\pi\tau/N}]}, & [k, \tau] \in I \\ 0, & \text{其它} \end{cases} \quad (8)$$

式中  $I = \{[k, \tau] \mid \Gamma_{N/2}(\tau) A^{(g,g)} \left( \tau, \frac{k}{M} \right) [1 + (-1)^k e^{j2\pi\tau/N}] \neq 0\}$ 。

把式(7)代入式(8), 得

$$\begin{aligned} G(k, \tau) &= e^{j2\pi\theta_e\tau} e^{-j(2\pi/M)kn_e} + c_\rho(\tau) \cdot \left\{ \left( \sum_{l=1}^L \sigma_{h_l}^2 e^{-j(2\pi/M)kn_l} \right) \right. \\ &\quad \cdot \frac{\sigma_c^2}{M} \Gamma_{N/2}(\tau) A^{(g,g)} \left( \tau, \frac{k}{M} \right) [1 + (-1)^k e^{j2\pi\tau/N}] \left. \right\}^{-1} \\ &\quad \cdot \delta(k), \quad [k, \tau] \in I \end{aligned} \quad (9)$$

被估计的同步参数  $\theta_e$  和  $n_e$  位于上式右边第 1 项的指数中, 并且上式在形式上与文献[3]的式(18), 式(19)及文献[4]的式(7)类似。于是, 本文利用该式给出 LOFDM 系统符号定时和载波频率偏差的盲估计式如下。

LOFDM 系统载波频率偏差估计<sup>[3]</sup>:

$$\begin{aligned} \hat{\theta}_e &= \frac{\arg\{G(k, \tau)G(M-k, \tau)\}}{4\pi\tau}, \\ &[k, \tau] \in I \text{ 且 } \tau \neq 0, \quad k \in [1, M-1] \end{aligned} \quad (10)$$

LOFDM 系统定时估计<sup>[4]</sup>:

$$\hat{n}_e = -\frac{M}{2\pi k} \arg\{G(k, \tau)\}, \quad \tau = 0 \quad (11)$$

式中  $\arg(\cdot)$  表示相位的解卷绕<sup>[6]</sup>。

为了降低循环自相关的不确定性的影响, 采用取平均的方法得到如下的定时和载波频率偏差估计器

$$\begin{aligned} \hat{\theta}_e &= \frac{1}{4\pi} \frac{\sum_{[k, \tau] \in I'} \arg\{G(k, \tau)G(M-k, \tau)\}}{|I'| \tau}, \\ I' &= \{[k, \tau] \mid [k, \tau] \in I \text{ 且 } k \neq 0, \tau \neq 0\} \end{aligned} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} \hat{n}_e &= -\frac{M}{2\pi} \frac{\sum_{[k, \tau] \in I''} \arg\{G(k, \tau)\}}{|I''| k}, \\ I'' &= \{[k, \tau] \mid [k, \tau] \in I \text{ 且 } \tau = 0, k \neq 0\} \end{aligned} \quad (13)$$

式中  $|\cdot|$  表示集合中的元素的个数。

对于广义平稳的信道噪声, 式(9)右边第 2 项在  $k \in [1, M-1]$  时为 0, 因此, 用  $G(k, \tau)$ ,  $k \in [1, M-1]$  进行同步参数估计时, 信道噪声不对估计产生影响。从式(10)可见, 载波频率偏差的捕获范围与  $\tau$  可取的最小值  $\tau_{\min}$  有关。由于  $\Gamma_{N/2}(\tau) = \sum_{l=0}^{N/2-1} e^{j2\pi 2l\tau/N}$  是已知的,  $\tau_{\min}$  不为 0 的最小值最多为  $N/2$ 。因此可估计的载波频率偏差范围为  $|\hat{\theta}_e| < 1/(2N)$ 。在  $N$  较大时, 可估计的载波频率偏差范围较小。

另外, 从式(10), 式(11)可见, 给出的估计器不相互依赖彼此的估计值, 因此, 不存在估计偏差的相互影响。

### 5 仿真实验及分析

在具有 40 个子载波, 符号周期为 50, 脉冲成形滤波器长度为 600 的 LOFDM 系统下<sup>[7]</sup>, 对本文提出的算法进行了仿真实验。仿真时采用 WSSUS 信道, 多径数为 2, 多径强度延迟剖面服从指数关系, 每一径都服从瑞利衰落<sup>[8,9]</sup>, 并且每个子信道存在加性高斯白噪声。每个信噪比(SNR)下进行 400 次试验, 每次试验取 100 个 LOFDM 符号, 每个子信道采用 QPSK 调制。采用估计的偏差的绝对值和最小均方误差来评价该估计器的性能。为证实该算法是文献[3, 4]算法在 LOFDM 系统下推广的正确性, 本文还给出了算法在 OFDM 系统下的性能<sup>[3,4]</sup>。

图 1 给出了 LOFDM 系统在不同载波频率偏差下估计偏差的绝对值与 SNR 的关系。由图中曲线知, 估计偏差的绝对值几乎不随信噪比(SNR)变化, 这与本文的理论推导是相符的。图 2 给出 OFDM 系统的频偏估计偏差的绝对值<sup>[3]</sup>与 SNR 的关系。从图 1、图 2 的比较可见, 把文献[3]的频偏估计器扩展到 LOFDM 系统仍然保持了该估计器的性能与 SNR 无关的特性。因此, 频偏估计器在广义平稳加性信道噪声下适用的 SNR 范围较大, 即使在 SNR 为 0 的情况下也能正常工作。

图 3、图 4 给出了符号定时估计器在 LOFDM 系统与 OFDM 系统下的性能。由图 3、图 4 中曲线可见, 归一化的定时估计的均方误差都与 SNR 无关。因此把文献[4]的符号

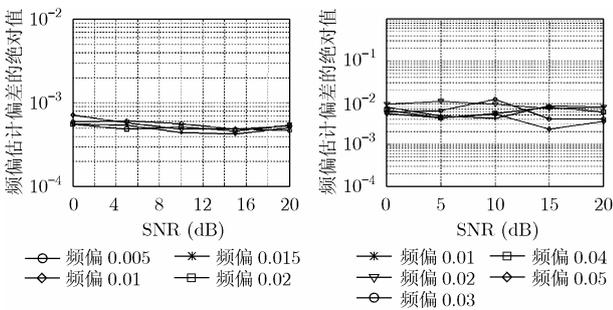


图 1 LOFDM 的频偏盲估计性能 图 2 OFDM 的频偏盲估计性能

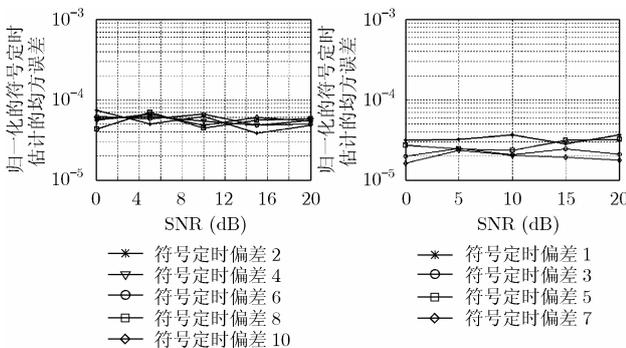


图 3 LOFDM 定时盲估计的性能 图 4 OFDM 定时盲估计的性能

定时估计器扩展到 LOFDM 系统也是可行的。

载波频率偏差对符号定时估计器的影响也通过仿真试

验进行了研究, 结果如图 5。从图中结果可见, 频偏不对符号定时估计器性能产生任何影响。同样, 定时错误也不影响频偏估计的精度, 在此不再给出仿真结果。图 6 给出在 AWGN 信道和频率选择性衰落信道下 LOFDM 盲估计器的性能, 可见它们的性能差别很小, 表明估计器在频率选择性衰落信道下仍能稳健的工作。

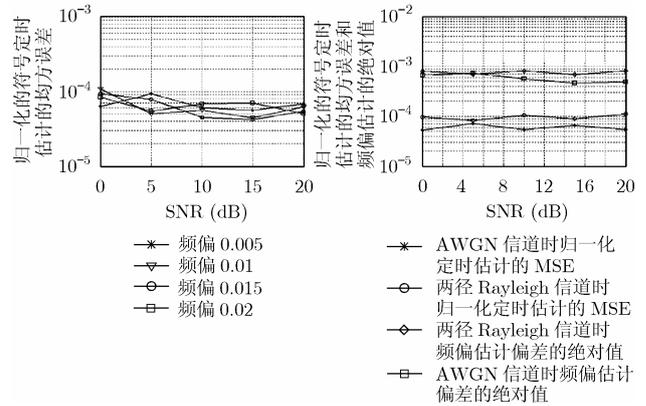


图 5 当符号定时偏差为 6 时, 不同频偏下 LOFDM 盲定时估计器的性能 图 6 不同信道下 LOFDM 盲估计器的性能

### 6 结束语

本文从证明 LOFDM 信号是周期平稳的出发, 论证了文献[3, 4]的基于信号周期平稳性的 OFDM 系统定时和频偏盲估计算法推广到 LOFDM 系统的可能性。然后给出 LOFDM 系统下估计器的表达式, 并从理论上分析了估计器的性能: 具有抗频率选择性衰落特性, 与接收端输入 SNR 无关, 并且符号定时和载波频率偏差估计器不相互依赖彼此的估计值, 从而避免了估计偏差的相互影响。最后由计算机仿真验证和比较了估计器在 LOFDM 系统和 OFDM 系统下的性能具有相同的性能。从而完成一种 LOFDM 定时和频偏的盲估计算法的理论推导和数值实验。由于频偏估计的范围较小, 因此本文提出的盲估计算法适于 LOFDM 的同步跟踪阶段。

### 参考文献

[1] Strohmer T and Beaver S. Optimal OFDM system design through optimal sphere coverings[A]. IEEE Proc. Int. Conf. Acoustic, Speech, and Signal Processing [C], Salt Lake city, USA, 2001, 4: 2373-2376.  
[2] Strohmer T and Beaver S. Optimal OFDM design for time-frequency dispersive channels[J]. IEEE Trans. on Commun., 2003, 51(7): 1111-1122.  
[3] Bölcskei H. Blind estimation of symbol timing and carrier frequency offset in wireless OFDM systems[J]. IEEE Trans. on Commun., 2001, 49(6): 988-999.  
[4] Park B, Ko E, Cheon H, and Kang C, et al. A blind OFDM synchronization algorithm based on cyclic correlation[A]. 2001 Global Telecommunications Conference[C], San,

- Antonio, Texas, USA, 2001, vol.5: 3116-3119.
- [5] 王宏禹. 非平稳随机信号分析与处理[M]. 北京: 国防工业出版社, 1999, 第9章.
- [6] 胡广书. 数字信号处理——算法、理论与应用[M]. 北京: 清华大学出版社, 1997, 第2章.
- [7] 简伟, 沈越泓, 李毅. 基于广义 Gabor 变换的最优 LOFDM 系统的脉冲成形[J]. 电子与信息学报, 2006, 28(7): 1274-1278. Jian Wei, Shen Yue-hong, and Li Yi. Pulse-shaping based on generalized gabor transform for optimal LOFDM system. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2006, 28(7): 1274-1278.
- [8] Proakis J G. 数字通信[M]. 北京: 电子工业出版社, 2001: 第14章.
- [9] Zheng Y R and Xiao C S. Simulation models with correct statistical properties for rayleigh fading channels[J]. *IEEE Trans. on Commun.*, 2003,51(6): 920-928.
- 简伟: 男, 1976年生, 博士生, 研究方向为无线通信、数字通信.
- 沈越泓: 男, 1959年生, 教授, 博士生导师, 主要研究方向为无线通信、软件无线电、抗干扰通信.