

OFDM 系统中信道有限反馈的门限设置研究

唐志华 朱有团 卫 国 朱近康

(中国科学技术大学电子工程与信息科学系 合肥 230027)

摘 要: 基于多用户下行 OFDM 系统资源分配及有限反馈理论的研究, 该文推导了基于门限设置的信道有限反馈的容量及容量损失的数学表达式, 并提出了 3 种信道有限反馈的门限设置方案。这 3 种方案利用多用户分集, 从反馈中断概率、容量损失及反馈效用 3 个角度来设置门限。数值计算结果表明, 通过适当的门限设置, 可以在相对较少的容量损失下, 较大程度地减少反馈量, 使得下行多用户 OFDM 资源分配算法在实际中可以有效应用。

关键词: 多用户分集; 下行 OFDM 系统; 有限反馈; 反馈中断概率; 反馈效用

中图分类号: TN929.5

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2007)04-0933-05

Threshold Setting of Channel Limited Feedback in OFDM System

Tang Zhi-hua Zhu You-tuan Wei Guo Zhu Jin-kang

(Department of Electronic Engineering, Univ. of Sci. & Tech. of China, Hefei 230027, China)

Abstract: In this paper, mathematical expression of channel capacity as well as channel capacity loss due to feedback threshold setting are proposed, which is based on research on resource management in downlink multiuser OFDM systems and limited feedback theory. Three threshold setting schemes are proposed, which are from the aspects of feedback outage probability, capacity loss and feedback utility. Numerical results demonstrate that through setting threshold properly, the feedback can be decreased greatly at the cost of little capacity loss, leading to effective application of resource allocation algorithms in downlink multiuser OFDM systems.

Key words: Multiuser diversity; Downlink OFDM system; Limited feedback; Feedback outage probability; Feedback utility

1 引言

OFDM 作为一种已在无线 LAN 中(如 802.11a/g,ETSI HIPERLAN/2)使用的很有前景的多址接入方案, 能够提供高速率数据传送。自适应的资源分配方案被认为是有效利用有限的功率和频谱资源的关键技术。所以, OFDM 系统中的资源分配问题, 特别是在下行多用户系统中, 包括子载波分配, 功率分配, 比特分配等, 也越来越多地引起人们的研究兴趣, 文献[1-6]是研究这些问题的典型文献。这些文献挖掘了多用户 OFDM 系统的多用户分集, 频率分集等, 极大提高了频谱效率和功率效率。但是, 基站进行资源分配时, 无一例外, 都需要知道每个用户在每个子载波上的信道信息。对于 FDD 系统, 下行链路信道信息必须通过专门的反馈信道, 由用户估计然后反馈给基站。那么, 对于用户数 N , 子载波数 M 的 OFDM 系统, 需要反馈 MN 个实数, 当 N, M 比较大的时候, 反馈量就很大。在多用户 OFDM 系统中, 一般不允许多个用户共享子载波。所以, 在多用户 OFDM 下行资源分配中, 真正用到的只是某个子载波上信道条件比较好的一个用户的信道信息, 其他反馈信息只是为了进行比较,

方便调度。理想的情况是每个子载波只有最好或较好的一个用户反馈信道, 但实际上是很难实现的, 因为用户端彼此并不知道其他用户的信息。

为了减少反馈量, 考虑有限反馈, 相对于全反馈, 有限反馈反馈的是部分信道信息。在本文所考虑的系统, 有两种有限反馈方法可供选择: 一种是固定反馈信道好的用户信道信息的个数^[7]; 另一种是基于门限设置的方法, 只有大于门限的用户才需要反馈信道信息。在基于门限设置的方法中, 文献[8,9]都是研究 1bit 反馈的门限值设置问题, 这种只反馈 0, 1 来指示信道大于或小于门限值的方法, 提供的信息量非常有限, 给实际中自适应资源分配算法的实现带来了较大的限制。因此, 为了有效使用下行多用户 OFDM 资源分配算法, 在本文中, 大于门限的用户反馈的是整个信道信息, 而不仅仅是指示信道大于门限与否的 1bit 信息, 因而文献[8,9]中门限设置的方法已经不能直接使用。

目前, 对反馈整个信道信息的有限反馈门限设置的研究还很少, 本文对该问题进行了研究。因为信道是时变的, 每次的反馈量并不固定, 所以门限要从统计意义上进行设置。本文从反馈中断概率、容量损失、反馈效用 3 个不同的角度设置门限: 方案 1 是从反馈中断概率间接反映容量损失的角度进行门限设置; 方案 2 在推导基于门限设置的信道有限反

馈的容量及容量损失的数学表达式基础上, 直接从容量损失的角度进行设置; 方案 3 通过构造效用函数, 能够达到反馈少一些用户, 但又不损失太多容量的目的。这些方案的公式推导基于瑞利衰落信道, 但其思想可以应用于其他类型信道。数值计算结果表明, 通过适当的门限设置, 可以在相对较少的容量损失下, 较大程度地减少反馈量, 使得下行多用户 OFDM 资源分配算法在实际中可以有效应用。

本文第 2 节介绍了下行多用户 OFDM 系统框图; 第 3 节推导了全信息反馈和基于门限设置的有限反馈的信道容量及平均反馈用户数的数学表达式; 第 4 节描述了 3 种门限设置方案; 第 5 节是数值计算结果, 并对 3 种方案的结果进行了分析; 最后是结束语。

2 系统框架

考虑如图 1 所示的 N 个用户的下行 OFDM 系统框图。

在 FDD 系统中, 基站在进行下行资源分配时, 所需的下行信道信息的获得, 一般是通过在下行链路发送训练序列, 用户端进行信道估计, 然后通过反馈链路反馈给基站端。在基于门限的信道有限反馈中, 每个用户反馈的是 M 个子载波中大于门限的所有子信道。

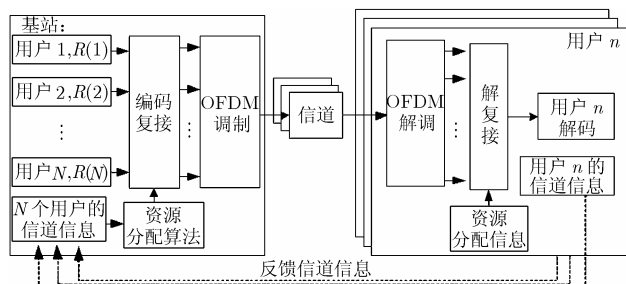


图 1 下行多用户 OFDM 系统框图

3 平均信道容量和反馈用户数

在资源分配中, 频谱效率是重要的性能参数, 所以选择每个子信道的容量和平均反馈用户数作为有限反馈方案的性能指标。将 OFDM 系统的每个子载波看作一个子信道, 由 M 个并行子信道组成, 一个子信道的分配不受其他子信道的影响。为了简化问题, 本文采用同文献[8]的处理方法, 考虑各子信道独立衰落, 因此, 每个子信道单独进行资源调度, 以下只需考虑一个单独的子信道。

首先推导有关信道容量的公式。对于全信道反馈的情况, 该子信道的信道容量由信道增益最大的用户决定。假设用户的信道均为 Rayleigh 衰落信道, 其概率分布函数是

$$p(r) = \begin{cases} \frac{r}{\delta^2} e^{-r^2/(2\delta^2)}, & 0 \leq r \leq \infty \\ 0, & r < 0 \end{cases} \quad (1)$$

信道增益小于 x 的概率为

$$P(r < x) = \int_0^x p(r) dr = 1 - e^{-x^2/(2\delta^2)} \quad (2)$$

N 个用户的信道均小于 x 的概率是

$$P_N(x) = P_N(r_1, \dots, r_N < x) = \prod_{i=1}^N P(r < x) = [P(r < x)]^N \\ = \left(1 - e^{-x^2/(2\delta^2)}\right)^N \quad (3)$$

因此所有用户的反馈信道的信道容量是

$$C_{\text{full}} = \int_0^\infty \log_2(1 + \rho x^2) dP_N(x) \\ = \int_0^\infty \log_2(1 + \rho x^2) \cdot \left[N \left(1 - e^{-x^2/(2\delta^2)}\right)^{N-1} e^{-x^2/(2\delta^2)} \frac{x}{\delta^2}\right] dx \quad (4)$$

其中 ρ 是一个跟信道噪声功率, 分配功率及“SNR gap”有关的量。由式(4)不难得出, 在多用户系统中, 随着用户数 N 的增加, 信道容量 C_{full} 也会随之增加, 即信道条件最好的用户其信道增益值较大的概率增大, 文献[10]最早将其称为多用户分集。

对于基于门限的信道有限反馈情况, 如果每个用户只反馈大于某个门限的若干个信道信息, 那么很可能出现某个子载波上没有用户反馈的情况, 本文定义一个反馈中断概率, 来反映没有用户反馈的概率。为简单起见, 出现这种情况时, 本文的处理是将该子载波丢弃不用, 那么该子载波上的容量为 0。假设 N 用户系统的门限是 $R(N)$, 则用户的信道大于门限的概率是

$$P = P(r \geq R(N)) = \int_{R(N)}^\infty p(r) dr = e^{-R(N)^2/(2\delta^2)} \quad (5)$$

用户间信道衰落独立, 有 k 个用户反馈的概率 P_k 为

$$P_k = \binom{N}{k} P^k (1-P)^{N-k} \quad (6)$$

有 k 个用户反馈时的信道容量 C_k 为

$$C_k = \int_0^\infty \log_2(1 + \rho x^2) dP_k(x) \quad (7)$$

其中 $P_k(x)$ 表示有 k 个用户反馈的信道累积分布函数(CDF):

$$P_k(x) = P(r_1, \dots, r_k < x / r_1, \dots, r_k > R(N)) \\ = \begin{cases} \frac{P(R(N) < r_1, \dots, r_k < x)}{P(r_1, \dots, r_k > R(N))}, & x > R(N) \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \quad (8)$$

而

$$\frac{P(R(N) < r_1, \dots, r_k < x)}{P(r_1, \dots, r_k > R(N))} \\ = \prod_{i=1}^k P(R(N) < r < x) / \prod_{i=1}^k P(r > R(N)) \\ = \left(e^{-R(N)^2/(2\delta^2)} - e^{-x^2/(2\delta^2)}\right)^k / \left(e^{-R(N)^2/(2\delta^2)}\right)^k \\ = \left(1 - e^{-[x^2 - R(N)^2]/(2\delta^2)}\right)^k \quad (9)$$

所以

$$P_k(x) = \begin{cases} \left(1 - e^{-[x^2 - R(N)^2]/(2\delta^2)}\right)^k, & x > R(N) \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \quad (10)$$

总的信道容量为

$$\begin{aligned} C_{\text{total}} &= \sum_{k=1}^N P_k C_k = \sum_{k=1}^N \binom{N}{k} P^k (1-P)^{N-k} \\ &\quad \cdot \int_0^\infty \log_2(1 + \rho x^2) dP_k(x) \\ &= \int_0^\infty \log_2(1 + \rho x^2) d \sum_{k=1}^N \binom{N}{k} P^k (1-P)^{N-k} P_k(x) \\ &= \int_{R(N)}^\infty \log_2(1 + \rho x^2) d \left(1 - e^{-x^2/(2\delta^2)}\right)^N \\ &= \int_{R(N)}^\infty \log_2(1 + \rho x^2) \left\{ N \left[1 - e^{-x^2/(2\delta^2)}\right]^{N-1} \right. \\ &\quad \left. \cdot e^{-x^2/(2\delta^2)} \frac{x}{\delta^2} \right\} dx \end{aligned} \quad (11)$$

有限反馈方案的另一个性能指标——每个子信道上的平均反馈用户数为

$$K(N) = \sum_{k=0}^N P_k \cdot k \quad (12)$$

自此,我们推出了基于门限设置的有限反馈的平均信道容量和平均反馈用户数的数学表达式。

4 有限反馈门限设置

基于门限设置的有限反馈,如果门限固定,随着系统中用户数的增加,大于门限的用户数增多,需要反馈的用户数也会增加。通常设置门限 $R(N)$ 是关于总用户数 N 的递增函数。

从反馈中断概率、容量损失、反馈效用等不同角度,本文提出3种方案如下:

方案1 基于反馈中断概率的门限设置

设反馈中断概率为 $\gamma(N)$, 则由式(3)不难推得

$$\gamma(N) = P_N(R(N)) = \left(1 - e^{-R(N)^2/(2\delta^2)}\right)^N \quad (13)$$

实际上,有限反馈方案跟全反馈相比,容量的损失就在于有些时候没有用户反馈,因为只要有用户反馈,就可以选择信道增益最大的用户,所以反馈中断概率是一个跟容量的损失直接有关的量,反馈中断概率越大,容量损失越多。仿真中可以根据要求,设定 $\gamma(N) = \gamma_{\text{target}}$, 即得

$$R(N) = \{-2\delta^2 \ln[1 - \gamma_{\text{target}}^{1/N}]\}^{1/2} \quad (14)$$

方案2 基于容量损失的门限设置

方案1利用反馈中断概率对容量损失的影响来设定门限,也可以直接从容量损失的角度来设置门限:

$$\begin{aligned} C_{\text{lost}} &= C_{\text{full}} - C_{\text{total}} \\ &= \int_0^{R(N)} \log_2(1 + \rho x^2) \\ &\quad \cdot \left\{ N \left[1 - e^{-x^2/(2\delta^2)}\right]^{N-1} e^{-x^2/(2\delta^2)} \frac{x}{\delta^2} \right\} dx \end{aligned} \quad (15)$$

对于容量损失的衡量可采用两种策略:

(1)容量比例损失 假定容量损失的比例固定为 η , 则有

$$C_{\text{lost}} = \eta C_{\text{full}} \quad (16)$$

(2)容量绝对损失 在多用户系统中,由于多用户分集效应,容量随着用户数的增加而增加。在一定的容量损失比例下,用户数比较少时,损失比较小,但随着用户数的增加,损失也增加。所以可设定绝对容量损失 C_{lost} , 是一个不随用户数 N 变化的值 $C_{\text{lost}} = \text{const}$ 。

方案3 基于反馈效用的门限设置

为了反映平均反馈一次信道信息所带来的效用——信道容量,我们构造效用函数:

$$C_1 = \sum_{k=1}^N P_k C_k / k \quad (17)$$

定义一个这样的函数,目的是使得反馈更少,但又不能使容量损失太多。考虑两种极限性能:

(1) $R(N)$ 为 0,全反馈情况,即 $P_k = 0(k = 1, \dots, N-1)$, $P_N = 1$, 那么 $C_1 = C_{\text{full}}/N$, 当用户数 N 很大时, $\lim_{N \rightarrow \infty} C_1 = 0$;

(2) $R(N)$ 足够大,没有用户反馈,即 $P_k = 0(k = 1, \dots, N)$, 导致 $C_1 = 0$ 。

基于上述极限性能分析,存在 C_1 达到最大。因此优化目标为 $\max_{R(N)} C_1$ 。只要令 $\partial C_1 / \partial R(N) = 0$, 可求门限 $R(N)$ 。图2给出了当用户数 N 分别为 3, 5, 10, 20, 30, 50, 100 时的平均一次反馈效用和门限值的关系。

容量和反馈量是门限设置方案的主要的性能指标,以上3种方案,基于反馈中断概率和容量损失的门限设置,间接或直接地偏重于容量方面,而方案3则偏重于反馈量。

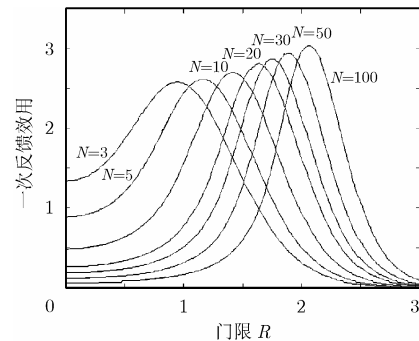


图2 不同用户数下的一次反馈效用与门限的关系

5 数值计算结果

仿真中采用与文献[7]相同的参数, $\rho = 10\text{dB}$, 并假设

$E[r_k^2] = 1$ 。本文从 3 个方面对 3 种方案进行了结果显示。方案 1 中选择反馈中断概率为 5%，方案 2 中选择容量损失比例为 5%，容量绝对损失为 0.2。这样选择参数，是为了使最终的反馈门限设置较为接近。3 种方案是从不同角度来解决这个问题，为了显示方便，画在一起。

(1) 3 种方案反馈门限 由图 3 可以看出，3 种方案的门限值都会随用户数的增加而增加，这符合通常要求。方案 1 和方案 2 的门限设置跟参数的设置有很大关系。方案 3 的门限设置由所用的效用函数决定。

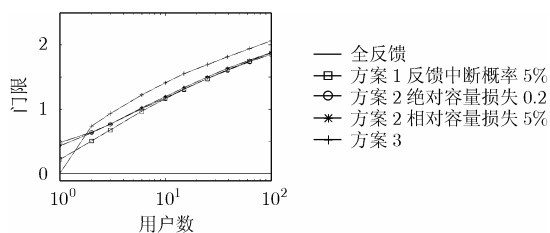


图 3 各种方案不同用户数下的门限比较

(2) 每个子载波上平均信道容量 从图 4 可以看到，无论是全反馈，还是 3 种设置门限的有限反馈，信道容量都会随用户数的增加而增加，即存在多用户分集。在所给方案 1，方案 2 的参数下，方案 3 平均损失 20% 左右，明显要比前两种方案中容量损失多一些。虽然反馈中断概率和容量损失比例是一样的，但反馈中断带来的容量损失要小。对这一点的解释是，反馈中断是拒绝信道较差(小于门限)的反馈带来的容量损失，因为对应的信道较差，因此容量损失相对于反馈的概率损失要小。

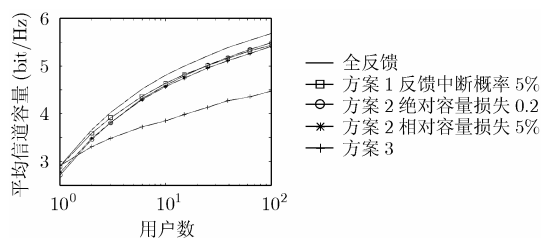


图 4 各种不同方案用户数下的平均信道容量比较

(3) 每个子载波平均反馈用户数 观察图 5，前两种方案中，当用户数为 100 时，平均有 3 个左右的用户进行反馈，反馈量减少了 97% 以上。方案 3 中随着用户数的增加，平均反馈用户数增加的速度相对慢些，当用户数为 100 时，平均只有 1.45 个用户进行反馈，反馈量减少多于 98%。这进一步说明反馈量的减少就是以容量的损失为代价的。容量损失越多，反馈量减少得越多。从图 5 中不难看出，以很小容量损失为代价，带来的反馈用户数的减少却很大，这也正是本文研究的意义所在。

当然，以上计算都是只考虑单个子信道的情况，由于本文假设各个子信道独立衰落，那么对于 M 个子信道的

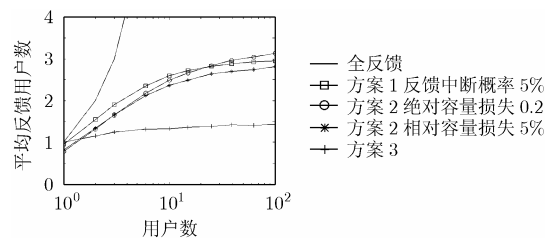


图 5 各种不同方案用户数下的平均反馈用户数比较

OFDM 系统，结论同样适用。而且这些基于门限设置的信道有限反馈方案也可以很容易地扩展到其他不同的信道中去。

6 结束语

本文针对现有的多用户下行 OFDM 系统中资源分配问题中，需要反馈大量信道信息问题，结合有限反馈理论，推导了基于门限设置的有限反馈的信道容量及容量损失的数学表达式。利用多用户分集，从反馈中断概率、容量损失、反馈效用 3 个不同的角度研究了门限设置问题，在减少反馈量的同时，使得实际系统设计中资源分配算法可以有效实现，具有重要的应用价值。

参考文献

- [1] Kivanc D and Liu H. Subcarrier allocation and power control for OFDMA. Signals, Systems and Computers, California(USA), 29 Oct-1 Nov. 2000, vol. 1: 147-151.
- [2] Cai J, Shen X, and Mark J W. Downlink resource management for packet transmission in OFDM wireless communication systems. Global Telecommunications Conference, San Francisco (USA), 1-5 Dec. 2003, vol. 6: 2999-3003.
- [3] Wong C Y, Tsui C Y, Cheng R S, and Letaief K B. A real-time sub-carrier allocation scheme for multiple access downlink OFDM transmission. Vehicular Technology Conference, Amsterdam(Netherlands), 19-22 Sept. 1999, vol. 2: 1124-1128.
- [4] Rhee W and Cioffi J M. Increase in capacity of multiuser OFDM system using dynamic subchannel allocation. Vehicular Technology Conference, Tokyo(Japan), 15-18 May 2000, vol. 2: 1085-1089.
- [5] Shen Z, Andrews J G, and Evans B L. Optimal power allocation in multiuser OFDM systems. Global Telecommunications Conference, San Francisco (USA), 1-5 Dec. 2003, vol. 1: 337-341.
- [6] Wong C Y, Cheng R S, Lataief K B, and Murch R D. Multiuser OFDM with adaptive subcarrier, bit, and power allocation. *IEEE J. on Selected Areas in Communications*, 1999, 17(10): 1747-1758.
- [7] Svedman P, Wilson S K, Cimini L J, Jr, and Ottersten B. A simplified opportunistic feedback and scheduling scheme for OFDM. Vehicular Technology Conference, Los Angeles(USA), 26-29 Sept. 2004, vol. 4: 1878-1882.

- [8] Sanayei S, Nosratinia A, and Aldhahir N. Opportunistic dynamic subchannel allocation in multiuser OFDM networks with limited feedback. Information Theory Workshop, IEEE, San Antonio(USA), 24-29 Oct. 2004: 182-186.
- [9] Rong Y, Vorobyov S A, and Gershman A B. On average one bit per subcarrier channel state information feedback in OFDM wireless communication systems. Global Telecommunications Conference, Dallas(USA), 2004, vol. 6: 4011-4015.
- [10] Knopp R and Humblet P. Information capacity and power control in single cell multiuser communications. Proc. IEEE Int.Computer Conference, Seattle(USA), June 1995, vol.1: 331-335.
- 唐志华: 女, 1982年生, 博士生, 研究方向为未来移动通信系统中的资源分配.
- 朱有团: 男, 1979年生, 博士生, 研究方向为无线通信中的信号检测.
- 卫 国: 男, 1959年生, 教授, 博士生导师, 研究方向为个人通信与移动通信、信号处理.
- 朱近康: 男, 1943年生, 教授, 博士生导师, 研究方向为移动通信与无线通信、扩频通信、通信中的信号处理.