

量子计算与遗传算法的融合及其在计算机通信网优化中的应用

孙力娟^① 王汝传^{①②}

^①(南京邮电大学计算机学院 南京 210003)

^②(南京大学计算机软件新技术国家重点实验室 南京 210093)

摘要: 该文将量子计算与遗传算法进行融合,其核心是在常规遗传算法中将量子的态矢量引入遗传编码,并自适应地进行量子旋转门的调整以实现染色体的演化,使算法具有更好的种群多样性和全局寻优能力。通过求解计算机通信网优化问题的实例,结果表明:新方法比采用常规遗传算法具有明显的高效性。

关键词: 量子计算; 遗传算法; 融合; 计算机网络优化

中图分类号: TN915

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2007)04-0920-04

Application of Combination of Quantum Computation and Genetic Algorithm to Computer Network Optimization

Sun Li-juan^① Wang Ru-chuan^{①②}

^①(College of Computer, Nanjing University of Posts and Telecommunications, Nanjing 210003, China)

^②(State Key Laboratory for Novel Software Technology, Nanjing University, Nanjing 210093, China)

Abstract: The algorithm in this paper is based on the combination of quantum computation and genetic algorithm. The core is that using a qubit representation instead of binary, numeric, or symbolic representations and the dynamic adjusting quantum rotation gate strategy are applied to accelerate convergence. So it has better diversity and global search capacity than the conventional genetic algorithm. The results of solving the optimal problems of communication nets show that the efficiency of the new method is obviously higher than that of the conventional genetic algorithm.

Key words: Quantum computation; Genetic algorithm; Combination; Computer network optimization

1 引言

目前启发式智能优化方法越来越受到人们的关注,如神经网络、遗传算法等,它们在传统方法无法解决的组合优化和 NP 类问题上获得良好的应用。但是这些方法都有其自身的优势和缺陷,因此对各种优化算法的融合研究,可以发挥各自的潜能,构造出性能更好的算法。

量子信息^[1,2]是信息科学和量子力学相结合的新兴交叉科学。量子世界的叠加态、相干性和纠缠性等特点使得量子信息系统能突破经典信息系统的极限,量子计算正是利用了这些特点。目前量子计算以其独特的计算性能成为研究的热点,尤其是通过量子并行计算尝试解决经典计算中的 NP 问题。

遗传算法的思想源于生物遗传学和适者生存的自然规律。遗传算法以群体中的所有个体为对象,并利用随机优化

技术指导对一个被编码的参数空间进行高效搜索。其中,选择、交叉和变异构成了遗传算法的基本遗传操作。遗传算法具有简单通用、鲁棒性强、适于并行处理等显著特点,但其明显的缺点是收敛速度慢和不成熟收敛。

目前,国内外已有一些论文对量子计算和遗传算法相结合进行了研究^[3-10]。

本文的算法是在常规遗传算法的基础上,对量子计算与遗传算法进行融合。首先,将量子的态矢量引入遗传编码,称为量子比特编码,以替代原有的二进制等数字编码,由于一条染色体可以表达多个态的叠加,因此融合算法比常规遗传算法拥有更好的多样性特征及较好的收敛性。其次,保留遗传算法选择、交叉和变异等基本操作,采用量子旋转门技术实现染色体的演化,并自适应地进行量子旋转门的调整,其作用是加快收敛速度及避免早熟收敛。通过求解计算机通信网优化问题的实例,结果表明融合算法可以实现比常规遗传算法更好的效果。

2 量子计算与遗传算法的融合(QCGA)

2.1 QCGA 算法总体框架

QCGA 算法的总体框架如图 1 所示。

2005-08-26 收到, 2006-03-13 改回

国家自然科学基金(60573141, 70271050), 江苏省自然科学基金(BK2005146), 江苏省自然科学基金预研项目(BK2004218), 江苏省高技术研究计划(BG2004004, BG2005038), 江苏省计算机信息处理重点实验室基金(KJS050001)和江苏省高校自然科学基金研究计划(04KJB520095)资助课题

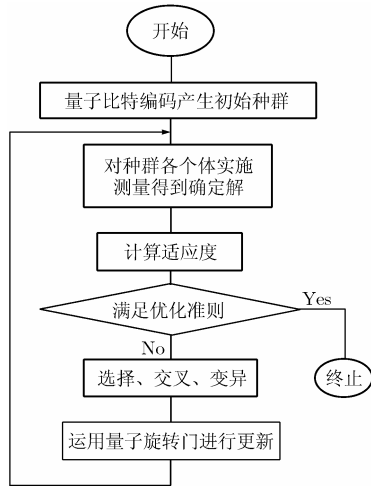


图 1 QCGA 算法流程图

2.2 量子比特编码

在量子信息论中，信息的载体称为量子比特。一个量子比特的状态可表示为

$$|\varphi\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle, \quad |\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1 \quad (1)$$

式中 α, β 是两个复常数， $|\alpha|^2, |\beta|^2$ 分别表示量子比特处于“0”态和“1”态的概率。

采用遗传算法中的二进制编码，对存在多态的问题进行量子比特编码，一个有 m 个量子比特位的系统可描述为

$$\begin{pmatrix} \alpha_1|\alpha_2|\dots|\alpha_m \\ \beta_1|\beta_2|\dots|\beta_m \end{pmatrix} \quad (2)$$

其中 $|\alpha_i|^2 + |\beta_i|^2 = 1, i = 1, 2, \dots, m$ 。

采用量子比特存储和表达一个基因，该基因可以作为一个“0”态或“1”态，或它们的任意叠加态，即该基因所表达的不是某一确定的信息，而是包含所有可能的信息，对该基因的任一操作也会同时作用于所有可能的信息，因此算法拥有良好的多样性特征。随着 $|\alpha|^2, |\beta|^2$ 趋于 0 或 1，量子比特编码的染色体将收敛到一个单一态，采用量子比特编码可以获得较好的收敛性。

2.3 量子旋转门自适应调整策略

在常规遗传算法中选用量子旋转门来进行更新操作。量子旋转门的调整操作如下：

$$\begin{pmatrix} \alpha_i^t \\ \beta_i^t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(\theta_i) & -\sin(\theta_i) \\ \sin(\theta_i) & \cos(\theta_i) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha_i \\ \beta_i \end{pmatrix} \quad (3)$$

其中 (α_i, β_i) 为染色体中的第 i 个量子比特， θ_i 为旋转角。

旋转门是最终实现演化操作的执行机构，文献[3]采用固定旋转角策略。文献[6]采用动态调整旋转角策略。本文采用动态调整策略，见表 1。

旋转角 $\theta_i = S(\alpha_i\beta_i)\Delta\theta_i$ ， $S(\alpha_i, \beta_i)$ 和 $\Delta\theta_i$ 分别代表旋转的方向和角度， $\Delta\theta_i$ 的取值在 $0.1\pi \sim 0.005\pi$ 之间。本文采用自适应的方法对其进行调整。该调整策略是考虑个体当前的测量值的适应度 $f(x_i)$ 和该个体当前目标值的适应度值 $f(b_i)$ ，如果 $(f(x_i) - f(b_i))/f(b_i) <$ 阈值(根据优化问题设定)，接近最优解的个体出现时，则减小 δ 值，加快收敛速度；反之， $(f(x_i) - f(b_i))/f(b_i) >$ 阈值，某一代解群中个体适应度不佳，则增加 δ 值，使解群跳出局部最优解或使得产生最优解的机会加大。

2.4 QCGA 算法的具体流程

(1)初始化种群，全部染色体的所有基因 (α_i^t, β_i^t) 初始化为 $(1/\sqrt{2}, 1/\sqrt{2})$ ，表示一个染色体所表达的是其全部可能状态的等概率叠加。

(2)对个体进行测量获得确定解，其中第 t 代的 $p(t) = \{x_1^t, x_2^t, \dots, x_n^t\}$ ，其长度为 m 的二进制串 $x_j^t (j = 1, 2, \dots, n)$ 的每一位为 0 或 1 是根据量子比特的概率 $(|\alpha_i^t|^2$ 或 $|\beta_i^t|^2, i = 1, 2, \dots, m)$ 选择得到的。方法是产生一个 $[0, 1]$ 随机数，若大于概率幅的平方，则 x_j^t 取值为 1，否则取值为 0。

(3)进行适应度评估，记下当前的最优解并与当前的目标值进行比较，如果大于目标值，则以新的最优解作为下一次迭代的目标值；否则，保持当前的目标值不变。

(4)满足优化准则，则程序终止；不满足，则进行选择、杂交和变异。

(5)采用自适应量子旋转门调整策略进行更新。

(6)重复(2)，进入循环迭代，随着迭代的进行，种群的解逐渐向最优解收敛。

3 计算机通信网优化问题的实例仿真

为了说明量子计算与遗传算法的融合(QCGA)的性能优势，本文将常规遗传算法及QCGA融合算法分别用于求解 Internet主干网vBNS^[11]的最小平均时延问题^[12]。

表 1 旋转角调整策略

x_i	b_i	$f(x) \geq f(b)$	$\Delta\theta_i$	$S(\alpha_i\beta_i)$			
				$\alpha_i\beta_i > 0$	$\alpha_i\beta_i < 0$	$\alpha_i = 0$	$\beta_i = 0$
0	1	false	0	0	0	0	0
0	1	true	δ	-1	+1	± 1	0
1	0	false	δ	-1	+1	± 1	0
1	0	true	δ	+1	-1	0	± 1
1	1	false	δ	+1	-1	0	± 1
1	1	true	δ	+1	-1	0	± 1

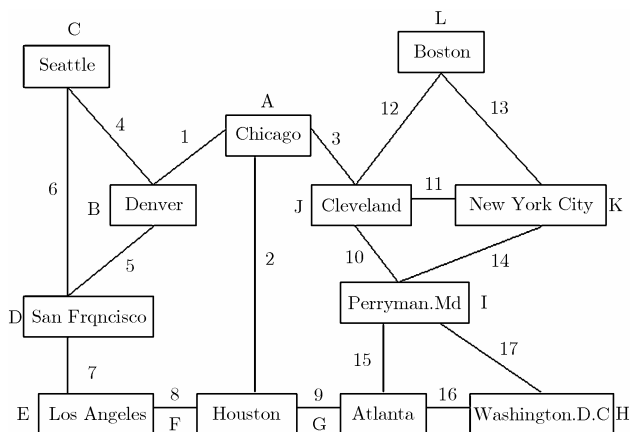


图 2 vBNS 的网络结构

vBNS 网络拓扑结构如图 2 所示。图 2 中包含 12 个节点，17 条链路，图中数字为链路编号。节点之间采用完全相同的通信线路，对每一个节点对， $\gamma_{ij} = \gamma_{ji}$ (γ_{ij} 表示节点 i 到 j 的通信量)。设数据包的平均分组长度为 $1/\mu = 800$ bit。节

点

间的通信量和候选路由矩阵如表 2 所示。待求通信量为：确定各节点对之间的最佳路由以及最小时延。

$$\text{优化目标函数为 } Z = \frac{1}{T} \sum_{l=1}^{17} \frac{\sum_{r=1}^{16} \xi_r \delta_{rl} x_r / \mu}{Q_l - \sum_{r=1}^{16} \xi_r \delta_{rl} x_r / \mu}$$

$$\text{约束条件为 } \sum_{r=1}^{16} \xi_r \delta_{rl} x_r / \mu \leq Q_l, \quad l=1,2,\dots,17;$$

$$x_j + x_{j+1} = 1, \quad j=1,2,\dots,17;$$

$$x_j = 0 \text{ 或 } 1, \quad j=1,2,\dots,16;$$

式中 δ_{rl} 为指示函数，当链路 l 在路由 r 中，取值为 1，否则为 0； Q_l 为链路 l 的容量； ξ_r 为与路由 r 相关的节点对的通信量； x_r 为优化变量，当候选路由 r 被选择作为与其相关的节点对之间的通信路由时，取值为 1，否则为 0； T 为网络总通信量 $T = \sum_{p=1}^{17} \xi_p$ 。

表 2 网络节点间的通信量和候选路由矩阵

	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
A	15	14	20	29	37	11	21	15	2	10	5
	AB	ABC	ABD	AFE	AF	AFG	X1X2	AJI	AJ	AJK	AJL
B		150	17	30	20	31	24	10	20	6	7
		BC	BD	BDE	BAF	BAFG	X3X4	BAJI	BAJ	BAJK	BAJL
C			114	25	39	69	40	21	20	7	10
			CD	CDE	X5X6	X7X8	X9X10	CBAJI	CBAJ	CBAJK	CBAJL
D				59	58	21	25	60	41	32	52
				DE	DEF	DEFG	DEFGH	X11X12	DBAJ	DBAJK	DBAJL
E					43	21	32	71	77	40	60
					EF	EFG	EFGH	EFGI	EFAJ	X13X14	EFAJL
F						120	50	90	10	20	30
						FG	FGH	FGI	FAJ	X15X16	FAJL
G							10	112	50	10	50
							GH	GI	GIJ	GIK	GIKL
H								101	20	51	31
								HI	HIJ	HIK	HIKL
I									24	41	50
									IJ	IK	IJK
J										90	80
										JK	JL
K											70
											KL

X1=AFGH, X2=AJIH, X3=BAFGH, X4=BAJIH, X5=CBAF, X6=CDEF, X7=CDEFG, X8=CBAFG, X9=CBAFGH, X10=CBAJIH, X11=DEFGI, X12=DBAJI, X13=EFGIK, X14=EFAJK, X15=FGIK, X16=FAJK。

表 3 GA 和 QCGA 实验结果

	最大迭代次数(maxgen)	20	50	100
常规遗传算法(GA)	成功率	0.843421	0.980423	0.997451
	第 1 次找到最优解的代数	6.956446	8.98245	11.74562
量子计算与遗传算法融合	成功率	0.903429	0.985143	0.999857

(QCGA)	第1次找到最优解的代数	5.60753	8.28698	8.05286
--------	-------------	---------	---------	---------

由于要比较算法的性能,一次进化的结果带有很大的随机性,因此本文的实验进行多次进化,以多次进化的成功率与算法找到最优路径的平均迭代次数作为评价指标。实验中取次数 total=7000,最大进化代数 maxgen 分别取 20, 50, 100。最终衡量算法性能优劣的指标:(1)最优结果平均第 1 次出现的代数,(2)在 maxgen 代内进化成功的百分比。

采用 GA 和 QCGA 两种方法均能得到最优解: $Z = 0.0117315$; x 的取值为 [00100110]。实验结果见表 3 及图 3、图 4。

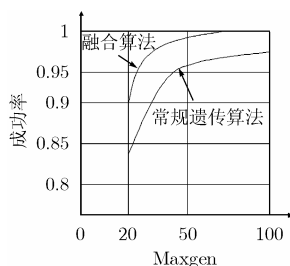


图3 进化成功的百分比

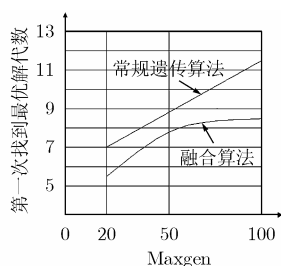


图4 第1次找到最优解代数

从仿真结果可以看出:量子计算和遗传算法相融合与常规遗传算法相比,其成功率高,第1次找到最优解的代数少,求解效率大大提高。

3 结束语

本文将量子计算与遗传算法融合,将量子的态矢量引入遗传编码,并自适应地进行量子旋转门的调整以实现染色体的演化,充分发挥了两者的潜能,使算法具有更好的种群多样性和全局寻优能力。通过求解计算机通信网优化问题的实例,结果表明:量子计算与遗传算法的融合方法比采用常规遗传算法具有明显的高效性,它同样适用求解其他 NP 问题。

参考文献

- [1] 解光军,庄振泉.量子神经网络[J].计算机科学,2001,28(7):1-6.
Jie Guang-jun and Zhuang Zhen-quan. Quantum neural networks. *Computer Science*, 2001, 28(7): 1-6.
- [2] 宋辉,戴葵,王志英.量子算法模拟系统现状[J].计算机科学,2000,27(9):1-3.
Song Hui, Dai Kui, and Wang Zhi-ying. Actuality of research on quantum algorithm simulator. *Computer Science*, 2000, 27(9): 1-3.
- [3] Han K H. Genetic quantum algorithm and its application to combinatorial optimization problems[C]. In: IEEE Proc. of the 2000 Congress on Evolutionary Computation, San Diego, USA, IEEE Press, July 2000: 1354-1360.
- [4] Narayanan A and Moore M. Quantum inspired genetic algorithm[C]. In: Proc. of the 1996 IEEE Intl. Conf. on Evolutionary Computation(ICEC96), Nogaya, Japan, IEEE Press, 1996: 41-46.
- [5] Li Bin and Zhuang Zhenquan. Genetic algorithm based on the quantum probability representation[C]. Intelligent Data Engineering and Automated Learning 2002(IDEAL 2002), Manchester, UK, Springer-Verlag, 2002: 500-505.
- [6] 杨俊安,庄振泉.量子遗传算法研究现状[J].计算机科学,2003,30(11):13-16.
Yang Jun-an, Zhuang Zhen-quan. Actuality of research on quantum genetic algorithm. *Computer Science*, 2003, 30(11): 13-16.
- [7] 张葛祥,李娜,金炜东,胡来招.一种新量子遗传算法及其应用[J].电子学报,2004,32(3):476-479.
Zhang Ge-xiang, Li Na, Jin Wei-dong, and Hu Lai-zhao. A novel quantum genetic algorithm and its application. *Acta Electronica Sinica*, 2004, 32(3): 476-479.
- [8] 杨淑媛,刘芳,焦李.一种基于量子染色体的遗传算法[J].西安电子科技大学学报(自然科学版),2004,31(1):76-81.
Yang Shu-yuan, Liu Fang, and Jiao Li-cheng. A novel genetic algorithm based on the quantum chromosome. *Journal of Xidian University(Natural Science)*, 2004, 31(1): 76-81.
- [9] 杨俊安,庄振泉,史亮.多宇宙并行量子遗传算法[J].电子学报,2004,32(6):923-928.
Yang Jun-an, Zhuang Zhen-Quan, and Shi Liang. Multi-universe parallel quantum genetic algorithm. *Acta Electronica Sinica*, 2004, 32(6): 923-928.
- [10] 杨俊安,李斌,庄振泉,钟子发.基于量子遗传算法的盲源分离算法研究[J].小型微型计算机系统,2003,24(8):1518-1523.
Yang Jun-an, Li Bin, Zhuang Zhen-quan, and Zhong Zi-fa. Quantum genetic algorithm and its application research in blind source separation. *Mini-Micro Systems*, 2003, 24(8): 1518-1523.
- [11] 高洁.计算机通信网最优流量分配的新算法——混沌模拟退火优化方法[J].通信学报,2001,22(11):64-71.
Gao Jie. A new algorithm for computing the flow assignment of computer communication networks-chaos simulated annealing algorithm. *Journal on Communications*, 2001, 22(11): 64-71.
- [12] 吴新余,孙力娟.改进交叉方式的遗传算法在求解通信网优化问题中的应用[J].通信学报,1997,18(10):15-21.

孙力娟:女,1963年生,教授,博士生,研究方向为计算机网络、计算机技术在通信中的应用和智能优化方法等。
王汝传:男,1943年生,教授,博士生导师,主要研究方向为计算机软件、计算机网络和网络、信息安全、移动代理和虚拟现实技术等。