

## 基于高阶累积量虚拟阵列扩展的 DOA 估计

陈建 王树勋

(吉林大学通信工程学院 长春 130022)

**摘要:** 该文提出了一种基于高阶累积量虚拟阵列扩展的 DOA 估计新方法。该方法基于高阶累积量孔径扩展的性质,由实际阵元的坐标与方向矢量直接计算出虚拟阵元的坐标与方向矢量,利用两种阵元的坐标之间的关系构造四阶或六阶协方差矩阵,运用 MUSIC 方法对非高斯独立信号源进行 DOA 估计。该方法在任意阵列的情况下,对非高斯独立信号源进行一维与二维 DOA 估计,均能准确地估计出多于实际阵元数目的方向角与仰角。实验表明,该方法简单、有效地扩展了阵列孔径,提高了阵列的空间分辨能力,有效地抑制了高斯噪声的干扰,降低了高阶累积量协方差矩阵的计算量。

**关键词:** 虚拟阵列(VA); 均匀圆阵(UCA); DOA 估计; 四阶累积量; 阵列扩展

中图分类号: TN911.72

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2007)05-1041-04

## DOA Estimation of Virtual Array Extension Based on Fourth-order Cumulant

Chen Jian Wang Shu-xun

(College of Communication Engineering, Jilin University, Changchun 130022, China)

**Abstract:** A new method of DOA estimation is presented based on higher-order cumulant. Using the aperture extension property of higher-order cumulant, this method calculates the coordinate and steer vector of virtual sensors from the coordinate and steer vector of actual sensors, uses the their relation to construct the fourth-order or sixrth-order covariance matrix, thus using MUSIC algorithm to estimate DOA. This method could extend arbitrary array aperture efficiently based actual array aperture efficiently and estimate the azimuth and elevation of more non-Gaussian independent sources than the number of the actual sensors. It is shown through the simulations that this method is simple and valid for virtual array extension virtual array and increases the resolution of the actual array, the Gaussian noise is suppress significantly and computation cost is significantly reduced.

**Key words:** Virtual Array (VA); Uniform Circular Array (UCA); DOA estimation; Fourth-order cumulant; Array extending

### 1 引言

近二十年来,在方向估计(DOA)处理领域里,针对非高斯信号源发展起来许多高阶累积量阵列处理方法<sup>[1-6]</sup>。高阶累积量方法与二阶方法相比,其突出优点是能有效扩展阵列的孔径,能够估计出多于阵元数更多的非高斯信号源,并能够提高阵列处理方法的分辨率。

1995年, Dogan和Mendel<sup>[1]</sup>提出了一种虚拟孔径扩展(Virtual Cross-Correlation Computation(VC<sup>3</sup>))的新颖算法,并证明了用有限的 $N$ 个阵元可以对 $N$ 若干倍信源进行估计,但是该方法确定虚拟阵元的位置较复杂。2003年, Shan等提出的基于四阶累积量的Music-like<sup>[2]</sup>阵列扩展方法,该方法能够很好地扩展阵列孔径,但是计算量较大。为此,本文提出了一种非常简单、直接进行虚拟阵列的扩展方法,并运用扩展的虚拟阵列进行非高斯独立信源的DOA估计。

### 2 信号模型与虚拟阵列概念

考虑 $N$ 个窄带阵元构成的阵列,假设信源为相互统计独立 $P$ 个远场窄带源,到达波方向如图1所示。若以 $\mathbf{y}(t)$ 表示阵元观测信号矢量, $\mathbf{v}(t)$ 为噪声矢量, $\mathbf{s}(t)$ 为信源信号矢量, $\theta_i$ 为第 $i$ 信号源的方位角, $\varphi_i$ 为第 $i$ 信号源的仰角,则第 $k$ 个阵元的观测信号为

$$y_k(t) = \sum_{i=1}^P s_i(t)a(\theta_i, \varphi_i) + v_k(t) \quad (1)$$

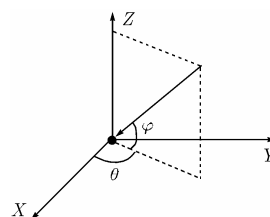


图1 到达波方向图

将上式写为矢量形式

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{A}\mathbf{s}(t) + \mathbf{v}(t) \quad (2)$$

$$\mathbf{y}(t) = [y_1(t), y_2(t), \dots, y_N(t)]_{N \times 1}^T \quad (3)$$

$$\mathbf{s}(t) = [s_1(t), s_2(t), \dots, s_P(t)]_{P \times 1}^T \quad (4)$$

$$\mathbf{v}(t) = [v_1(t), v_2(t), \dots, v_N(t)]_{N \times 1}^T \quad (5)$$

$$\mathbf{A} = [\mathbf{a}(\theta_1, \varphi_1), \mathbf{a}(\theta_2, \varphi_2), \dots, \mathbf{a}(\theta_P, \varphi_P)]_{N \times P} \quad (6)$$

若仅考虑到阵列的空间分布<sup>[3]</sup>, 矢量  $\mathbf{a}(\theta_i, \varphi_i)$  的第  $n$  ( $1 \leq n \leq N$ ) 个元素为

$$a_n(\theta_i, \varphi_i) = \exp\{j2\pi[x_n \cos(\theta_i) \cos(\varphi_i) + y_n \sin(\theta_i) \cos(\varphi_i) + z_n \sin(\varphi_i)]/\lambda\} \quad (7)$$

式中  $\lambda$  为信号源的波长,  $(x_n, y_n, z_n)$  为阵列的第  $n$  个阵元的坐标。

对零均值平稳信号源, 观测信号的二阶协方差矩阵  $\mathbf{R}_y$  为

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_y &= E[\mathbf{y}(t)\mathbf{y}(t)^H] = \mathbf{A}\mathbf{R}_s\mathbf{A}^H + \sigma^2\mathbf{I} \\ &= \sum_{i=1}^P R_s(i, i)\mathbf{a}(\theta_i, \varphi_i)\mathbf{a}(\theta_i, \varphi_i)^H + \sigma^2\mathbf{I} \end{aligned} \quad (8)$$

其中  $\sigma^2$  为噪声的方差,  $\mathbf{R}_s = E[\mathbf{s}(t)\mathbf{s}(t)^H]$ 。

同理, 观测信号的四阶协方差矩阵  $\mathbf{Q}_y$ <sup>[3,4]</sup> 为

$$\begin{aligned} \mathbf{Q}_y[i, j, k, l] &= \text{cum}(y_i(t), y_j(t)^*, y_k(t)^*, y_l(t)) \\ &\quad - E[y_i(t)y_j(t)^*y_k(t)^*y_l(t)] - E[y_i(t)y_j(t)^*] \\ &\quad \cdot E[y_k(t)^*y_l(t)] - E[y_i(t)y_k(t)^*]E[y_j(t)^*y_l(t)] \\ &\quad - E[y_i(t)y_l(t)]E[y_k(t)^*y_j(t)^*] \end{aligned} \quad (9)$$

其中  $\forall i, j, k, l \in \{1, 2, \dots, P\}$ 。

$$\begin{aligned} \mathbf{Q}_y &= (\mathbf{A} \otimes \mathbf{A}^*)\mathbf{Q}_s(\mathbf{A} \otimes \mathbf{A}^*)^H \\ &= \sum_{i=1}^P \mathbf{Q}_s(i, i, i, i)[\mathbf{a}(\theta_i, \varphi_i) \otimes \mathbf{a}(\theta_i, \varphi_i)^*] \\ &\quad \cdot [\mathbf{a}(\theta_i, \varphi_i) \otimes \mathbf{a}(\theta_i, \varphi_i)^*]^H \end{aligned} \quad (10)$$

其中  $\otimes$  为 Kronecker 积,  $*$  表示矢量的共轭,  $\mathbf{Q}_s$  为信号矢量  $\mathbf{s}(t)$  的四阶协方差矩阵。

$$\begin{aligned} [\mathbf{a}(\theta_i, \varphi_i) \otimes \mathbf{a}(\theta_i, \varphi_i)^*]_{r,q} &= \exp\{j2\pi[(x_r - x_q) \cos(\theta_i) \cos(\varphi_i) + (y_r - y_q) \sin(\theta_i) \\ &\quad \cdot \cos(\varphi_i) + (z_r - z_q) \sin(\varphi_i)]/\lambda\} \end{aligned} \quad (11)$$

其中  $(x_r, y_r, z_r)$ 、 $(x_p, y_p, z_p)$ ,  $1 \leq r, p \leq N$  为实际阵元的坐标。

定义观测信号的六阶累积量<sup>[3]</sup>为

$$\begin{aligned} \text{cum}6y(i, j, k, l, m, n) &= \text{cum}(y_i(t), y_j(t), y_k(t), y_l(t), \\ &\quad y_m(t)^*, y_n(t)^*) \end{aligned} \quad (12)$$

其中  $\forall i, j, k, l, m, n \in \{1, 2, \dots, P\}$ 。

则观测信号的六阶协方差矩阵  $\mathbf{R}_{6y}$ <sup>[3]</sup> 为

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_{6y} &= (\mathbf{A} \otimes \mathbf{A} \otimes \mathbf{A}^*)\text{cum}6y_s(\mathbf{A} \otimes \mathbf{A} \otimes \mathbf{A}^*)^H \\ &= \sum_{i=1}^P \text{cum}6_s(i, i, i, i, i, i)[\mathbf{a}(\theta_i, \varphi_i) \otimes \mathbf{a}(\theta_i, \varphi_i) \otimes \mathbf{a}(\theta_i, \varphi_i)^*] \\ &\quad \cdot [\mathbf{a}(\theta_i, \varphi_i) \otimes \mathbf{a}(\theta_i, \varphi_i) \otimes \mathbf{a}(\theta_i, \varphi_i)^*]^H \end{aligned} \quad (13)$$

其中  $\otimes$  为 Kronecker 积,  $\text{cum}6y_s$  为信号矢量  $\mathbf{s}(t)$  的六阶协方差矩阵。

$$\begin{aligned} &[\mathbf{a}(\theta_i, \varphi_i) \otimes \mathbf{a}(\theta_i, \varphi_i) \otimes \mathbf{a}(\theta_i, \varphi_i)^*]_{r,q,p} \\ &= \exp\{j2\pi[(x_r + x_p - x_q) \cos(\theta_i) \cos(\varphi_i) + (y_r + y_p - y_q) \\ &\quad \cdot \sin(\theta_i) \cos(\varphi_i) + (z_r + z_p - z_q) \sin(\varphi_i)]/\lambda\} \end{aligned} \quad (14)$$

其中  $(x_r, y_r, z_r)$ ,  $(x_p, y_p, z_p)$ ,  $(x_q, y_q, z_q)$ ,  $1 \leq r, p, q \leq N$  为实际阵元的坐标。

在无噪声的条件下, 式(8), 式(10) 与式(13)具有相同的数学结构, 因此在  $\mathbf{Q}_y$  中的  $\mathbf{A} \otimes \mathbf{A}^*$  和在  $\mathbf{R}_{6y}$  中的  $\mathbf{A} \otimes \mathbf{A} \otimes \mathbf{A}^*$  与在  $\mathbf{R}_y$  中的  $\mathbf{A}$  所起的作用相同。

若直接利用式(10), 式(13)计算出的  $\mathbf{Q}_y$ ,  $\mathbf{R}_{6y}$ ,  $\mathbf{Q}_y$  为  $N^2 \times N^2$  矩阵,  $\mathbf{R}_{6y}$  为  $N^3 \times N^3$  矩阵。运用 Music-like<sup>[2]</sup> 方法能够准确地估计出来波方向, 但随着  $N$  的增大,  $\mathbf{Q}_y$ ,  $\mathbf{R}_{6y}$  的计算以及谱峰搜索时间均使计算变的非常繁重。鉴于此种原因, 本文提出一种计算量较低的高阶累积量 DOA 估计方法。

如果直接利用式(11)进行扩展时, 即利用四阶累积量阵列扩展阵列, 得到的  $N^2$  个虚拟阵元, 实际上这  $N^2$  个虚拟阵元中存在着重合的虚拟阵元。式(11)中, 若两个实际阵元坐标不同时, 有  $P_N^2$  种排列, 等价于扩展得到的虚拟阵元数目是  $P_N^2 = N!/(N-2)! = N^2 - N$ ; 若两个实际阵元坐标相同时,  $N$  个实际阵元扩展的虚拟阵元均相同, 都是位于坐标原点处的虚拟阵元。因此由式(11)扩展得到的最大不重合阵元的数目是  $N^2 - N + 1$ 。利用式(14)进行扩展时, 即利用六阶累积量阵列扩展阵列, 得到的  $N^3$  个虚拟阵元, 实际上也存在重合的虚拟阵元。在式(14)中, 若 3 个实际阵元的坐标不同时, 由于坐标计算部分中的前两个阵元相加没有位置区分, 所以共有  $P_N^3/2!$  种排列, 等价于扩展了  $P_N^3/2! = N!/[2(N-3)!]$  个虚拟阵元; 若前两个实际阵元相同而第 3 个阵元与之不同, 共有  $P_N^2$  组合也就产生  $P_N^2 = N!/(N-2)! = N^2 - N$  个虚拟阵元; 若前两个实际阵元之一与第 3 个阵元相同时, 或者 3 个实际阵元均相同时, 得到的虚拟阵元的坐标均与实际阵元的坐标重合, 数目等于实际阵元的数目  $N$ 。因此由式(14)扩展得到的最大不重合阵元的数目是  $N!/[2(N-3)!] + N(N-1) + N$ 。表 1 给出了利用式(11)与式(14)计算虚拟阵元的坐标时, 不重合的虚拟阵元的数目及其坐标与实际阵元坐标的关系, 其中  $r_r$ ,  $r_p$ ,  $r_q$  表示实际阵元的坐标,  $1 \leq r, p, q \leq N$ ,  $r_0$  表示坐标原点。

表 1 虚拟阵元的坐标与实际阵元坐标的关系

扩展方法	虚拟阵元的坐标			最大不重合虚拟阵元数目
	$r_0$	$r_r - r_p$	$(r_r + r_p) - r_q$	
四阶累积量	$r_0$	$r_r - r_p$		$N^2 - N + 1$
六阶累积量	$r_r$	$2r_r - r_p$	$(r_r + r_p) - r_q$	$N!/[2(N-3)!] + N(N-1) + N$

### 3 虚拟阵列的 DOA 估计

在利用高阶累积量进行 DOA 估计时, 若利用式(10)计算

四阶协方差矩阵  $\mathbf{Q}_y$ ,  $\mathbf{Q}_y$  为  $N^2 \times N^2$  矩阵; 若利用式(13)计算六阶协方差矩阵  $\mathbf{R}_{6y}$ ,  $\mathbf{R}_{6y}$  为  $N^3 \times N^3$  矩阵。举例说明, 对一均匀线阵,  $N=3$ , 利用式(10) 进行计算,  $\mathbf{Q}_y$  为一个  $9 \times 9$  的矩阵; 利用式(13) 进行计算,  $\mathbf{R}_{6y}$  为一个  $27 \times 27$  的矩阵; 而使用表 1 中不重合虚拟阵元坐标的计算方法来计算  $\mathbf{Q}_y$ ,  $\mathbf{Q}_y$  为一个  $5 \times 5$  的矩阵,  $\mathbf{R}_{6y}$  为一个  $7 \times 7$  的矩阵, 显然计算量明显的下降。

现以  $N=3$  的任意阵列为例, 介绍利用不重合虚拟阵元的坐标来计算  $\mathbf{Q}_y$  的过程。令三阵元的坐标分别为  $r_1, r_2, r_3$ , 对应的观测信号分别为  $y_{r_1}(t), y_{r_2}(t), y_{r_3}(t)$ , 由表 1 计算出 7 个不重合虚拟阵元的坐标为  $r_1-r_1, r_1-r_2, r_1-r_3, r_2-r_1, r_2-r_3, r_3-r_1, r_3-r_2$ 。利用 VC<sup>[31]</sup> 方法, 构造表 2, 矩阵  $\mathbf{Q}_y$  的元素可以表示为

$$\mathbf{Q}_y(m, n) = \text{cum}(y_{r_i}(t), y_{r_j}(t)^*, y_{r_k}(t)^*, y_{r_l}(t)) \quad (15)$$

表 2  $\mathbf{Q}_y$  的构造

	$(r_1-r_1)$	$-(r_1-r_2)$	...	$-(r_3-r_2)$
$r_1-r_1$	$\mathbf{Q}_y(1,1)$	$\mathbf{Q}_y(1,2)$	...	$\mathbf{Q}_y(1,7)$
$r_1-r_2$	$\mathbf{Q}_y(2,1)$	$\mathbf{Q}_y(2,2)$	...	$\mathbf{Q}_y(2,7)$
$r_1-r_3$	$\mathbf{Q}_y(3,1)$	$\mathbf{Q}_y(3,2)$	...	$\mathbf{Q}_y(3,7)$
$r_2-r_1$	$\mathbf{Q}_y(4,1)$	$\mathbf{Q}_y(4,2)$	...	$\mathbf{Q}_y(4,7)$
$r_2-r_3$	$\mathbf{Q}_y(5,1)$	$\mathbf{Q}_y(5,2)$	...	$\mathbf{Q}_y(5,7)$
$r_3-r_1$	$\mathbf{Q}_y(6,1)$	$\mathbf{Q}_y(6,2)$	...	$\mathbf{Q}_y(6,7)$
$r_3-r_2$	$\mathbf{Q}_y(7,1)$	$\mathbf{Q}_y(7,2)$	...	$\mathbf{Q}_y(7,7)$

其中  $\forall r_i, r_j, r_k, r_l \in \{r_1, r_2, r_3\}, 1 \leq m, n \leq 7, m$  对应表 2 中的第  $m$  行,  $n$  对应表 2 中的第  $n$  列。将表 2 中第  $m$  行与第  $n$  列中带有负号的坐标对应的观测信号取共轭而不带负号的观测信号直接带入式(15)中, 即可求得  $\mathbf{Q}_y$ 。由上述阵列扩展的虚拟阵列的方向矢量构造过程  $\mathbf{Q}_y$  的构造类似, 令虚拟阵列的方向矢量为

$$\mathbf{a}_{VA}(\theta, \varphi) = [\mathbf{a}_{VA}(1), \mathbf{a}_{VA}(2), \dots, \mathbf{a}_{VA}(7)]^T \quad (16)$$

$$\mathbf{a}_{VA}(l) = \mathbf{a}_{r_m} \cdot \text{conj}(a_{r_n}) \quad (17)$$

其中  $\forall r_m, r_n \in \{r_1, r_2, r_3\}, 1 \leq l \leq 7, \mathbf{a}_{r_m}$  与  $a_{r_n}$  实际阵列的方向矢量的元素。按表 2 中虚拟阵元的坐标排列顺序,  $\mathbf{a}_{r_m}$  为带负号的实际阵元的坐标所对应的实际阵列的方向矢量的元素, 不带负号的为  $a_{r_n}$ , 由式(17), 便可得到虚拟阵列的方向矢量。

运用四阶累积量扩展的虚拟阵列进行 DOA 估计的步骤如下:

- (1) 根据实际阵元的坐标, 由表 1 计算出不重合虚拟阵元的坐标;
- (2) 参考表 2, 由式(15)或式(12)计算出观测信号  $y(t)$  的高阶协方差矩阵  $\mathbf{Q}_y$  或  $\mathbf{R}_{6y}$ ;
- (3) 对  $\mathbf{Q}_y$  或  $\mathbf{R}_{6y}$  进行奇异值分解

$$\mathbf{Q}_y = [\mathbf{U}_1 \quad \mathbf{U}_2] \begin{bmatrix} \mathbf{\Lambda} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{V}_1^H \\ \mathbf{V}_2^H \end{bmatrix} \quad (18)$$

其中  $\mathbf{\Lambda} = \text{diag}(\mathbf{Q}_s)$

- (4) 构造虚拟阵列的方向矢量  $\mathbf{a}_{VA}(\theta, \varphi)$ ;
- (5) 利用噪声子空间矩阵构造 MUSIC<sup>[7, 8]</sup> 的估计函数;

$$P_{MU}(\varphi, \theta) = \frac{1}{|\mathbf{a}_{VA}(\theta, \varphi)^H \mathbf{U}_2 \mathbf{U}_2^H \mathbf{a}_{VA}(\theta, \varphi)|} \quad (19)$$

与  $P_{MU}(\varphi, \theta)$  的谱峰对应的所有  $(\theta, \varphi)$  即给出方向角和仰角的估计。

由于本文提出的算法是先计算出虚拟阵元的坐标, 根据这些虚拟阵元的坐标关系, 将由 Music-like<sup>[2]</sup> 方法所扩展的重合的虚拟阵元合并, 完全利用了高阶累积量的阵列孔径扩展能力, 没损失任何信息, 因此本文的算法与 Music-like<sup>[2]</sup> 方法所扩展的阵列的分辨能力是相同的。现以阵元数  $N=5$  的均匀线阵说明扩展后阵列的分辨能力。图 2 给出了未进行阵列扩展, Music-like<sup>[2]</sup> 方法扩展的阵列以及本文算法所扩展的阵列的波束图, 由于阵列的分辨能力与波束的主瓣的宽度成反比<sup>[8]</sup>, 从图 2 中可以看出, 扩展后的阵列的波束的主瓣比原始阵列的波束的主瓣窄, Music-like<sup>[2]</sup> 方法与本文方法扩展后阵列波束的主瓣宽度相等, 因此, 从图 2 可以看出进行孔径扩展后, 阵列的分辨能力提高了, 本文方法与 Music-like<sup>[2]</sup> 方法的分辨能力相同。

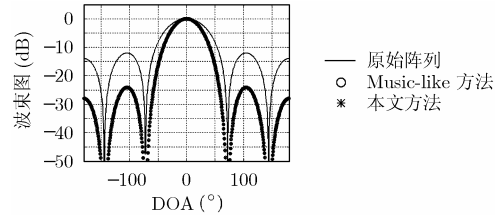


图 2 阵列扩展的波束图

#### 4 实验和结果分析

**实验 1** 针对  $N=3$  的非均匀线阵, 阵元的坐标分别为  $(0, 0), (0.5\lambda, 0), (1.5\lambda, 0)$ , 基于四阶累积量可以扩展 7 个虚拟阵元, 理论上可以估计出 6 个独立的非高斯信号源。本实验取信噪比(SNR)0dB, 噪声信号为高斯信号, 数据长度为 4000, 假设加在阵元上的 6 个 BPSK 信号到达角度为  $(40^\circ, 60^\circ, 80^\circ, 100^\circ, 120^\circ, 140^\circ)$ , 图 3 给出虚拟阵列扩展的估计结果。从图 3 可以看出, 在实际阵元数为 3 时, 非均匀线阵的四阶累积量虚拟阵列扩展方法能够准确估计出 6 个独立的非高斯信号源。图 4 给出 Music-like 方法与本文方法的均方根误差 (RMSE) 随信噪比的变化曲线, 从图 4 可以看出, 两种方法的均方根误差基本上一致, 说明本算法的有效性。实验中均方根误差的定义为

$$\text{RMSE} = \sqrt{\frac{1}{P} \sum_{i=1}^P |\hat{\theta}_i - \theta_i|^2} \quad (20)$$

其中  $P$  为信源数,  $\hat{\theta}_i$  和  $\theta_i$  分别为第  $i$  个信源波达角的估计值和真值。

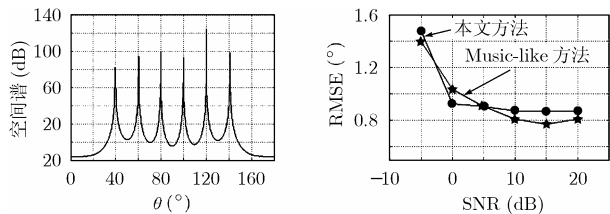


图 3 四阶累积量的估计结果 图 4 两种方法的均方根误差曲线

**实验 2** 针对  $N=3$  的非均匀线阵, 阵元的坐标分别为  $(0, 0)$ ,  $(0.5\lambda, 0)$ ,  $(2\lambda, 0)$ , 基于六阶累积量可以扩展 12 个虚拟阵元, 理论上可以估计出 11 个独立的非高斯信号源。本实验取信噪比(SNR)20dB, 噪声信号为高斯信号, 数据长度为 5000, 假设加在阵元上的 11 个 BPSK 信号到达角度为信号到达角度为  $(30^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 70^\circ, 85^\circ, 100^\circ, 110^\circ, 120^\circ, 135^\circ, 150^\circ, 165^\circ)$ , 图 5 给出了 10 次 Monte-Carlo 实验的平均估计结果。从图 5 可以看出, 在实际阵元数为 3 时, 非均匀线阵的六阶累积量虚拟阵列扩展方法能够准确估计出 11 个独立的非高斯信号源。

**实验 3** 针对  $N=3$  的均匀圆阵,  $R/\lambda = 0.4$ , 基于六阶累积量可以扩展 12 个虚拟阵元。本实验取信噪比(SNR) 10dB, 数据长度为 5000, 假设加在阵元上的 10 个 BPSK 信号到达角度分别为  $(40^\circ, 40^\circ)$ ,  $(40^\circ, 80^\circ)$ ,  $(40^\circ, 120^\circ)$ ,  $(40^\circ, 160^\circ)$ ,  $(140^\circ, 40^\circ)$ ,  $(140^\circ, 80^\circ)$ ,  $(140^\circ, 120^\circ)$ ,  $(140^\circ, 160^\circ)$ ,  $(70^\circ, 100^\circ)$ ,  $(100^\circ, 70^\circ)$ 。图 6 给出了 10 次 Monte-Carlo 实验的平均结果。从图 6 中可以看出,  $N=3$  的UCA 的虚拟阵列扩展法能够对给定的 10 个信号进行准确的估计。

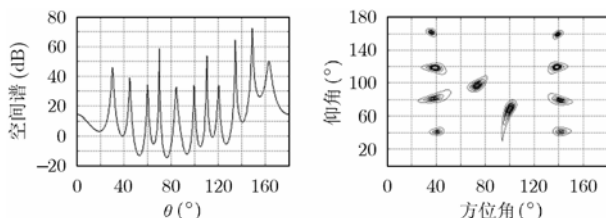


图 5 六阶累积量的估计结果

图 6 由UCA扩展法虚拟阵列的估计结果

**实验 4** 取  $N=3$  的UCA,  $R/\lambda = 0.2$ , 信噪比(SNR) 10dB, 噪声信号为高斯信号, 数据长度为 2000, 假设加在阵元上的 2 个 BPSK 空间距离很近的独立非高斯信号到达角度分别为  $(40^\circ, 45^\circ)$ ,  $(40^\circ, 50^\circ)$ 。图 7 和图 8 分别给出了使用四阶累积量阵列扩展方法和未使用阵列扩展方法进行 10 次 Monte-Carlo 实验的平均结果。从两图中可以看出, 使用阵列扩展方法可以准确分辨出 2 个信号源到达的方向角与仰角, 而未使用阵列扩展方法则不能分辨出这 2 个空间距离很近的信号源。

由以上实验结果可以看出, 运用扩展的虚拟阵列能够准确地估计出多于实际阵元数目的非高斯独立信号源, 同时能够提高阵列的空间分辨能力, 有效地抑制高斯噪声的干扰。

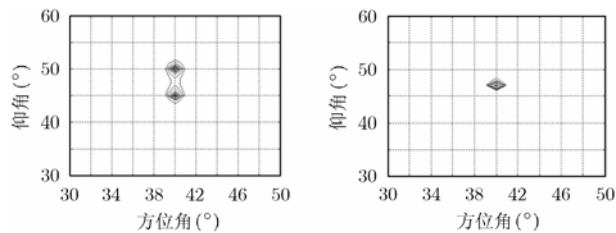


图 7 进行孔径扩展时分辨率的估计结果

图 8 未进行孔径扩展时分辨率的估计结果

## 5 结束语

本文运用高阶累积量的阵列扩展方法, 针对任意阵列提出了一种基于高阶累积量进行虚拟阵列扩展的简单、有效的方法, 该方法与 VC<sup>[1]</sup>和 Music-like<sup>[2]</sup>方法相比, 既简单、有效地扩展了虚拟阵列, 保证具有相同的分辨能力, 又降低了高阶累积量协方差矩阵的计算量。运用该方法, 针对非均匀线阵, 均匀圆阵进行虚拟阵列的扩展, 并用扩展的虚拟阵列进行一维与二维 DOA 估计, 能够准确地估计出多于实际阵元数目的非高斯独立的信号源的方向角与仰角, 提高阵列的空间分辨能力, 并有效地抑制了高斯噪声的干扰, 通过仿真实验说明该方法有效性。

## 参考文献

- [1] Dogan M C and Mendel J M. Applications of cumulants to array processing-part I: Aperture extension and array calibration. *IEEE Trans. on Signal Processing*, 1995, 43(5): 1200-1216.
- [2] Shan Zhi-long, Ji Fei, and Wei Gang. Extension music-like algorithm for doa estimation with more sources than sensors. *IEEE Int. Conf. Neural Networks & Signal Processing*, Nanjing China, December 14-17, 2003: 1281-1284.
- [3] Chevalier P and Albera L. On the virtual array concept for higher order array processing. *IEEE Trans. on Signal Processing*, 2005, 53(4): 1254-1271.
- [4] Chevalier P and Ferreol A. On the virtual array concept for the fourth order direction finding problem. *IEEE Trans. on Signal Processing*, 1999, 47(9): 2592-2595.
- [5] Porat B and Friedlander B. Direction finding algorithms based on high-order statistics. *IEEE Trans. on Signal Processing*, 1991, 39(9): 2016-2024.
- [6] Dogan M C and Mendel J M. Applications of cumulants for array processing, part II: Non-Gaussian noise suppression. *IEEE Trans. on Signal Processing*, 1995, 43(7): 1663-1676.
- [7] Schmidt R O. Multiple emitter location and signal parameter estimation. *IEEE Trans. on Antennas and Propagation*, 1986, AP-34(3): 276-280.
- [8] Ghogho M, Besson O, and Swarn A. Estimation of direction of arrival estimation of multiple scattered sources. *IEEE Trans. on Signal Processing*, 2001, 49(11): 2467-2480.

陈建: 男, 1977年生, 博士生, 研究方向为阵列信号处理、数字信号处理。

王树勋: 男, 1946年生, 教授, 博士生导师, 主要研究方向为数字信号处理、阵列信号处理、微计算机应用。已出版著作 3 部, 发表论文 100 余篇。