## 乘积合并接收的差分跳频通信系统在瑞利衰落信道上 抗部分频带干扰的性能分析

智 李少谦 董彬虹

(电子科技大学通信抗干扰技术国家级重点实验室 成都 610054)

**摘 要:** 该文介绍了一种新型短波跳频通信技术——差分跳频,频率转移函数设计和信号的检测方法是差分跳频 中的关键技术。在瑞利衰落信道上,在有部分频带干扰和加性高斯白噪声共存的条件下,采用乘积合并接收的方 法,对差分跳频通信系统的误符号性能进行了理论分析,同时做出相应的计算机仿真。结果证实了,在瑞利衰落 信道上差分跳频通信系统采用乘积合并接收的方法要比采用线性合并接收的方法具备更好的抗部分频带干扰的 性能。

**关键词**:差分跳频;部分频带干扰;线性合并;乘积合并;瑞利衰落 中图分类号:TN914.41 **文献标识码**: A

陈

文章编号: 1009-5896(2007)05-1163-05

# Performance Analysis of Product-Combining Receiver for Differential Frequency Hopping System with Partial Band Jamming over Rayleigh Fading Channel

Chen Zhi Li Shao-qian Dong Bin-hong

(National Key Laboratory of Communication, UEST of China, Chengdu 610054, China)

**Abstract**: This paper presents a new frequency hopping system in HF (High Frequency) bands, which is called Differential Frequency Hopping (DFH) system. The frequency transition function and the method of signal detection are the key technologies in this system. The performance of DFH with partial band jamming and additive white Gaussian noise over the Rayleigh fading channel by using product-combining receiver is analyzed in theory, and the corresponding simulation results are given. All these prove that the anti-jam performance of DFH system with product-combining receiver is much better than that with linear-combining receiver.

**Key words**: Differential Frequency Hopping (DFH); Partial Band Jamming (PBJ); Linear-Combining Receiver (LCR); Product-Combining Receiver (PCR); Rayleigh Fading

### 1 引言

自从美国Sanders公司成功推出了一种相关跳频增强型 扩谱(Correlated Hopping Enhanced Spread Spectrum, CHESS)电台以来,CHESS技术已受到广泛关注<sup>[1]</sup>。CHESS 电台以差分跳频(DFH)作为核心技术,实现高速跳频,跳频 速度高达 5000 跳/秒,传输速率可达 19.2kbit/s。频率转移 函数和信号的检测方法是差分跳频系统中的两项关键技术。 在差分跳频系统中,当前跳的频率值 *F*<sub>n</sub> 由上一跳的频率值 *F*<sub>n-1</sub>和当前跳的信息符号共同来确定。可以用式(1)来表示

$$F_n = G(F_{n-1}, X_n) \tag{1}$$

其中的G为频率转移函数,它是影响差分跳频性能的重要因素之一。文献[3]提出了多种频率转移函数的设计方法,并进行了相应的性能分析。

差分跳频信号的检测方法是根据信号的时频域特征来

判断发送的频率,然后根据频率转移函数反向得出传输的数据。信号的检测方法是影响差分跳频性能的另一个重要因素。由于跳频频点之间具有相关性,因此可以采用分集合并接收的技术来对一定长度的频率序列进行判决译码。文献[6] 对差分跳频系统在AWGN条件下采用频率序列检测的性能进行了理论分析和仿真。但没有发现有文献对差分跳频系统在部分频带干扰下的分集合并接收技术及相应的抗干扰性能进行分析。本文在瑞利衰落信道上,在部分频带干扰和加性高斯白噪声共存的条件下,对采用乘积合并接收技术的抗干扰性能进行理论分析,并给出了相应的计算机仿真结果,证实在干扰较强的条件下其抗干扰性能要比采用线性合并接收技术优越。

#### 2 差分跳频通信系统的乘积合并接收机模型

设跳频频率集中的频点数为 N,调制系数为 f (每跳传输 log<sub>2</sub> f 个比特),本文研究的部分频带噪声干扰可建模为零 均值高斯随机过程,其功率密度谱在总带宽的一部分

<sup>2005-08-16</sup> 收到, 2006-07-24 改回 国防科技重点实验室基金(00JS04.3.1)资助课题

 $\beta$  (0 <  $\beta$  ≤ 1)上是平坦的,其他部分为零。在功率密度谱 不为零的范围内,其值为 $N_J/\beta$ ,  $N_J$ 可以被视为等效的单 边平均功率密度谱。跳频时隙长度为T,符号能量为 $E_s$ , 发送符号的基带等效表示为

$$s_n(t) = \sqrt{2E_s / T} e^{jw_n t}, \quad n = 0, 1, \dots, N-1, \quad 0 \le t \le T$$
 (2)

其中 w<sub>n</sub>为第 n 个频点的发送频率。接收信号的基带等效表示为

$$\begin{aligned} r(t) &= \alpha e^{j \sigma} s(t) + n(t) + n_J(t), \\ s(t) &= \sum_{m=0}^{\infty} s_n(t - mT), \quad n = 0, 1, \cdots, N - 1 \end{aligned}$$
(3)

其中 $\theta$ 为随机相位,在 $[-\pi,\pi]$ 上均匀分布;n(t)为加性高斯 白噪声,其单边功率密度谱为 $N_0$ ; $n_J(t)$ 为部分频带干扰, 等效的单边平均功率密度谱为 $N_J$ ,  $\alpha$ 表示等效低通信道的 包络,是瑞利分布的随机变量

$$p(\alpha) = \frac{\alpha}{\sigma_{\alpha}^{2}} \exp\left(-\frac{\alpha^{2}}{2\sigma_{\alpha}^{2}}\right) U(\alpha)$$
(4)

定义符号信噪比为  $\gamma = E_s/N_0$ ; 定义等效的符号信干比 为  $\gamma_J = E_s/N_J$ 。

N 个子信道的非相干检测结果为

$$r_n = \left| \int_0^T r(t) s_n^*(t) dt \right|^2, \quad n = 0, 1, \cdots, N - 1$$
 (5)

序列检测线性合并接收机是比较简单的一种序列检测 合并接收机,模型如图1所示,其中的网格译码路径搜索采 用"加、比、选"的维特比算法,因此留存路径数等于可用 跳频频率数,即为 N,每次"加、比、选"后产生留存路径 可以根据最新频率的频率序号进行重新编号。为了表述的方 便,定义 r<sub>m</sub>,为留存路径 m 的第1跳的非相干检测结果:

$$\tilde{r}_{m,l} = \left| \int_{lT}^{lT+T} r(t) s_{k(m,l)}^*(t) \mathrm{d}t \right|^2, \quad m = 0, 1, \cdots, N-1 \quad (6)$$

式中 m 表示留存路径的序号, l 表示跳的序号, k(m,l) 是 m 和 l 的函数,表示留存路径 m 上的第 l 跳的频率序号。当留 存路径的长度达到了 L 跳(作一次频率序列检测的长度),可 计算出判决变量如下:

$$U_m = \sum_{l=0}^{L-1} \tilde{r}_{m,l} \tag{7}$$

取最大的判决变量对应的路径为频率序列的检测结果。

在理想的高斯白噪声信道条件下,序列检测线性合并接 收机比较接近最佳的最大似然合并接收机,因此系统的误符 号性能较好。但是在存在干扰的条件下,只要错误路径上有 一跳被强干扰"击中"都会对线性合并的结果产生较大的影 响,因此在强干扰条件下的抗干扰性能不及非线性合并接收 机。比较典型的一种非线性合并接收机是序列检测乘积合并 接收机,其模型如图 2 所示。

序列检测乘积合并接收机基本类似于序列检测线性合 并接收机,两者的区别在于序列检测乘积合并接收机采用



图 2 序列检测乘积合并接收机

"乘、比、选"的维特比算法。差分跳频的乘积合并接收和 快跳频(FFH)的乘积合并接收有所不同,快跳频的乘积合并 是对各个子信道上连续 L 个非相干检测结果进行乘积,而差 分跳频是根据网格译码的规则,对各留存路径上的连续 L 个 非相干检测结果进行乘积,同一留存路径上的连续 L 个非相 干检测结果可能来自于不同的子信道。

各条留存路径 L 跳乘积合并后的判决变量为

$$U_m = \prod_{l=1}^{L} \tilde{r}_{m,l}, \quad m = 0, 1, \cdots, N - 1$$
(8)

采用乘积合并接收方式,即使错误路径上某跳遇到很强的干扰分量,但与没有遇到干扰的其它跳的较小的噪声分量 相乘,最终结果不会对整个序列的判决产生显著的影响,因此在强干扰条件下的抗干扰性能优于线性合并接收方式,当 然在加性高斯白噪声下的性能会受到一定的影响。

## 3 差分跳频通信系统的乘积合并接收的抗干扰性 能

采用按序列合并软判决的方式时,由于涉及到各频率转 移路径的互相关性,推导准确的符号错误概率非常复杂,因 此参照推导采用信道卷积编码时的差错概率的联合边界的 方法<sup>[7]</sup>,首先计算首次差错事件概率的上边界为

$$P_e \le \sum_{d=d_{\rm free}}^{\infty} a_d P_2(d) \tag{9}$$

其中 $a_d$ 表示与全零路径首次汇合且距离为d跳的路径的数目, $P_2(d)$ 为两条相差d跳的路径成对比较时的差错概率, $d_{\text{free}}$ 为最小自由距离。

对于跳频频点数为 N,调制系数为 f 的差分跳频通信 系统。从任一频点出发经过一次频率转移后可能到达 f 个频 点,再从这 f 个频点出发可能到达  $f^2$  个频点,依次类推, 经过 L 次频率转移后可能到达的频点数为  $f^L$  个。当频点数 目满足  $f^L > N$  时必有至少两个频点重合,因此频率转移路 径间的最小自由距离能够达到的最大值为  $[\log_2 N / \log_2 f]([•] 表示不大于括号内数值的整数)。例如 N = 64,$ f = 4 时,最小自由距离所能达到的最大值为 3。它表示,从一个频率出发的频率序列,最多经过 4 步后,总能找到两条路径相交于同一个频点。不失一般性,假设发送的是全零路径,如果采用使最小距离取得最大值的频率转移函数,当 $错误路径与全零路径的距离大于或等于最小自由距离 <math>d_{free}$ 时,每一次状态转移都有且仅有 f - 1条路径与全零路径汇 合,即  $a_d = f - 1$ ,  $d \ge d_{free}$ 。因此,首次差错事件概率的 上边界为

$$P_e \le \sum_{d=d_{\text{free}}}^{\infty} (f-1)P_2(d)$$
(10)

首先考虑某一跳的平方律非相干检测的结果,不失一般性,假设信号的频率为 $w_0$ ,则判决变量 $r_0$ 的概率密度函数为<sup>[9]</sup>

$$p(r_{0}) = \frac{1}{2\left(2E_{s}\left(N_{0} + q_{0}\left(N_{J}/\beta\right)\right) + 4E_{s}^{2}\sigma_{\alpha}^{2}\right)} \cdot \exp\left(-\frac{r_{0}}{2\left(2E_{s}\left(N_{0} + q_{0}\left(N_{J}/\beta\right)\right) + 4E_{s}^{2}\sigma_{\alpha}^{2}\right)}\right)U(r_{0})(11)$$

其中的随机变量 q<sub>n</sub> 表示序号为 n 的频率的干扰状态,其概率分布为

$$P\{q_n = 1\} = \beta, \quad P\{q_n = 0\} = 1 - \beta$$
 (12)

 $r_1, \dots, r_{N-1}$ 的分布为独立同分布,判决变量 $r_n$ 的概率密度函数如下

$$p(r_n) = \frac{1}{4E_s\left(N_0 + q_n\left(N_J/\beta\right)\right)} \exp\left(-\frac{r_n}{4E_s\left(N_0 + q_n\left(N_J/\beta\right)\right)}\right)$$
$$\cdot U(r_n), \quad n = 1, \cdots, N-1$$
(13)

定义随机变量 q(m,l) 表示转移路径 m 的第 l 跳上的频率的 干扰状态,其概率分布为

$$P\{q(m,l) = 1\} = \beta, \quad P\{q(m,l) = 0\} = 1 - \beta \qquad (14)$$

定义

$$j_m = \sum_{l=0}^{d-1} q(m,l)$$
(15)

有

$$P_{2}(d) = P(U_{1} > U_{0}) = \sum_{j_{1}=1}^{d} \sum_{j_{0}=0}^{d} \binom{d}{j_{1}} \binom{d}{j_{0}} \beta^{j_{1}+j_{0}} (1-\beta)^{(2d-j_{1}-j_{0})} \cdot P(U_{1,j_{1}} > U_{0,j_{0}})$$
(16)

其中U<sub>0</sub>表示正确路径(全零路径)的判决变量,U<sub>1</sub>表示错误路径上的判决变量。U<sub>0,j0</sub>表示在正确路径上的d跳中有j<sub>0</sub>跳被干扰的条件下乘积合并生成的判决变量,U<sub>1,j1</sub>表示在错误路径上的d跳中有j<sub>1</sub>跳被干扰的条件下乘积合并生成的判决变量。

$$z_{l} = \frac{\eta_{,m(0,l)}}{\eta_{,m(1,l)}}, \quad Z_{j_{0},j_{1}} = \prod_{l=1}^{L} z_{l} = \frac{U_{0,j_{0}}}{U_{1,j_{1}}}, \quad l = 0, 1, \cdots, d-1 \ (17)$$

计算  $P(U_{1,j_i} > U_{0,j_0})$ 的方法归纳起来有两种:第一种是 较常规的方法<sup>[9]</sup>:首先计算  $z_l$ 的概率密度函数,然后计算  $z_l$ 的特征函数,  $Z_{j_0,j_1}$ 的特征函数和概率密度函数, $Z_{j_0,j_1}$ 在区 间[0,1]上积分的结果就是  $P(U_{1,j_1} > U_{0,j_0})$ ,在计算  $Z_{j_0,j_1}$ 的概 率密度函数时需要计算无限区间的数值积分。第二种方法通 过无穷级数来代替无限区间的数值积分<sup>[11]</sup>,计算过程简单, 收敛速度较快。本文采用第二种方法,根据文献[12, eq.(7)] 可得到

$$P(U_{1,j_1} > U_{0,j_0}) = \sum_{i=0}^{\infty} \sum_{r=0}^{d-1} \sum_{k=0}^{d-1-r} \left\{ \frac{C^{(r)}}{(d-1-r-k)!r!} \times \frac{\ln(\psi)^{d-1-r-k}}{(i+1)^{k+1}\psi^{i+1}} \right\}$$
(18)

其中的变量定义如下:

$$C^{(0)} = \frac{\left[\Gamma(2+i)\right]^d}{\prod_{m=0}^{i-1} (m-i)^d}, C^{(r)} = \sum_{h=0}^{r-1} {r-1 \choose h} C^{(h)} D^{(r-1-h)}, r \ge 1 (19)$$
$$D^{(0)} = -\frac{d}{1+i},$$
$$D^{(r)} = (-1)^{r+1} r! \left[ L\varsigma(r+1,1) - L(-1)^{r+1}\varsigma(r+1,2+i) + L\sum_{m=0}^{i-1} (m-i)^{-(r+1)} \right], r \ge 1$$
(20)

$$\psi = \frac{(1 + \overline{\gamma} + \eta)^{j_0} (1 + \overline{\gamma})^{d - j_0}}{(1 + \eta)^{j_1}}$$
(21)

式中 $\overline{\gamma} = E(\alpha^2)\gamma = 2\sigma_{\alpha}^2\gamma$ 是符号平均信噪比;  $\eta = \gamma/(\beta \times \gamma_J) = \overline{\gamma}/(\beta \times \overline{\gamma_J})$ 是被干扰频带上部分频带噪声干扰和加性高斯白噪声的功率密度谱比;  $\overline{\gamma_J} = (E(\alpha^2)E_s)/N_J$ 是等效的符号平均信干比。

式(10)中需要对无穷项求和,计算难度较大,因此考虑 进行一定的近似简化。其中的 P<sub>2</sub>(d) 随 d 的增大迅速减小, 可以设定一个路径距离门限 d<sub>eut</sub>,当超过此门限后的路径成 对错误概率小于最小自由距离的路径成对错误概率的 1/100,因此可以忽略路径超过路径距离门限 d<sub>eut</sub>的错误路 径对误符号性能的影响。于是,为了简化处理,首错事件概 率的上界简化为

$$P_e \le \sum_{d=d_{\text{free}}}^{d_{\text{cut}}} (f-1)P_2(d)$$
(22)

式中的 $d_{\text{eut}}$ 是路径距离门限,它与符号信噪比 $\gamma$ 、等效的符

号信干比 γ<sub>J</sub> 和最小自由距离 d<sub>free</sub> 相关。由于产生首错事件的错误路径与正确路径在所有节点上的状态(频率)都不相同,因此认为频率错误检测概率近似等于首错事件概率。同时,符号错误概率可以用频率错误检测概率近似表示,于是得到符号错误概率的近似上界

$$P_s \approx P_e \le \sum_{d=d_{\rm free}}^{d_{\rm cut}} (f-1)P_2(d)$$
(23)

### 4 仿真及结果

为了验证了理论分析的正确性,我们进行了通信链路仿 真,对分别采用线性合并接收和乘积合并接收两种方法的误 符号性能进行了直观的比较。首先在图 3 中表征了分别采用 两种合并接收方法的误符号率与等效的符号平均信干比的 关系。仿真条件是:跳频频率集中的频率数 N = 64,调制 系数 f = 4,最小自由距  $d_{\text{free}} = \log_2 N / \log_2 f = 3$ ,符号平 均信噪比  $\overline{\gamma}$ 取 20dB 和 30dB 两个值。

从图 3 可以看出,按序列检测乘积合并接收的差分跳频 通信系统性能的数值计算结果(根据理论分析得出)与仿真 结果是非常吻合的,特别是等效的符号平均信干比较大时, 数值计算结果曲线和仿真结果曲线基本上重合。从物理意义 角度来分析,是因为当误符号率很低时,一致边界和实际误 符号率之间的误差也会很小,且在数值计算时舍弃了距离超 过门限 d<sub>eut</sub> 的错误路径,因此造成数值计算结果和仿真结果 十分接近。图 3 中,在信干比较小时,乘积合并接收的系统 误符号性能优于线性合并接收的误符号性能;而在信干比较 大时,线性合并接收的系统误符号性能优于乘积合并接收的 误符号性能。这是因为乘积合并接收具有抑制强干扰分量的 效果,干扰越大,乘积合并接收相对于线性合并接收的优势 越明显;在只有加性高斯白噪声的情况下,线性合并接收较 乘积合并接收更加接近最佳接收机——最大似然合并接收, 因此当干扰很小时(对应于图 3 中当等效的符号平均信干比 很大时),线性合并接收要优于乘积合并接收。

同时从图 3 中还可以看出,乘积合并接收和线性合并接收的误符号性能曲线的交点与符号的平均信噪比还有关系, 信噪比越大,交点对应的信干比越大。因此在选择合并接收 方法时,要将噪声和干扰结合起来考虑。在图 4 中,表征了 分别采用两种合并接收方法的误符号率与等效的符号平均 干扰与噪声之比 $\eta$ 的关系。仿真条件是跳频频率集中的频率 数N = 64,调制系数f = 4,符号平均信噪比 $\overline{\gamma} = 20$ dB。

从图 4 可以看出, 乘积合并接收的误符号性能受 $\eta$  的影 响较小, 而线性合并接收的误符号性能随着 $\eta$  的增大而迅速 恶化。 $\eta = 0.2$  附近是两种方法的误符号性能曲线的交点。 图 4 的结果对选择恰当的合并接收方法具有指导意义。

在数值分析过程中,可以观察到路径成对比较时的差错 概率 P<sub>2</sub>(d) 与路径距离 d 大致呈按指数递减的关系,而且递



减的速率与符号信噪比  $\gamma$  和等效的符号信干比  $\gamma_J$  有关,  $\gamma$  和  $\gamma_J$  越大,则递减的速率越快。在分析中发现,路径距离 门限  $d_{\text{eut}}$  一般可取为最小自由距离  $d_{\text{free}}$  的 2~5 倍,  $\gamma$  和  $\gamma_J$  越大,选取的倍数越小。

在仿真和分析中还发现一个有趣的现象:针对线性合并 接收和乘积合并接收的最坏部分频带干扰的策略大不相同。 对于线性合并接收,当干扰较小时,干扰的频带应尽量集中, 干扰较大时,干扰应分散到整个跳频带宽。而对于乘积合并, 由于乘积的各项中任意出现一个很小的值都会对乘积结果 造成很大的影响,所以不管干扰的大小如何,都是分散到整 个跳频带宽,这一点也正好说明了乘积合并接收把最坏部分 频带干扰变成了白噪声,因此具备较强的抗干扰能力。

### 5 结束语

差分跳频技术把跳频、信息调制、地址编码三者有机的 结合起来,为高速短波数据传输提供了一种新的方法。在差 分跳频跳频通信系统中使用按序列乘积合并接收的方法,能 够使系统在瑞利衰落信道下具备较强的抗部分频带干扰的 能力。

### 参考文献

- Herrick D L and Lee P K. CHESS: A new reliable high speed HF radio[C]. IEEE MILCOM'96, McLean Virginia, 1996: 684–690.
- [2] Herrick D L and Lee P K. Correlated frequency hopping: An improved approach to HF spread spectrum communications[C]. IEEE Proc. of the Tactical Communications Conference 1996, Washington, DC, 1996: 319–324.
- [3] 杨裕亮,何遵文, 匡镜明. 差分跳频系统的转移函数研究[J].
   通信学报, 2002, 23(4): 103–108.
- [4] 姚富强,刘忠英.短波高速跳频 CHESS 电台 G 函数算法研究
   [J].电子学报,2001,29(5):664-667.
- [5] 刘忠英,姚富强. 短波 CHESS 跳频系统的性能分析[J]. 解放 军理工大学学报, 2000, 1(5): 35–39.

- [6] 潘武,周世东,姚彦.差分跳频通信系统性能分析[J].电子
   学报,1999,27(11A):102-104.
- [7] Proakis J G. Digital Communications. New York, McGraw-Hill, 2001: 485–489, 709–715.
- [8] Simon M K, Omura J K, Scholtz R A, and Levitt B K. Spread Spectrum Communications Handbook. McGraw-Hill, 2002: 546–567.
- [9] Teh K C, Kot A C, and Li K H. Partial-band jamming rejection of FFH/BFSK with product combining receiver over a Rayleigh fading channel. *IEEE Commun. Lett.*, 1997, 1(3): 64–66.
- [10] Han Y and Teh K C. Error probabilities and performance comparisons of various FFH/MFSK receivers with multitone jamming. *IEEE Trans. on Commun.*, 2005, 53(5): 769–772.

- [11] Huo G and Alouini M -S. BER evaluation of FFH/BFSK with product combining over partial-band jammed Rayleigh fading channels. Proceedings IEEE Military Communications International Symposium (MILCOM'2000), Los Angeles, California, October 2000: 774–778.
- [12] Huo G and Alouini M -S. Another look at the BER performance of FFH/BFSK with product combining over partial-band jammed Rayleigh fading channels. *IEEE Trans.* on Veh. Technol., 2001, 50(5): 1203–1215.
- 陈 智: 男,1974年生,博士生,研究方向为无线通信、移动通 信.
- 李少谦: 男,1957年生,教授,博士生导师,研究方向为无线通 信、移动通信.
- 董彬虹: 女,1972年生,讲师,研究方向为无线通信、移动通信.