

基于类加权的双 ν 支持向量机

王 娜 李 霞

(深圳大学信息工程学院 深圳 518060)

摘 要: 该文提出了一种类加权的双 ν 支持向量机, 称为 WD ν -SVM。给出了求解 WD ν -SVM 的 KKT 条件。理论分析表明, WD ν -SVM 中的参数 v_+ 和 v_- 具有与 ν -SVM 类似的物理含义, 分别对应于加权正类和负类中边界向量比例的上界和支持向量比例的下界, 从而有利于分类识别中的参数取值。此外, 通过调整类加权可提高 WD ν -SVM 对小样本类的分类性能。实验结果表明 WD ν -SVM 既保持了 ν -SVM 的优势, 即 WD ν -SVM 的参数具有明确的物理含义, 又解决了 ν -SVM 由于样本类不平衡导致的分类错误偏差问题。

关键词: 双 ν 支持向量机; 类加权; 分类算法

中图分类号: TP181

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2007)04-0859-04

A New Dual ν Support Vector Machine Based on Class-Weighted

Wang Na Li Xia

(College of Information Engineering, Shenzhen University, Shenzhen 518060, China)

Abstract: A new class-Weighted Dual ν -SVM, termed as WD ν -SVM, is proposed and Karush-Kuhn Tucker condition (KKT) is derived for it. The dual parameters v_+ and v_- are analyzed theoretically, and it is deduced that they represent the upper and the lower bound for the percentage of bounded support vectors and the support vectors in the weighted positive or negative class respectively, which is similar to their counterparts in ν -SVM. Therefore, the classification performance of small sample class is improved through adjusting its class weight. Experimental results show that the WD ν -SVM not only keeps the advantages of ν -SVM, but also solves the problem of larger classification error rate of small sample class.

Key words: WD ν -SVM; Class-weighted; Classification algorithm

1 引言

支持向量机(Support Vector Machine, SVM)是Vapnik于上世纪 90 年代提出的一种基于结构风险最小化的机器学习方法, 由于其具有小样本、推广性能好、全局最优等优点, 成为模式识别领域一个新的研究热点^[1-3]。目前SVM的一个主要应用难点就是为了达到好的分类性能如何确定支持向量机中的参数取值。 ν -SVM算法^[4]就是为了解决标准支持向量机C-SVM中参数C含义不明确而不利于参数取值而提出的一种分类算法, 在 ν -SVM算法中使用两个参数 ν 和 ρ 替代C-SVM中的参数C, 使参数 ν 有了具体的物理含义, 即 ν 为边界支持向量比例的上界和支持向量比例的下界, 相比不具有明确物理意义的C-SVM, ν -SVM算法更利于分类中的参数取值。Chew等人分析了 ν -SVM在训练时的分类性能, 指出 ν -SVM和C-SVM的分类错误率都倾向于小样本类。而在一些如目标检测、故障检测等实际问题中, 样本类大小之间的差异是非常大的, 且通常要求小样本类具有较高的分类

精度。针对这类问题, 出现了一些改进的 ν -SVM分类算法。文献[5]提出了一个类加权支持向量机Dual ν -SVM, 将类的权重引入 $\nu\rho$ 和错误惩罚两部分; 文献[6]分别提出了两种解决错误偏差问题的加权 ν -SVM。虽然这些改进的支持向量机改善了 ν -SVM的小样本类的分类精度, 但都存在着改进的 ν -SVM中参数 ν 含义不明确的问题, 失去了 ν -SVM的优势。

本文提出了一种类加权的双 ν -SVM, 称为WD ν -SVM。给出了求解WD ν -SVM的KKT条件, 理论分析表明WD ν -SVM中的参数 v_+ 和 v_- 与 ν -SVM的物理含义类似, 分别对应于加权正类和负类中边界向量比例的上界和支持向量比例的下界, 利于分类识别中的参数取值。此外可通过调整类加权提高WD ν -SVM对小样本类的分类性能。因此WD ν -SVM既保持了 ν -SVM的优势, 又解决了 ν -SVM的样本类不平衡时的错误偏差问题。

2 ν -SVM 分类支持向量机

Schölkopf 等人提出的 ν -SVM 初始问题描述为

2005-08-16 收到, 2006-01-06 改回

广东省博士启动资金(04300851)和深圳市科技基金(200332)资助课题

$$\left. \begin{aligned} \min P(\mathbf{w}, b, \boldsymbol{\xi}, \rho) &= \frac{1}{2} \|\mathbf{w}\|^2 - \nu\rho + \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \xi_i \\ y_i (\mathbf{w}^T \phi(\mathbf{x}) - b) &\geq \rho - \xi_i \\ \text{s.t. } \xi_i &\geq 0, \quad i = 1, \dots, m, \quad \rho \geq 0 \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

在 ν -SVM 中, 参数 ν 用来控制分类的错误率, 已证明参数 ν 是边界支持向量(BSV)比例的上界和支持向量(SV)比例的下界。其中边界支持向量(Bound Support Vectors, BSVs)是指那些被分在分类间隔内或者其相对类区域内的训练样本。边界上支持向量(In-Bound Support Vectors, IBSVs)是指那些被分在处在所在类一侧间隔面上的训练样本, 支持向量是这两类支持向量的统称。其中边界支持向量的比例就代表了训练错误率。 ν -SVM 的参数 ν 具有明确的物理含义, 省略了传统支持向量机确定参数取值的迭代过程, 利于分类识别中的参数取值, 节省了SVM的训练时间, 因此在应用上具有较大优势。但Chew等人^[5]从理论上对 ν -SVM 的分类性能进行了深入分析, 得出 ν -SVM 训练时的错误率倾向于较小的样本类。

为了改进 ν -SVM 由于样本类不平衡而导致的错误偏差问题, Chew等人^[5]提出了一种类加权的Dual ν -SVM, 在Dual ν -SVM 中虽然可以通过为两类指定不同的 c_+ 和 c_- 值来解决错误偏差问题, 但参数 ν 的取值取决于 c_+/c_- , 因此通过改变类权重来降低小样本类训练错误率, 必然引起大样本类的训练错误率升高, 两者存在着固定关系, 不利于对训练错误率和分类错误率的灵活调整。文献[6]提出了两种新的类加权 ν -SVM, 优化问题分别为 $\min P(\mathbf{w}, b, \boldsymbol{\xi}, \rho) = \|\mathbf{w}\|^2 - \nu\rho + \sum_{i=1}^m C_{y_i} \xi_i$ 和 $\min P(\mathbf{w}, b, \boldsymbol{\xi}, \rho) = \|\mathbf{w}\|^2 - v_+ v_- \rho + \sum_{i=1}^m C_{y_i} \xi_i$, 但这两种新的类加权的 ν -SVM 参数 ν 都失去了它原有的含义, 且新的 $v_+ v_-$ 含义不明确, 失去了 ν -SVM 的优势。文献[7]提出了一种广义样本加权的 ν -SVM, 利用参数 C 对 $\nu\rho - 1/m \sum_{i=1}^m s_i \xi_i$ 广义加权, 利用 s_i 对样本加权, 样本权重 s_i

在(0,1)范围内的限制取值导致了在 ν 值相同的情况下, 其训练错误率高于 ν -SVM。此外, 参数 ν 也不具有具体的物理含义。

为了解决 ν -SVM 的错误偏差问题, 同时又保持 ν -SVM 中的参数 ν 具有明确物理含义和训练精度调整的灵活性, 本文提出了一种新的类加权的 ν 支持向量机, 简称WD ν -SVM。

3 类加权的 ν 支持向量机

3.1 类加权的 ν -SVM 问题描述及分析

WD ν -SVM 的原问题描述为:

$$\left. \begin{aligned} \min P(\mathbf{w}, b, \boldsymbol{\xi}, \rho) &= \frac{1}{2} \|\mathbf{w}\|^2 - 2\rho + \sum_{i=1}^m \frac{1}{m_{y_i} v_{y_i}} \lambda_{y_i} \xi_i \\ \text{s.t. } y_i (\mathbf{w}^T \phi(\mathbf{x}) - b) &\geq \rho - \xi_i \\ \xi_i &\geq 0, \quad i = 1, \dots, m \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

其中 m_{y_i} 是类 y_i 中的样本个数, $\lambda_{y_i} \geq 1$ 为类 y_i 的加权。相比已提出的 ν -SVM, WD ν -SVM 将单参数 ν 分解成 v_{y_i} , 分别对应于分类识别中的正类 v_+ 和负类 v_- , 并将其引入错误惩罚项。通过引入 Lagrange 算子 $\alpha_i, \beta_i \geq 0$, 得到原问题的 Lagrange 表达式:

$$\begin{aligned} L(\mathbf{w}, b, \rho, \boldsymbol{\xi}, \alpha, \beta) &= \frac{1}{2} \|\mathbf{w}\|^2 - 2\rho + \sum_{i=1}^m \frac{1}{m_{y_i} v_{y_i}} \lambda_{y_i} \xi_i \\ &\quad - \sum_{i=1}^m \alpha_i (y_i (\mathbf{w}^T \phi(\mathbf{x}) - b) - \rho + \xi_i) - \sum_{i=1}^m \beta_i \xi_i \end{aligned} \quad (3)$$

利用求对偶问题的方法, 计算 L 对原变量 $\mathbf{w}, b, \rho, \boldsymbol{\xi}$ 的偏微分, 并令偏微分等于 0, 得

$$\frac{\partial L}{\partial \mathbf{w}} = \mathbf{w} - \sum_{i=1}^m \alpha_i y_i \phi(\mathbf{x}_i) = 0 \Rightarrow \mathbf{w} = \sum_{i=1}^m \alpha_i y_i \phi(\mathbf{x}_i) \quad (4)$$

$$\frac{\partial L}{\partial b} = \sum_{i=1}^m \alpha_i y_i = 0 \quad (5)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \rho} = -2 + \sum_{i=1}^m \alpha_i = 0 \Rightarrow \sum_{i=1}^m \alpha_i = 2 \quad (6)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \xi_i} = \frac{1}{m_{y_i} v_{y_i}} \lambda_{y_i} - \alpha_i - \beta_i = 0 \Rightarrow 0 \leq \alpha_i \leq \frac{1}{m_{y_i} v_{y_i}} \lambda_{y_i} \quad (7)$$

将式(4)-式(7)代入式(3), 利用核函数 $k(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j) = \langle \phi(\mathbf{x}_i), \phi(\mathbf{x}_j) \rangle$, 得到原问题 WD ν -SVM 的对偶问题为

$$\left. \begin{aligned} \max D(\alpha) &= -\frac{1}{2} \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m \alpha_i y_i \alpha_j y_j k(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j) \\ \Leftrightarrow \min \psi(\alpha) &= \frac{1}{2} \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m \alpha_i y_i \alpha_j y_j k(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j) \\ \sum_{i=1}^m \alpha_i y_i &= 0 \Leftrightarrow \boldsymbol{\alpha}^T \mathbf{y} = 0 \\ \text{s.t. } \sum_{i=1}^m \alpha_i &= 2 \\ 0 \leq \alpha_i &\leq \frac{1}{m_{y_i} v_{y_i}} \lambda_{y_i} \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

对 WD ν -SVM 进行分析, 由式(7), 式(8)可得

$$\sum_{i=1}^m \alpha_i = 2 \Rightarrow 2 \sum_{i=1}^{m_+} \alpha_i = 2 \sum_{i=1}^{m_-} \alpha_i = 2 \Rightarrow \sum_{i=1}^{m_+} \alpha_i = \sum_{i=1}^{m_-} \alpha_i = 1 \quad (9)$$

结合式(9), 则有

$$\sum_{i=1}^{N_{BSV^+}} \frac{1}{m_+ v_+} \lambda_+ \leq \sum_{i=1}^{m_+} \alpha_i \leq \sum_{i=1}^{N_{SV^+}} \frac{1}{m_+ v_+} \lambda_+ \quad (10)$$

$$\sum_{i=1}^{N_{BSV^-}} \frac{1}{m_- v_-} \lambda_- \leq \sum_{i=1}^{m_-} \alpha_i \leq \sum_{i=1}^{N_{SV^-}} \frac{1}{m_- v_-} \lambda_- \quad (11)$$

将式(9)代入式(10), 式(11), 整理可得

$$\frac{N_{BSV^+}}{m_+} \leq \frac{v_+}{\lambda_+} \leq \frac{N_{SV^+}}{m_+} \quad (12)$$

$$\frac{N_{BSV^-}}{m_-} \leq \frac{v_-}{\lambda_-} \leq \frac{N_{SV^-}}{m_-} \quad (13)$$

其中 $N_{\text{BSV}+}$ 和 $N_{\text{BSV}-}$ 分别为正类和负类中边界支持向量的个数, $N_{\text{SV}+}$ 和 $N_{\text{SV}-}$ 分别是正类和负类中支持向量的个数, m_+ 和 m_- 分别是正类和负类中的样本个数。从式(12), 式(13)可以得出以下结论:

(1) 当类权重 $\lambda_+ = \lambda_- = 1$ 时, WD ν -SVM 的 $v_+(v_-)$ 物理含义与 ν -SVM 的 ν 的含义相同, 分别对应于正类(负类)中边界支持向量比例的上界和支持向量比例的下界;

(2) 增大 λ_+ (λ_-), 正类(负类)中边界支持向量比例的上界和支持向量比例的下界将减小;

(3) 由于边界支持向量的比例代表正类(负类)中训练错误率, 因此调节 v_+/λ_+ (v_-/λ_-) 的值可用来控制正类(负类)中训练错误的比例;

(4) 增大某类权重降低该类的训练错误率时, 不会影响其它类的训练精度, 保持了调整类训练精度的灵活性;

(5) 类权重的变化将影响分类超平面的走向、位置 and 类间隔的变换; 因此对于小样本类, 可以增大该类权重, 使支持向量机的分类面靠近大样本类, 减少小样本类的训练错误率, 解决了 ν -SVM 的训练错误偏差问题。

对WD ν -SVM的求解转化为对其对偶问题即对式(10)的求解, 从式(10)可以看出, 与 ν -SVM相比, 除后两个约束条件外, WD ν -SVM的其它约束条件和目标函数都与 ν -SVM相同, 因此可以用求解 ν -SVM的最小序贯训练算法^[8](Sequential Minimal Optimization, SMO) 求解WD ν -SVM, 约束条件的不同将导致SMO算法中的KKT条件不同, 下节将详细推导WD ν -SVM的KKT条件。

3.2 WD ν -SVM 的 KKT 条件

SMO 分解算法可以归结为两个子问题: 一是工作集的选择, 二是工作集的优化。工作集的优化依赖于求解问题本身, 而工作集的选择依赖于求解问题最优解的充要条件, 即KKT条件。WD ν -SVM的求解问题本身与 ν -SVM相同, 因此本文只推导WD ν -SVM的KKT条件, 给出WD ν -SVM的停止条件和工作集选择方法, 再结合 ν -SVM的工作集优化就完成了对WD ν -SVM的SMO求解。

(1) WD ν -SVM的KKT条件 设对偶问题式(10)约束条件的Lagrange乘子为 $\beta_{\text{eq1}}, \beta_{\text{eq2}}$ 和 δ_i, μ_i , 则KKT条件为

$$\left. \begin{aligned} \nabla\psi(\alpha_i) - \beta_{\text{eq1}}y_i - \beta_{\text{eq2}} - \delta_i + \mu_i &= 0 \\ \delta_i\alpha_i &= 0, \quad \delta_i \geq 0 \\ \mu_i \left(\frac{1}{m_{y_i} v_{y_i}} \lambda_{y_i} - \alpha_i \right) &= 0, \quad \mu_i \geq 0 \\ \alpha^T \mathbf{y} &= 0, \quad \beta_{\text{eq1}} \geq 0, \quad \beta_{\text{eq2}} \geq 0 \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

其中 $\nabla\psi(\alpha_i) = \sum_{j=1}^m y_j \alpha_j y_j k(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j) = y_i \mathbf{w}^T \phi(\mathbf{x}_i)$ 。根据 α_i 的取值讨论式(16), 则有

(a) 当 $\alpha_i = 0$ 时, 根据式(16)有 $\delta_i \geq 0, \mu_i = 0$, 则有

$$\nabla\psi(\alpha_i) - \beta_{\text{eq1}}y_i - \beta_{\text{eq2}} \geq 0 \Rightarrow y_i (\mathbf{w}^T \phi(\mathbf{x}_i) - \beta_{\text{eq1}}) \geq \beta_{\text{eq2}} \quad (15)$$

(b) 当 $0 < \alpha < \lambda_{y_i} / (m_{y_i} v_{y_i})$ 时, 根据式(16)有 $\delta_i = 0, \mu_i = 0$, 则有

$$\nabla\psi(\alpha_i) - \beta_{\text{eq1}}y_i - \beta_{\text{eq2}} = 0 \Rightarrow y_i (\mathbf{w}^T \phi(\mathbf{x}_i) - \beta_{\text{eq1}}) = \beta_{\text{eq2}} \quad (16)$$

由WD ν -SVM原问题式(4)可知 $y_i (\mathbf{w}^T \phi(\mathbf{x}) - b) = \rho$, 对比式(18)可得

$$\beta_{\text{eq1}} = b, \beta_{\text{eq2}} = \rho \quad (17)$$

(c) 当 $\alpha = \lambda_{y_i} / (m_{y_i} v_{y_i})$ 时, 根据式(16)有 $\delta_i = 0, \mu_i \geq 0$, 则有

$$\nabla\psi(\alpha_i) - b y_i - \rho \geq 0 \Rightarrow y_i (\mathbf{w}^T \phi(\mathbf{x}_i) - b) \geq \rho \quad (18)$$

整理式(15)–式(18), 可得简化的WD ν -SVM的KKT条件为:

$$\left. \begin{aligned} y_i (\mathbf{w}^T \phi(\mathbf{x}_i) - b) &\geq \rho, \quad \alpha_i > 0 \\ y_i (\mathbf{w}^T \phi(\mathbf{x}_i) - b) &\leq \rho, \quad \alpha_i < \lambda_{y_i} / (m_{y_i} v_{y_i}) \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

(2) WD ν -SVM的停止条件和工作集选择方法 定义

$$I_{\text{up}}^1(\alpha) = \{i | \alpha_i > 0, y_i = 1\}$$

$$I_{\text{low}}^1(\alpha) = \{j | \alpha_j < \lambda_{y_j} / (m_{y_j} v_{y_j}), y_j = 1\}$$

$$I_{\text{up}}^{-1}(\alpha) = \{i | \alpha_i > 0, y_i = -1\}$$

$$I_{\text{low}}^{-1}(\alpha) = \{j | \alpha_j < \lambda_{y_j} / (m_{y_j} v_{y_j}), y_j = -1\}$$

则式(19)为

$$\max_{i \in I_{\text{up}}^1(\alpha)} y_i \mathbf{w}^T \phi(\mathbf{x}_i) \leq \rho + b \leq \min_{i \in I_{\text{low}}^1(\alpha)} y_i \mathbf{w}^T \phi(\mathbf{x}_i) \text{ 和}$$

$$\max_{i \in I_{\text{up}}^{-1}(\alpha)} y_i \mathbf{w}^T \phi(\mathbf{x}_i) \leq \rho + b \leq \min_{i \in I_{\text{low}}^{-1}(\alpha)} y_i \mathbf{w}^T \phi(\mathbf{x}_i)$$

根据最大违反(Maximal violating)原则, 则WD ν -SVM的工作集选择方法为

$$\begin{aligned} (i, j) \in I_{\text{up}}^1(\alpha) \times I_{\text{low}}^1(\alpha) \text{ 或者 } (i, j) \in I_{\text{up}}^{-1}(\alpha) \times I_{\text{low}}^{-1}(\alpha), \\ \text{满足 } \nabla\psi(\alpha_i) > \nabla\psi(\alpha_j) \end{aligned} \quad (20)$$

则相应的停止条件为: 给定一较小量 ε , 满足:

$$\left. \begin{aligned} \max \left(\max_{i \in I_{\text{up}}^1(\alpha)} y_i \mathbf{w}^T \phi(\mathbf{x}_i) - \min_{i \in I_{\text{low}}^1(\alpha)} y_i \mathbf{w}^T \phi(\mathbf{x}_i) \right) < \varepsilon \\ \text{或 } \max \left(\max_{i \in I_{\text{up}}^{-1}(\alpha)} y_i \mathbf{w}^T \phi(\mathbf{x}_i) - \min_{i \in I_{\text{low}}^{-1}(\alpha)} y_i \mathbf{w}^T \phi(\mathbf{x}_i) \right) < \varepsilon \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

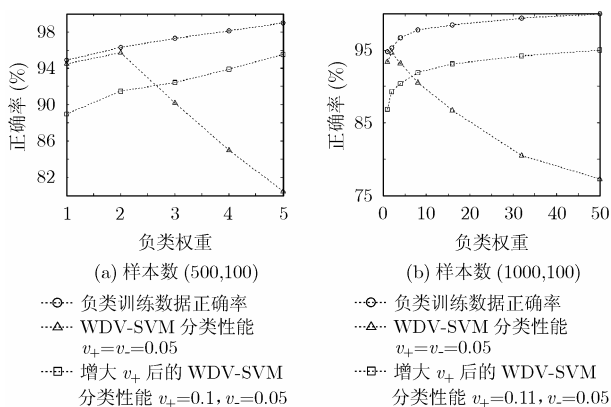
4 实验结果与分析

为了检验WD ν -SVM的性能, 在基于支持向量机的软件库LIBSVM^[9]用Visual C++ 6.0进行了实验验证, 采用与 ν -SVM进行比较实验的方法, 其中核函数为RBF, 实验数据是随机生成的二维数据, 其中正类数据的范围为 $[0, 0] \sim [0.5, 0.5]$, 负类数据的范围为 $[0.4, 0.4] \sim [0.9, 0.9]$ 。表1给出了正类和负类样本数分别为(100, 50)(500, 100)(1000, 100)的训练实验结果。

表 1 类加权训练实验结果表

样本数据组标识	ν -SVM			WD ν -SVM		
	(100,50)	(500,100)	(1000,100)	(100,50)	(500,100)	(1000,100)
正类权重 λ_+	—	—	—	1	1	1
负类权重 λ_-	—	—	—	2	5	50
正类被错分的样本数	3	1	1	10	48	123
负类被错分的样本数	11	16	25	5	1	0
正类支持向量的个数	20	26	39	18	72	231
负类支持向量的个数	15	24	33	9	18	9

由表 1 可见, WD ν -SVM 提供了一种灵活调节每类训练误差比例的手段, 当某类的权重增加时, 该类中被错分的样本比例、边界支持向量数量以及支持向量的数量减少, 提高了该类的分类性能。需要说明的是, 在 ν -SVM 中参数 ν 的取值可以直接根据训练错误率来确定。在 WD ν -SVM 中, 参数 v_+ (v_-) 的取值也可以由类权重 $\lambda_+ = \lambda_- = 1$ 时的训练错误率决定。但随着小样本类权重的增加, 两类的训练精度会随之增高, 过高的训练精度会导致最终的分类型性能较差。因此在提高小样本类的权重时, 考虑到最终的分类型性能, 可灵活调整反映大样本类训练精度的参数 v_+ , 增加大样本类的训练误差, 如图 1 所示。尽管增大参数 v_+ , 增加了大样本类的样本错分数(如表 1 所示), 但提高了小样本类的训练精度和最终的分类型性能。

图 1 WD ν -SVM 不同参数和样本数下的训练和分类曲线图

由此可见, 相比文献[6, 7]提出的加权 ν -SVM, WD ν -SVM 的参数 v_+ (v_-) 具有明确的物理含义, 利于参数取值, 从而省去了迭代过程, 节省了支持向量机训练时间。相比文献[5]提出的 Dual ν -SVM, WD ν -SVM 具有更强的调节类训练错误率的灵活性, 即在 Dual ν -SVM 中, 小样本类的训练精度的提高必然是以牺牲大样本类训练精度为代价的, 且两类的训练精度有一个固定关系。而在 WD ν -SVM 中, 在提高小样本类训练精度时, 可灵活调整反映大样本类训练精度的参数 v_+ 。因此本文提出的 WD ν -SVM 具有参数含义明确、并能灵活解决样本不平衡的训练错误偏差问题。

5 结束语

为了达到好的分类性能及如何确定支持向量机中的参

数取值是支持向量机应用到分类识别中的一个关键。本文提出的类加权支持向量机 WD ν -SVM 中的参数 v_+ 和 v_- 具有明确的物理含义, 分别对应于加权正类和负类中边界向量比例的上界和支持向量比例的下界, 从而利于分类识别中的参数取值, 保持了 ν -SVM 的优势。并且 WD ν -SVM 通过调整类加权提高对小样本类的分类性能, 解决了 ν -SVM 由于样本类不平衡导致的分类错误偏差问题。将本文算法进一步应用到虹膜识别中是本文今后的研究方向。

参考文献

- [1] Cortes C and Vapnik V. Support vector networks. *Machine Learning*, 1995, 20(3): 273–297.
 - [2] Song Q, Hu W J, and Xie W F. Roust support vector machine with bullet hole image classification. *IEEE Trans. Syst., Man, Cybern.*, 2002, 32(11): 440–448.
 - [3] Dong J X, Krzyzak A, and Suen C Y. Fast SVM training algorithm with decomposition on very large data sets. *IEEE Trans. on Pattern Anal. and Machine Intel.*, 2005, 27(4): 603–618.
 - [4] Schölkopf B, Smola A J, and Williamson R C, et al. New support vector algorithms. *Neural Computation*, 2000, 12(5): 1207–1245.
 - [5] Chew H G, Bogner R E, and Lim C C. Dual- ν support vector machine with error rate and training size Biasing. ICASSP, Salt Lake City, Utah, USA, 2001: 1269–1272.
 - [6] Wu X Y and Srihari R. New ν -support vector machines and their sequential minimal optimization. Proc. of the 20th Int. Conf. on Machine Learning, Washington D.C. USA, 2003: 824–831.
 - [7] 范昕炜. 支持向量机算法的研究及其应用. [博士学位]. 杭州: 浙江大学, 2003.
 - [8] Platt J. Fast Training of Support Vector Machines Using Sequential Minimal Optimization. *Advances in Kernel Methods-Support Vector Learning*, MIT Press, 1998: 185–208.
 - [9] Chung C C and Jen L C. LIBSVM: A library for support vector machine. 2005. <http://www.csie.ntu.tw/~cjlin/libsvm>.
- 王 娜: 女, 1977 年生, 博士, 副教授, 主要从事模式识别、最优化、图像编码处理等方面的研究工作。
- 李 霞: 女, 1968 年生, 博士, 教授, 主要从事智能计算、最优化等方面的研究工作。