

## 螺旋带色散特性和耦合阻抗的精确计算

肖 刘<sup>①②</sup> 苏小保<sup>①</sup> 刘濮鲲<sup>①</sup>

<sup>①</sup>(中国科学院电子学研究所 北京 100080)

<sup>②</sup>(中国科学院研究生院 北京 100039)

**摘要:**应用一种改进的计算螺旋带色散和耦合阻抗的方法,对面电流密度进行 Chebyshev 多项式展开后,去除了螺旋带上的面电流密度假设。在介质的高阶径向分层时为了避免高阶矩阵的求逆运算,采用转移矩阵和连接矩阵处理边界的场匹配。编写可径向任意分层的普适性程序,计算了螺旋线行波管的一些典型结构。研究表明:该理论的计算结果与实验结果有很好的一致;谐波次数以及面电流 Chebyshev 展开的项数完全可以依据结果的收敛性进行选取;分层的数目主要与结构的径向规则程度有关,径向越不规则,所要求的分层数目越多。

**关键词:**行波管;螺旋带;色散;耦合阻抗;介质分层

中图分类号:TN124

文献标识码:A

文章编号:1009-5896(2007)03-0751-05

## Precise Calculation of the Dispersion and Coupling Impedance of Tape Helix

Xiao Liu<sup>①②</sup> Su Xiao-bao<sup>①</sup> Liu Pu-kun<sup>①</sup>

<sup>①</sup>(Institute of Electronics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100080, China)

<sup>②</sup>(Graduate University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100039, China)

**Abstract:** An improved method for evaluating the dispersion and coupling impedance of a tape helix is utilized. The assumption about the surface current density distribution on the tape is avoided by expanding it in a series of Chebyshev polynomials. The propagation matrix and jump matrix are introduced when the dielectric layer is stratified. A program has been written to analyze some typical examples. It is found that the results obtained by computing and measuring agree to good accuracy. The maximal orders of spatial harmonic and Chebyshev expansion can be specified to ensure the convergence of the results. The number of the stratified dielectric depends on the degree of radial uniformity: the more uniform the dielectric, the less the number.

**Key words:** TWT; Tape helix; Dispersion; Coupling impedance; Stratified dielectric

### 1 引言

行波管具有高功率、高增益、高效率 and 宽频带等特点,在雷达、通讯、电子对抗和精确制导等领域有着广泛的应用<sup>[1]</sup>。螺旋线的理论模型包括螺旋导电面模型<sup>[2-4]</sup>和螺旋带模型<sup>[5-7]</sup>。螺旋带模型由于从结构上可以考虑螺旋线的真实宽度,从理论上可以考虑空间谐波的影响,相对螺旋导电面模型有了很大的进步。然而,螺旋带上的面电流密度通常还是采用简单的假设。

从理论上首次去除螺旋带面电流假设的是美国学者 Chernin 等<sup>[8]</sup>。通过对螺旋带上面电流密度进行 Chebyshev 多项式展开,求解了螺旋带行波管的色散和耦合阻抗。这一理论上的突破使螺旋带模型进一步接近实际。此外,在介质支撑区域,径向分层处理采用了一种新颖的边界匹配方法。通常使用的边界匹配方法中<sup>[9, 10]</sup>,由于各个区域有不同的场表

达式,为了最终确定各个区域的电磁场,边界匹配后形成一个随层数增加而增加的系数矩阵。场的求解通过矩阵求逆来完成,这对介质的高阶分层处理是极为不利的。该方法采用矩阵的转移和连接,从某一层开始可以依次获得其它各层的电磁场。介质区域场的求解最终表现为矩阵相乘的形式,使介质的高阶分层计算大为简化。

文献<sup>[8]</sup>从理论上给出了介质分层处理的一般方法,然而后续的分析实例中却没有考虑分层处理对螺旋带色散和耦合阻抗的影响,也没有与实验结果进行比较。国内的相关工作主要是在该方法的基础上考虑了有限厚度的螺旋带对螺旋带色散特性和耦合阻抗的影响<sup>[11, 12]</sup>。本文应用这一改进的计算方法,编写了可径向任意分层的普适性程序,与实验结果进行比较,研究了该介质分层处理方法的可行性和有效性。

### 2 基本理论

#### 2.1 介质分层

介质夹持杆的理论分析通常采用等效处理的方法,将等

2005-08-01 收到, 2006-01-11 改回

国家自然科学基金(60571039)和国家杰出青年科学基金(60125104)资助课题

效相对介电常数表示为

$$\varepsilon_r^{(i)} = 1 + (\varepsilon_r - 1) \frac{A^{(i)}}{A^{(i)} + A'^{(i)}} \quad (1)$$

其中  $\varepsilon_r$  为介质夹持杆的相对介电常数, 上标  $(i)$  表示第  $i$  个薄层,  $A$  为介质杆的横截面积,  $A + A'$  为介质杆所在区域的横截面积。介质分层后, 各层的编号如图 1 所示。

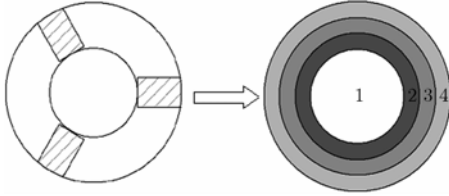


图 1 螺旋带模型的径向等效与分层示意图

径向分层和等效后, 第  $i$  层中电磁场  $n$  次空间谐波的纵向分量写成如下的简单形式:

$$\left. \begin{aligned} E_{zn,i} &= [A_{n,i} I_n(\gamma_n^{(i)} r) + B_{n,i} K_n(\gamma_n^{(i)} r)] e^{-j(\beta_n z - n\theta)}, \\ H_{zn,i} &= [C_{n,i} I_n(\gamma_n^{(i)} r) + D_{n,i} K_n(\gamma_n^{(i)} r)] e^{-j(\beta_n z - n\theta)}, \end{aligned} \right\} 1 \leq i \leq N \quad (2)$$

其中  $N$  为径向等效和分层后的总层数,  $A_{n,i}$ 、 $B_{n,i}$ 、 $C_{n,i}$  和  $D_{n,i}$  为 4 个待定系数,  $I_n$  和  $K_n$  分别为第一、第二类修正的贝塞尔函数,  $\beta_n$  和  $\gamma_n$  分别为  $n$  次空间谐波的纵向和横向传播常数,  $\gamma_n^{(i)2} = \beta_n^2 - \varepsilon_r^{(i)}(\omega^2/c^2)$ 。

首先简要介绍一下边界匹配确定式(2)中待定参数的常规方法。

在轴线上, 电磁场分量必须是有限的, 所以螺旋带内部的场分量表达式中不能存在第二类修正的 Bessel 函数, 待定参数减少为  $4N - 2$  个。

在螺旋带上, 面电流分布  $J_{zn}$  和  $J_{\theta n}$  给定后, 有边值关系:

$$\left. \begin{aligned} H_{zn}^{(2)}(a) - H_{zn}^{(1)}(a) &= -J_{\theta n} \\ H_{\theta n}^{(2)}(a) - H_{\theta n}^{(1)}(a) &= J_{zn} \end{aligned} \right\} \quad \text{和} \quad \left. \begin{aligned} E_{zn}^{(2)}(a) &= E_{zn}^{(1)}(a) \\ E_{\theta n}^{(2)}(a) &= E_{\theta n}^{(1)}(a) \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

$a$  为螺旋带的平均半径。

在介质区域, 各层之间电场和磁场的切向分量连续:

$$\left. \begin{aligned} E_{zn}^{(i+1)}(a_+^{(i)}) &= E_{zn}^{(i)}(a_-^{(i)}), & E_{\theta n}^{(i+1)}(a_+^{(i)}) &= E_{\theta n}^{(i)}(a_-^{(i)}) \\ H_{zn}^{(i+1)}(a_+^{(i)}) &= H_{zn}^{(i)}(a_-^{(i)}), & H_{\theta n}^{(i+1)}(a_+^{(i)}) &= H_{\theta n}^{(i)}(a_-^{(i)}) \end{aligned} \right\} 2 \leq i \leq N - 1 \quad (4)$$

其中  $a_+^{(i)} = a_-^{(i)} = a^{(i)}$  为第  $(i)$  个边界的相应半径。

最外层边界通常假定为理想导体, 有边界条件:

$$E_{zn}^{(N)}(b) = 0, \quad E_{\theta n}^{(N)}(b) = 0 \quad (5)$$

$b$  为最外层边界的相应半径。

由式(2)中场的纵向分量求出横向分量, 一并代入式(3)、式(4)和式(5)中, 构成了关于  $4N - 2$  个待定参数的  $4N - 2$  个方程。显然, 这样的分层处理方法产生的系数矩阵是随层数增加而增加的, 且待定系数的最终求解通过矩阵求逆来完成

成, 所以在介质的高阶分层时是极为不利的。造成这一不利结果的原因是边界条件式(3)和式(4)将两个相邻区域的电磁场分量耦合起来, 若不采用必要的方法去耦, 则必须联立求解  $4N - 2$  个方程构成的方程组。

应用本文的改进方法, 在介质区域引入转移矩阵和连接矩阵, 通过矩阵相乘的形式将待定系数的求解方程个数减少为 6, 即与不分层处理的求解方程组个数一致。

将边界条件式(4)改写成如下的矩阵形式:

$$\mathbf{V}_n^{(i+1)}(r) = \mathbf{T}_n \left( a_+^{(i)} \middle| a_-^{(i)} \right) \mathbf{V}_n^{(i)}(r) \quad (6)$$

其中

$$\mathbf{V}_n^{(i)}(r) = \begin{pmatrix} E_{zn}^{(i)}(r) \\ (\gamma_n^{(i)})^{-1} \frac{\partial}{\partial r} E_{zn}^{(i)}(r) \\ jH_{zn}^{(i)}(r) \\ (\gamma_n^{(i)})^{-1} j \frac{\partial}{\partial r} H_{zn}^{(i)}(r) \end{pmatrix} \quad (7)$$

$$\mathbf{T}_n \left( a_+^{(i)} \middle| a_-^{(i)} \right) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\varepsilon_r^{(i)}}{\varepsilon_r^{(i+1)}} \frac{\gamma_n^{(i+1)}}{\gamma_n^{(i)}} & F_n^{(i)} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ \varepsilon_r^{(i+1)} F_n^{(i)} / \zeta_0^2 & 0 & 0 & \frac{\gamma_n^{(i+1)}}{\gamma_n^{(i)}} \end{pmatrix} \quad (8)$$

$$F_n^{(i)} = \zeta_0 \frac{\omega n \beta_n}{a^{(i)} c} \frac{1}{\gamma_n^{(i+1)} (\gamma_n^{(i)})^2} \frac{\varepsilon_r^{(i)} - \varepsilon_r^{(i+1)}}{\varepsilon_r^{(i+1)}} \quad (9)$$

$\zeta_0 = 120\pi$  为自由空间波阻抗, 称矩阵  $\mathbf{T}_n \left( a_+^{(i)} \middle| a_-^{(i)} \right)$  为连接矩阵, 它描述了第  $i + 1$  和第  $i$  个区域之间切向电磁场的连续性。

同一层中内外边界的电磁场之间的关系用如下的矩阵形式表示:

$$\mathbf{V}_n^{(i)}(a_-^{(i)}) = \mathbf{W}_n^{(i)} \left( a_-^{(i)} \middle| a_+^{(i-1)} \right) \mathbf{V}_n^{(i)}(a_+^{(i-1)}) \quad (10)$$

其中

$$\mathbf{W}_n^{(i)} \left( a_-^{(i)} \middle| a_+^{(i-1)} \right) = \begin{pmatrix} \mathbf{U}_n^{(i)} \left( a_-^{(i)} \middle| a_+^{(i-1)} \right) & 0 \\ 0 & \mathbf{U}_n^{(i)} \left( a_-^{(i)} \middle| a_+^{(i-1)} \right) \end{pmatrix} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} & \mathbf{U}_n^{(i)} \left( a_-^{(i)} \middle| a_+^{(i-1)} \right) \\ &= x_{n1}^{(i)} \begin{pmatrix} -I_n(x_{n2}^{(i)}) K_n'(x_{n1}^{(i)}) + I_n'(x_{n1}^{(i)}) K_n(x_{n2}^{(i)}) \\ -I_n'(x_{n2}^{(i)}) K_n'(x_{n1}^{(i)}) + I_n'(x_{n1}^{(i)}) K_n'(x_{n2}^{(i)}) \\ I_n(x_{n2}^{(i)}) K_n(x_{n1}^{(i)}) - I_n(x_{n1}^{(i)}) K_n(x_{n2}^{(i)}) \\ I_n'(x_{n2}^{(i)}) K_n(x_{n1}^{(i)}) - I_n(x_{n1}^{(i)}) K_n'(x_{n2}^{(i)}) \end{pmatrix} \quad (12) \end{aligned}$$

$I_n'$  和  $K_n'$  分别为第一、第二类修正的贝塞尔函数的一阶导数,  $a_+^{(i-1)}$  和  $a_-^{(i)}$  分别为第  $i$  层内外边界对应的半径,  $x_{n2}^{(i)} = \gamma_n^{(i)} a_-^{(i)}$ ,

$x_n^{(i)} = \gamma_n^{(i)} a_+^{(i-1)}$ , 称矩阵  $\mathbf{W}_n^{(i)}(a_-^{(i)}|a_+^{(i-1)})$  为转移矩阵, 它描述了第  $i$  层内外边界处电磁场的相互关系。

在介质区域引入连接矩阵和转移矩阵后, 各层的电磁场通过矩阵相乘来表示。例如, 给定第二个区域外边界的电磁场, 则最外层( $N$ 层)外边界处的电磁场可以表示为

$$\begin{aligned} \mathbf{V}_n^{(N)}(b) &= \mathbf{W}_n(b|a_+^{(N-1)}) \cdot \mathbf{T}_n(a_+^{(N-1)}|a_-^{(N-1)}) \\ &\quad \dots \mathbf{T}_n(a_+^{(2)}|a_-^{(2)}) \cdot \mathbf{V}_n^{(2)}(a_-^{(2)}) \\ &= \mathbf{S}(b|a_-^{(2)}) \mathbf{V}_n^{(2)}(a_-^{(2)}) \end{aligned} \quad (13)$$

由式(8)和式(11)可见, 连接矩阵和转移矩阵的元素是与结构分层以及色散关系  $\omega \sim \beta_n$  相关的量。当介质分层以及色散关系确定后, 式(13)中连接矩阵和转移矩阵相乘得到的矩阵  $\mathbf{S}(b|a_-^{(2)})$  也就完全确定。应用边界条件式(5)得到式(13)中  $\mathbf{V}_n^{(N)}(b)$  矩阵的第一和第四行元素为零。通过矩阵  $\mathbf{S}(b|a_-^{(2)})$  转换到第二个区域的外边界, 获得了关于第二个区域 4 个待定系数的两个方程。和螺旋带上的边界条件式(3)对应的 4 个方程联立, 将待定系数的求解方程减少到 6 个, 即方程组系数矩阵的阶数不再随分层数目的增加而增加。

### 2.2 面电流的 Chebyshev 展开

螺旋带处的磁边界条件与带上的面电流密度有关。为了使面电流更好地满足带边效应<sup>[8]</sup>, 将面电流沿螺旋方向及垂直方向分别采用第一和第二类 Chebyshev 多项式进行展开:

$$\left. \begin{aligned} J_\xi(s) &= \frac{1}{(1-s^2)^{1/2}} \sum_{l=0}^{\infty} J_{\xi l} T_l(s) \\ J_\eta(s) &= (1-s^2)^{1/2} \sum_{l=0}^{\infty} J_{\eta l} U_l(s) \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

其中,  $\xi$  和  $\eta$  分别为  $\theta$  和  $z$  坐标逆时针旋转螺旋角  $\psi$  后形成的沿螺旋方向及垂直于螺旋方向的新坐标,  $s = 2(\eta/w) - 1$ ,  $w$  为螺旋带的宽度,  $T_l(s)$  和  $U_l(s)$  分别为第一和第二类 Chebyshev 多项式。采用 Chebyshev 多项式展开后, 系数  $J_{\xi l}$  和  $J_{\eta l}$  完全确定了螺旋带上面电流的分布。

### 2.3 色散关系

采用阻抗矩阵  $\mathbf{Z}_n$  来表示电场和磁场的相互关系:

$$\begin{pmatrix} E_{\theta n} \\ E_{zn} \end{pmatrix} = \mathbf{Z}_n \begin{pmatrix} H_{\theta n} \\ H_{zn} \end{pmatrix} \quad (15)$$

则螺旋带处的边界条件式(3)可以全部以电场分量的形式来表示, 通过坐标旋转和变量替换后写成如下的形式:

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} E_\xi(s) \\ E_\eta(s) \end{pmatrix} &= \sum_n \begin{pmatrix} E_{\xi n}(s) \\ E_{\eta n}(s) \end{pmatrix} \\ &= \frac{(w/2)}{2\pi a \sin \psi} \sum_n \int_{-1}^1 ds' e^{-j\alpha_n(s-s')} \tilde{\mathbf{Z}}_n \begin{pmatrix} J_\xi(s') \\ J_\eta(s') \end{pmatrix} \\ &= 0, \quad -1 < s < 1 \end{aligned} \quad (16)$$

其中

$$\alpha_n = \frac{w}{2} \left[ \frac{n}{a \sin \psi} + \beta \cos \psi \right] \quad (17)$$

$$\tilde{\mathbf{Z}}_n = \begin{pmatrix} \cos \psi & \sin \psi \\ -\sin \psi & \cos \psi \end{pmatrix} \mathbf{Z}_n \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \psi & -\sin \psi \\ \sin \psi & \cos \psi \end{pmatrix} \quad (18)$$

$\tilde{\mathbf{Z}}_n$  是阻抗系数矩阵在坐标旋转后的表达形式, 条件  $-1 < s < 1$  将电场限制在螺旋带上, 从而与螺旋带隙缝中的电场区分开来。

将面电流沿螺旋方向及垂直方向分别采用第一和第二类 Chebyshev 多项式进行展开后, 代入边界条件式(16), 获得如下的矩阵表达式:

$$\begin{pmatrix} \mathbf{M}_{00} & \mathbf{M}_{01} & \mathbf{M}_{02} & \dots \\ \mathbf{M}_{10} & \mathbf{M}_{11} & \mathbf{M}_{12} & \dots \\ \mathbf{M}_{20} & \mathbf{M}_{21} & \mathbf{M}_{22} & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \end{pmatrix} \begin{pmatrix} J_{\xi 0} \\ J_{\eta 0} \\ J_{\xi 1} \\ J_{\eta 1} \\ \vdots \end{pmatrix} = \mathbf{M}\mathbf{J} = 0 \quad (19)$$

其中  $J_{\xi l}$  和  $J_{\eta l}$  是 Chebyshev 多项式的展开系数,

$$\begin{aligned} \mathbf{M}_{l'l'} &= (-1)^l j^{l+l'} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \begin{pmatrix} J_l(\alpha_n) & 0 \\ 0 & \frac{l+1}{\alpha_n} J_{l+1}(\alpha_n) \end{pmatrix} \\ &\quad \cdot \tilde{\mathbf{Z}}_n \begin{pmatrix} J_{l'}(\alpha_n) & 0 \\ 0 & \frac{l'+1}{\alpha_n} J_{l'+1}(\alpha_n) \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (20)$$

式中  $J_l(\alpha_n)$  为  $l$  阶第一类贝塞尔函数。给定频率  $\omega$  时, 由系数矩阵  $\mathbf{M}$  的行列式等于零可以确定相应的第  $n$  次空间谐波的纵向传播因子  $\beta_n$ , 从而获得行波管螺旋线的色散关系。矩阵  $\mathbf{M}$  确定后, 由于其行列式等于零, 用式(19)直接求解 Chebyshev 多项式展开的系数  $J_{\xi l}$  和  $J_{\eta l}$  将是一个不定形式的方程组。在具体的计算过程中, 将某个系数设置为 1, 则其余的系数相继确定。这一处理虽然影响面电流和电场空间谐波的大小, 但是从耦合阻抗的定义可以看到, 它对耦合阻抗的计算没有影响。

### 2.4 耦合阻抗

第  $n$  次空间谐波的耦合阻抗定义如下:

$$K_n(r) = \frac{|E_{zn}^{(1)}(r)|^2}{2\beta_n^2 P_r} \quad (21)$$

其中  $E_{zn}^{(1)}(r)$  为第 1 层中  $n$  次空间谐波的电场纵向分量,  $P_r$  为纵向功率流。由耦合阻抗的定义式(21)可知, 分子和分母均是电场和磁场的平方形式, 故电场和磁场同时乘以某个复因子, 式(21)的大小不会发生变化。

系数  $J_{\xi l}$  和  $J_{\eta l}$  求解后, 螺旋带处的电场分量按下式计算:

$$\begin{pmatrix} E_{\xi n} \\ E_{\eta n} \end{pmatrix} = \frac{W}{4a \sin \psi} \sum_{l=0}^{\infty} j^l \tilde{\mathbf{Z}}_n \begin{pmatrix} J_l(\alpha_n) J_{\xi l} \\ \frac{l+1}{\alpha_n} J_{l+1}(\alpha_n) J_{\eta l} \end{pmatrix} \quad (22)$$

进行坐标反变换, 求得柱坐标系下电场的纵向和角向分量, 螺旋带内外的磁场分量通过导纳矩阵来表示。

### 3 计算结果与分析

基于上述理论进行编程, 由于存在两个无穷参量, 分别为空间谐波次数  $n$  和面电流 Chebyshev 多项式展开的项数  $l$ , 所以在计算时必须选用合适的有限值。这两个参数的最大值以及介质分层的数目  $ln$  都根据计算结果的收敛情况进行选取。为了检验编程计算的有效性, 首先对文献[8]中的实例进行了分析。此例中的螺旋线为无限薄, 且给定的是等效介电常数, 无需再进行分层处理。考虑螺旋线的厚度, 并进行介质的径向分层处理, 接着对文献[10]中的两个典型结构进行了计算。在计算中, 有限厚度的螺旋线被等效成中央存在一无限薄螺旋带的等厚真空层。

#### 3.1 无限薄螺旋带结构模型

根据文献[8](结构参数见表 1), 首先选取最高空间谐波次数  $n_{max} = 12$ , 考虑面电流密度 Chebyshev 多项式展开的收敛性。当相对螺旋带宽度  $w' = w / (p \cos \psi)$  分别为 0.2 和 0.8 时, 展开所取的最大项数  $l_{max}$  分别为 2、4 和 6 时, 计算结果(图 2)显示出色散和耦合阻抗曲线已经很好地收敛。 $l_{max} = 4$  和  $l_{max} = 6$  时, 最大相对偏差小于 0.01%。所以选取  $l_{max} = 4$  时计算色散和耦合阻抗在精度上已经足够。

表 1 无限薄螺旋带模型(mm)

结构名称	螺旋带半径	螺距	螺旋角(°)	金属筒内半径	等效相对介电常数
结构参数	1.245	0.801	5.850	2.794	1.250

接着取  $l_{max} = 4$ , 当螺旋带相对宽度  $w' = 0.2$ , 最高空间谐波次数  $n_{max}$  分别为 3, 6, 9, 12 和 24 时, 计算结果如图 3 所示。由图可以看到, 从 6 次谐波开始, 色散和耦合阻抗曲线开始收敛。当  $n_{max} = 12$  和  $n_{max} = 24$  时, 色散和耦合阻抗的最大相对偏差不超过 0.01%。

取  $l_{max} = 4$ ,  $n_{max} = 12$ , 分别计算相对螺旋带宽度  $w'$  为 0.2, 0.4, 0.6 和 0.8 时的色散和耦合阻抗, 计算结果如图 4 所示。其中一个非常有意义的结果是: 随着相对螺旋带宽度的增加, 色散和耦合阻抗的变化是非线性的。低频部分的变

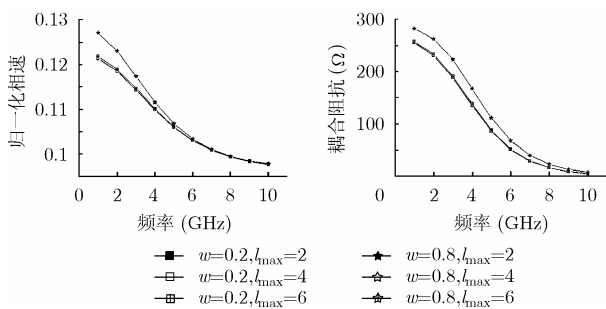


图 2  $l_{max}$  为 2, 4 和 6 时色散和耦合阻抗曲线

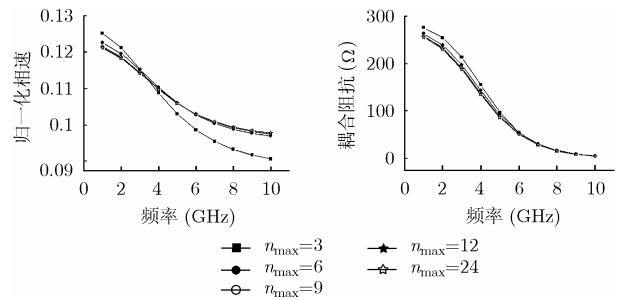


图 3  $n_{max}$  为 3,6,9,12 和 24 时色散和耦合阻抗曲线

化远大于高频部分。当  $w' = 0.8$  时, 色散和耦合阻抗曲线与  $w' = 0.4, 0.6$  的曲线在较大的频率范围内发生交叉, 这说明存在最佳的相对螺旋带宽度。与文献[8]中的结果进行比较可见, 色散和耦合阻抗的计算结果完全一致。

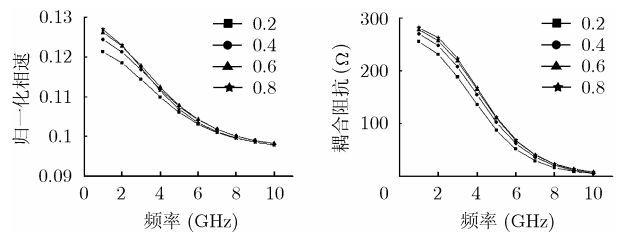


图 4  $w'$  为 0.2, 0.4, 0.6 和 0.8 时的色散和耦合阻抗曲线

#### 3.2 矩形和圆形介质杆结构模型

下面分矩形和圆形两种不同的介质支撑形式分别进行计算与分析。其中矩形介质杆的宽度和高度分别为 0.68mm 和 1.32mm, 圆形介质杆的半径为 0.28mm。两个结构的其它结构参量如表 2 所示。首先在介质没有分层时, 分别就最高空间谐波次数  $n_{max}$  以及面电流 Chebyshev 展开的最大项数  $l_{max}$  进行收敛性分析。结果表明, 当  $l_{max} = 4$ ,  $n_{max} = 12$  时, 色散和耦合阻抗分别和更高次计算结果有很好的致。

矩形介质杆模型的计算结果如图 5 所示。当分层数  $ln = 3$  时, 色散和耦合阻抗曲线开始收敛。当所分层数为 6、9 和 12 时, 曲线已经重叠且难以区分。 $ln = 6$  和 9 时, 计算结果的相对偏差已经小于 0.01%。取  $ln = 6$  时的计算结果与实验结果进行比较, 色散和耦合阻抗的最大相对误差分别为 2.2% 和 4.6%, 可见此方法有相当的计算精度。

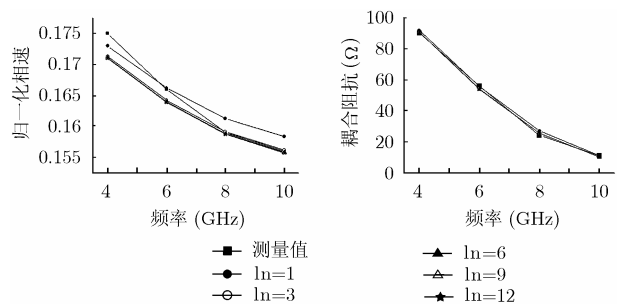
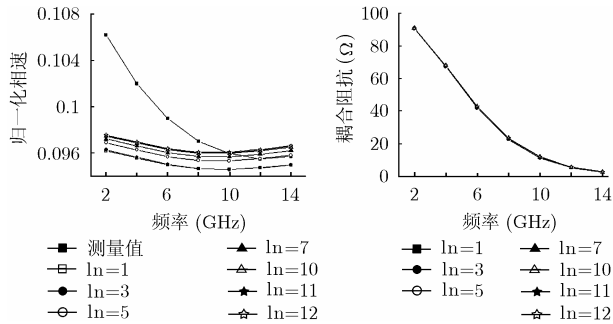


图 5  $ln$  为 1, 3, 6, 9 和 12 时的色散和耦合阻抗曲线

表2 两个实际螺旋线的结构参量<sup>[10]</sup> (mm)

夹持杆类型	螺旋带内半径	螺旋带外半径	金属筒内半径	螺旋带宽度	螺旋角(°)	介质杆条数	相对介电常数
矩形	1.465	1.590	2.920	0.890	9.5	3	5.2
圆形	0.826	0.889	1.449	0.127	6.4	3	9

圆形介质杆模型的计算结果如图6所示。层数 $ln = 10$ 时,色散曲线才开始收敛。导致色散曲线收敛速度变慢的主要原因是圆形介质杆径向的不均匀性比矩形杆严重。径向分层变化时,各层的等效介电常数相对变化较大。当 $ln = 11$ 时与实验结果比较,归一化相速度的最大相对误差为8.2%。

图6  $ln$  为 1、3、5、7、10、11、12 时的色散和耦合阻抗曲线

#### 4 结束语

冷测参数的计算是大信号计算的基础,行波管的优化设计要求这些参数的获得快速准确。本文应用了一种改进的计算螺旋带色散和耦合阻抗的方法,成功去除面电流假设并在径向对介质进行径向分层处理。在径向分层处理时,不需对随层数增加而增加的高阶矩阵进行求逆运算,适合于高阶的介质分层处理。基于此理论编写了可径向任意分层的普适性程序。研究表明:理论计算与实验结果有很好的的一致;谐波次数以及面电流 Chebyshev 展开的项数不需要人为的设定,在计算中完全可以依据结果的收敛性进行选取;分层的数目主要与结构的径向规则度有关,径向越不规则,需要的分层数目越多。

感谢成都电子科技大学宫玉彬教授和段兆云博士在计算程序方面提供的帮助。

#### 参 考 文 献

- [1] Kartikeyan M V, Sinha A K, and Bandopadhyay H N, *et al.* Effective simulation of the radial thickness of helix for broad band, practical TWT's [J]. *IEEE Trans. on Plasma Science*, 1999, 27(4): 1115–1123.
- [2] Pierce J R. *Traveling Wave Tubes* [M]. Princeton Nj: Van Nostrand, 1950: 19–49.
- [3] Freund H P, Zaidman E G, and Antonsen Jr T M. Theory of helix traveling wave tubes with dielectric and vane loading [J]. *Physics of Plasmas*, 1996, 3(8): 3145–3161.
- [4] Paul G. Quasi-three-dimensional perturbation technique,

- including dielectrics for TWT's [J]. *IEEE Trans. on Electron Devices*, 1994, 41(3): 445–451
- [5] Sensiper S. Electromagnetic wave propagation on helical conductors[D]. USA, Dept of Electrical Engineering, MIT, 1951.
- [6] Freund H P. Three-dimensional nonlinear theory of helix traveling-wave tubes[J]. *IEEE Trans. on Plasma Science*, 2000, 28(3): 748–759.
- [7] Paul G. Tape helix perturbation including 3-D dielectrics for TWTs[J]. *IEEE Trans. on Electron Devices*, 2001, 48(1): 12–23.
- [8] Chernin D, Antonsen Jr T M, and Levush B. Exact treatment of the dispersion and beam interaction impedance of a thin tape helix surrounded by a radially stratified dielectric [J]. *IEEE Trans. on Electron Devices*, 1999, 46(7): 1472–1483.
- [9] Jain P K and Basu B N. The inhomogeneous dielectric loading effects of practical helix supports on the interaction impedance of the slow-wave structure of a TWT[J]. *IEEE Trans. on Electron Devices*, 1992, 39(3): 727–733.
- [10] D'Agostino S, Emma F, and Paoloni C. Accurate analysis of helix slow-wave structures [J]. *IEEE Trans. on Electron Devices*, 1998, 45(7): 1605–1613.
- [11] 段兆云, 宫玉彬, 王文祥等. 考虑螺旋带径向厚度的螺旋线慢波系统的研究. *强激光与粒子束*, 2002, 14(6): 905–910. Duan Zhao-yun, Gong Yu-bin, and Wang Wen-xiang, *et al.* Study of helix slow wave structure taking the radial thickness into account. *High Power Laser and Particle Beams*, 2002, 14(6): 905–910.
- [12] 段兆云, 宫玉彬, 王文祥等. 一种具有新型分立介质支撑的翼片加载螺旋带慢波结构的研究. *电子学报*, 2004, 32(9): 1515–1519. Duan Zhao-yun, Gong Yu-bin, and Wang Wen-xiang, *et al.* Study of vane-loaded tape helix slow wave structure with novel discontinuous supporting dielectric pillars. *Acta Electronica Sinica*, 2004, 32(9): 1515–1519.

- 肖 刘: 男, 1975 年生, 博士生, 研究领域为微波电子学。  
 苏小保: 男, 1963 年生, 博士, 研究员, 主要从事激光、低温等离子体及应用、电真空微波器件的研究。  
 刘濮鲲: 男, 1965 年生, 博士, 教授, 研究员, 博士生导师, 主要从事大功率微波毫米波器件、高功率微波与信息对抗技术的研究。