

多天线 Rice 信道空间衰落相关的近似表达

韩力 罗伟雄

(北京理工大学电子工程系 北京 100081)

摘要: 将 von Mises 分布作为多径散射接收信号的功率密度分布, 在存在稳定直射分量的条件下, 推导出相应的多天线 Rice 信道中的多径角度扩展公式, 进而推导出了小尺度 Rice 衰落信道中紧凑阵元空间相关系数的近似表达式。von Mises 分布的集中度参量对多径角度扩展的影响较 Rice 因子更为明显。只要多径散射是各向同性的, 阵元间的空间相关性较弱; 只要多径散射是各向异性的, 空间相关性将随直射分量功率增大而急剧增加。分析表明, 角度扩展和阵元间距是影响接收信号空间衰落相关性的主要因素。

关键词: von Mises 分布; 角度扩展; 空间衰落相关; Rice 信道

中图分类号: TN92

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2007)03-0674-03

An Approximate Expression for Spatial Fading Correlation in Multi-antenna Rice Channels

Han Li Luo Wei-xiong

(Dept. of Electronic Engineering, Beijing Institute of Technology, Beijing 100081, China)

Abstract: Considering the von Mises distribution as the received multipath power density distribution versus the AOA of scatter components, a formula for multipath angular spread corresponding to this distribution is presented in multi-antenna Rice channels, and an approximate expression for spatial correlation coefficient between compact antenna elements is proposed in small-scale Rice fading channels. The von Mises distribution's concentration parameter makes a more visible impact on multipath angular spread than the Rice factor. It is concluded that spatial correlation between elements is weaker as long as multipath scattering is isotropic. It is also concluded that so far as multipath scattering is nonisotropic, the spatial correlation will acutely rises along with increasing of LOS power. The resulting analysis indicates that the angular spread and spacing between elements are main factors effecting on spatial fading correlation of received signals.

Key words: von Mises distribution; Angular spread; Spatial fading correlation; Rice channel

1 引言

基于 MIMO 无线信道的空时编码传输技术^[1,2] 成为近年通信技术研究的热点。空时编码传输理论上要求 MIMO 信道中各路径信号保持空间衰落独立^[3]。在一些实际 MIMO 移动信道中, 移动终端阵列天线通常只能采用小间距阵元布阵, 即要求采用紧凑型阵列天线, 在室内 WLAN 也有同样的限制。紧凑排布阵元必然增加天线相关, 从而降低 MIMO 系统的信道容量。所谓天线相关是指各阵元之间的信号空间衰落相关。影响信号空间相关性的因素较多, 得到准确的解析结果比较困难。对于小尺度衰落, 可推导出接收信号空间衰落相关系数的近似表达式, 并可得出某些有益的结论。

2 多径角度扩展

阵列天线接收的平面波通常由直射分量和多径散射分量构成。假设平面波的入射仰角 $\theta = 90^\circ$, 接收信号在二维平面上沿波达角 ϕ 的功率密度分布为 $p(\phi)$, 其中, 总功率为

P_s 的多径散射分量功率密度分布为 $p_s(\phi)$, 同时假设功率为 P_d 的无阴影直射分量沿多径散射量平均方向 ϕ_0 入射, 其功率密度分布为 $p_d(\phi) = \delta(\phi - \phi_0)$, 则总的归一化接收功率密度分布为^[4]

$$p(\phi) = \frac{p_s(\phi) + K\delta(\phi - \phi_0)}{1 + K} \quad (1)$$

式中 $K = P_d/P_s$ 为 Rice 因子, $\delta(\cdot)$ 为狄拉克函数。

多径散射导致接收信号沿波达角方向的角度扩展, 它与信号功率密度分布 $p(\phi)$ 关系密切。当入射平面波的仰角 $\theta = 90^\circ$ 时, 多径角度扩展的定义为^[5]

$$A_\phi = \sqrt{1 - |F_1/F_0|^2} \quad (2)$$

式中 $F_n = \int_0^{2\pi} p(\phi)e^{jn\phi}d\phi$ 为 $p(\phi)$ 的第 n ($n = 0, 1$) 个复傅里叶系数。

各向同性多径散射满足 $A_\phi = 1$, 各向异性多径散射满足 $0 < A_\phi < 1$ 。以往为计算方便, 常将 $p_s(\phi)$ 视为 $\phi \in [0, 2\pi)$ 上的均匀分布, 但在许多移动通信场合, 受散射体分布影响,

接收信号散射形式并非各向同性,一味地将多径散射假设成各向同性会使二阶矩分析产生较大误差^[4]。实际上,适应性较宽的 von Mises 分布很适合描述以 2π 为模的随机变量分布。假设多径散射分量沿波达角 ϕ 的功率密度分布服从 von Mises 分布,即

$$p_s(\phi) = \frac{e^{\alpha \cos(\phi - \phi_0)}}{2\pi I_0(\alpha)}, \quad \phi \in [0, 2\pi); \quad \alpha \geq 0 \quad (3)$$

式中 $I_0(\cdot)$ 为第一类零阶修正 Bessel 函数; ϕ_0 为散射量平均方向; $\alpha \geq 0$ 为表征散射角度分布的集中度参量。

集中度参量 $\alpha \rightarrow 0$ 对应于 $A_\phi \rightarrow 1$, 此时 $p_s(\phi)$ 趋于 $[0, 2\pi)$ 上的均匀分布; α 较大时的 $p_s(\phi)$ 趋于高斯分布; $\alpha \rightarrow \infty$ 对应于 $A_\phi \rightarrow 0$, 此时 $p_s(\phi)$ 趋于 $\delta(\phi - \phi_0)$ 。当接收信号中既有多径散射分量也有直射分量时,有

$$F_0 = \int_0^{2\pi} p(\phi) d\phi = 1;$$

$$F_1 = \int_0^{2\pi} p(\phi) e^{j\phi} d\phi = \frac{1}{1+K} \left[K + \frac{I_1(\alpha)}{I_0(\alpha)} \right] e^{j\phi_0}$$

式中 $I_1(\cdot)$ 为第一类一阶修正 Bessel 函数。此时,含稳定直射分量的多径散射信号角度扩展为

$$A_\phi(\alpha, K) = \frac{1}{1+K} \sqrt{\left[1 - \frac{I_1^2(\alpha)}{I_0^2(\alpha)} \right] + 2K \left[1 - \frac{I_1(\alpha)}{I_0(\alpha)} \right]} \quad (4)$$

式中 α 值反映多径散射分量以 ϕ_0 为中心的功率密度分布的集中程度; K 值反映了直射功率与散射量总功率的比例关系。图 1 给出了参数 α 和 K 对角度扩展 A_ϕ 的共同影响,可见 α 或 K 值越大, $A_\phi(\alpha, K)$ 越小。

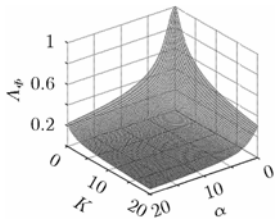


图1 K 、 α 值与 A_ϕ 的关系

3 空间相关的近似表达

在此不考虑阵元之间的互耦影响,仅考虑接收衰落窄带信号的空间相关性。在二维平面位置向量 \mathbf{r} 处的接收阵元上,接收感应电压复包络为 $V = V(\mathbf{r})$, 它包括无阴影恒定直射分量电压 A 和多径散射分量电压复包络 $V_s = V_s(\mathbf{r})$, 即

$$V = A + \sum_{i=1}^N V_{si} \exp(j\theta_i) \exp(-j\mathbf{k}_i \mathbf{r}) = A + V_s \quad (5)$$

式中 N 为多径接收分量总数, \mathbf{r} 为位置向量, θ_i 为 V_s 中的第 i 个路径分量的相位, \mathbf{k}_i 为波向量。显然, V 服从 Rice 分布, V_s 服从 Rayleigh 分布。可推导出接收信号总功率为

$$\begin{aligned} P = |V|^2 &= A^2 + 2A \sum_{i=1}^N V_{si} \cos(\theta_i - \mathbf{k}_i \mathbf{r}) \\ &+ \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N V_{si} V_{sj} \cos[(\theta_i - \theta_j) - (\mathbf{k}_i - \mathbf{k}_j) \mathbf{r}] \\ &= P_d + 2\sqrt{P_d P_s} + P_s = P_s (1 + \sqrt{K})^2 \end{aligned} \quad (6)$$

式中 $P_s = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N V_{si} V_{sj} \cos[(\theta_i - \theta_j) - (\mathbf{k}_i - \mathbf{k}_j) \mathbf{r}]$ 为多径散射

功率, $P_d = A^2$ 为直射量功率, $\sqrt{P_d P_s} = A \sum_{i=1}^N V_{si} \cos(\theta_i - \mathbf{k}_i \mathbf{r})$

为直射分量电压与散射分量电压的互相关。对于衰落服从 Rayleigh 分布的 V_s , 文献[5]作者推导出了下列关系式:

$$E \left[\left(\frac{dV_s}{dr} \right)^2 \right] = \frac{k^2 A_\phi^2}{4} E(P_s) = \frac{k^2 A_\phi^2}{4} E(V_s^2) \quad (7)$$

式中 $E[\cdot]$ 代表统计平均; $k = 2\pi/\lambda$ 为波数。

由式(5)可知 $dV/dr = dV_s/dr$, 并利用式(6)可得

$$E \left[\left(\frac{dV}{dr} \right)^2 \right] = \frac{k^2 A_\phi^2}{4(1 + \sqrt{K})^2} E(V^2) \quad (8)$$

若阵列天线中任意两个阵元相距 r , 则两阵元上电压包络的互相关系数为

$$\rho(r) = \frac{E[VV'] - [E(V)]^2}{\sqrt{E(V^2) - [E(V)]^2} \sqrt{E(V'^2) - [E(V')]^2}} \quad (9)$$

式中 $V' = V(\mathbf{r}_0 + r\mathbf{z})$, \mathbf{z} 为单位方向向量。

对于紧凑型阵列天线中间距为 r 的阵元空间相关性问,重点应研究 $|r| < \lambda$ 小尺度范围内的信号空间衰落相关性。此时,式(9)可近似为

$$\rho(r) \approx \frac{E[VV'] - [E(V)]^2}{E(V^2) - [E(V)]^2} \quad (10)$$

由于互相关系数 $\rho(r)$ 是偶函数,假定其各阶导数存在,则广义平稳衰落信号的相关系数 $\rho(r)$ 可展成马克劳林级数^[5]

$$\rho(r) = 1 - \frac{E[(dV/dr)^2]}{2\{E(V^2) - [E(V)]^2\}} r^2 + \frac{E[(d^2V/dr^2)^2]}{24\{E(V^2) - [E(V)]^2\}} r^4 - \dots \quad (11)$$

为得到闭合形式的互相关系数近似解析式,现用任意高斯函数对 $\rho(r)$ 进行近似,设

$$\rho(r) \approx \exp[-\zeta(r/\lambda)^2] = 1 - \frac{\zeta}{\lambda^2} r^2 + \frac{\zeta^2}{2\lambda^4} r^4 - \dots \quad (12)$$

式中 ζ 为待定系数。比较式(11)和式(12)的二次幂项,并由式(8)得

$$\zeta = \frac{\pi^2 A_\phi^2}{2(1 + \sqrt{K})^2} \left\{ \frac{E(V^2)}{E(V^2) - [E(V)]^2} \right\} \quad (13)$$

对于服从 Rice 分布的接收感应电压包络 V 可得^[6]

$$\frac{E(V^2)}{E(V^2) - [E(V)]^2} = \frac{4e^K}{4e^K - \pi(1+K) \left[I_0\left(\frac{K}{2}\right) + \frac{K}{1+K} I_1\left(\frac{K}{2}\right) \right]^2} \quad (14)$$

将式(14)、式(4)代入式(13)并将 ζ 代入式(12), 得到近似互相关系数

$$\rho(r_N, \alpha, K) \approx \exp \left\{ - \frac{\frac{2\pi^2}{(1+K)(1+\sqrt{K})^2} \left[1 - \frac{I_1^2(\alpha)}{I_0^2(\alpha)} - 2K \frac{I_1(\alpha)}{I_0(\alpha)} + 2K \right]}{4(1+K) - \pi e^{-K} \left[(1+K) I_0\left(\frac{K}{2}\right) + K I_1\left(\frac{K}{2}\right) \right]^2} \cdot r_N^2 \right\} \quad (15)$$

式中 $r_N = r\lambda^{-1}$ 为对波长归一化的阵元空间距离。

由式(9)~式(12)可见, 紧凑型天线阵列中各阵元的间距 $|r|$ 越小, 式(15)的近似精度越高。令 Rice 因子 K 在 0~10 之间变化, 当接收信号散射为各向同性 ($\alpha = 0$) 时, 空间相关系数 ρ 随 r_N 的变化如图 2 所示; 当接收信号散射为各向异性 (设 $\alpha = 5$) 时, 相关系数 ρ 随 r_N 的变化如图 3 所示。

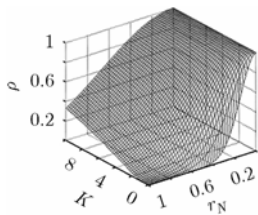


图 2 $\alpha = 0$ 时的相关系数

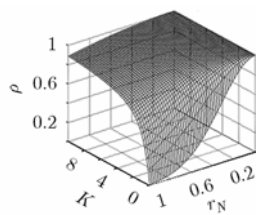


图 3 $\alpha = 5$ 时的相关系数

4 结束语

与其他常见的分布律相比, 用 von Mises 分布作为多径散射信号的功率密度分布, 更能够灵活地描述接收信号的不同散射情形。图 1 表明, von Mises 分布的集中度参量 α 对多径角度扩展 A_ϕ 的影响大于 Rice 因子 K , 从而对阵元间的相关系数影响更大。由图 2、图 3 可见, 无论多径接收信号的散射是否为各向同性, 阵元之间的空间相关性将随 K 值增大而增加; 一旦多径接收散射为各向异性, 只要接收信号含

有直射分量, 阵元之间的空间相关性将随 K 值增大而急剧增加。接收信号中没有直射分量, 且接收散射为各向同性时, 阵元之间的空间相关性最低。同时, 阵元间距越大, 阵元之间的空间相关性就越低。由此可见, MIMO 系统中分集阵列天线的空间相关性与接收端近场散射环境关系密切, 接收分集天线选择全向阵列天线将有利于对各向同性散射信号的接收, 从而有利于降低阵元间信号空间衰落相关性。

参考文献

- [1] Tarokh V, Seshadri N, and Calderbank A R. Space-time codes for high data rate wireless communications: performance criteria and code construction. *IEEE Trans. on Inform. Theory*, 1998, 44(3): 744-765.
- [2] Vucetic B and Yuan Jinhong. Space-Time Coding. Chichester, UK: John Wiley & Sons, 2003, Chapter 2.
- [3] Uysal M and Georaghiades C N. Effect of spatial fading correlation on performance of space-time codes. *Electronics Letters*, 2001, 37(3): 181-183.
- [4] Abdi A, Barger J A, and Kaveh M. A parametric model for the distribution of the angle of arrival and the associated correlation function and power spectrum at the mobile station. *IEEE Trans. on Vehicular. Technology*, 2002, 51(3): 425-434.
- [5] Durgin G D and Rappaport T S. Effects of multipath angular spread on the spatial cross-correlation of received voltage envelopes. 49th IEEE Vehicular Technology Conference, Houston, Texas, USA, July 1999, 2: 996-1000.
- [6] Abdi A, Tepedelenioglu C, and Kaveh M, *et al.* On the estimation of the K parameter for the Rice fading distribution. *IEEE Communications Letters*, 2001, 5(3): 92-94.

韩力: 男, 1959年生, 副教授, 在职博士生, 研究方向为无线通信、空时编码、调制信号自适应识别等。

罗伟雄: 男, 1940年生, 教授, 博士生导师, 主要研究方向为扩频通信、差分跳频、智能化仪器等。