

基于 Laguerre 变换的宽带 LFM 信号频谱压缩数字接收方法

吴 伟 唐 斌

(电子科技大学电子工程学院 成都 610054)

摘要: 该文提出了一种新的宽带线性调频(LFM)信号频谱压缩数字接收方法。文中分析了 Laguerre 变换的频率卷绕特性以及对 LFM 信号的频谱压缩特性, 利用数字域 Laguerre 变换构建可变压缩度的频谱压缩网络, 使信号带宽始终处于接收机处理带宽以内, 相应达到改变接收机带宽的目的, 有利于减小后续基带信号处理的数据量。压缩信号可利用频谱恢复网络实现信号的重构, LFM 信号的初始频率和调频斜率在频谱恢复后仍可较精确估计。仿真结果验证了方法的正确性和有效性。

关键词: 频谱压缩; Laguerre 变换; 频率卷绕; 频谱压缩网络; 频谱恢复网络

中图分类号: TN911.72, TN957.5

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2007)01-0050-04

A Spectrum-Compressed Digital Receiving Method Using Laguerre Transformation for LFM Signal

Wu Wei Tang Bin

(School of Electronic Engineering, UEST of China, Chengdu 610054, China)

Abstract: This paper proposes a novel spectrum-compressed digital receiving method using Laguerre transformation for LFM signal. Firstly, the frequency-warped characteristic of Laguerre transformation and its spectrum-compressed characteristic for LFM signal are discussed. Then, the spectrum-compressed network with variable compression degree is constructed by utilizing the digital structure of Laguerre transformation to keep the signal bandwidth within the receiver bandwidth, which reduces the amount of data to be processed in baseband. The spectrum-compressed signal can be reconstructed by using the spectrum-reconstructed network. The modulation rate and initial frequency of the spectrum-reconstructed LFM signal can be estimated precisely. Finally, the simulation results show the correctness and validity of the method.

Key words: Spectrum compression; Laguerre transformation; Frequency warp; Spectrum-compressed network; Spectrum-reconstructed network

1 引言

目前软件化雷达数字接收系统的研究主要集中在固定带宽的信号。当接收多种带宽的目标信号时, 这类接收机会产生如下弊端: 当目标信号带宽大于接收机带宽时, 仅有部分成分通过接收机, 从而引起信号畸变, 损失信号细微特征; 当目标信号带宽小于接收机带宽时, 信号通过接收机时将伴随额外噪声也通过, 造成信噪比或灵敏度损失。因此, 单一带宽的接收机很难适应实际环境。为了解决这个问题, 要么接收机的接收带宽可变, 要么保证输入信号的带宽不大于接收机带宽。

可变带宽的接收技术很早就受到国内外的关注, 但成果主要都集中在互联网络领域^[1,2]和光通信领域^[3,4]。针对传输中的数据流, 要求系统的最高可传输数据率可变, 这与雷达领域有较大差别。利用可变带宽滤波器可以实现对多种带宽的目标信号进行接收, 但是, 模拟域的可变带宽滤波器实现

难度大, 指标差, 主要是用于 WDM 系统^[5,6]和低频自动化控制系统^[7]。数字域的可变带宽滤波器^[8]主要是通过并联多种带宽的滤波器来实现的, 资源耗费大, 且可选带宽有限。

本文从软件化角度出发, 提出了一种新的宽带 LFM 信号频谱压缩接收方法, 利用可变频谱压缩度的数字域频谱压缩网络, 在不影响后续处理的前提下, 将输入的宽带 LFM 信号进行不同程度的频谱压缩, 使得信号带宽始终处于接收机处理带宽范围内, 相应达到改变接收机带宽的目的。压缩后的信号可利用频谱恢复网络实现信号的重构。

2 Laguerre 变换及其频率卷绕与频谱压缩特性

Laguerre 序列^[9]:

$$\lambda_n(k; b) = \sqrt{1-b^2} \sum_{m=0}^{\min(n,k)} (-1)^{m+n} \times \frac{(k+n-m)!}{m!(k-m)!(n-m)!} b^{n+k-2m} \quad n, k = 0, 1, \dots \quad (1)$$

式中 $-1 < b < 1$ 。

Laguerre 序列形成一个能量有限因果序列空间 l^2 的完全正交集, 其 Z 变换为

$$A_n(z) = \sqrt{1-b^2} \frac{(z^{-1}-b)^n}{(1-bz^{-1})^{n+1}} = A_0(z) \cdot A(z)^n \quad (2)$$

式中 $A(z) = \frac{z^{-1}-b}{1-bz^{-1}}$ 。

显然, $A(z)$ 为一阶全通滤波器, b 为滤波器极点。因此, N 阶 Laguerre 变换在数字域可用 N 个一阶全通滤波器来实现, 如图 1 所示。

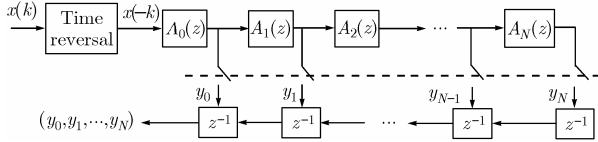


图 1 Laguerre 变换的数字域实现

一阶全通滤波器 $A(z)$ 的相位频率响应为

$$\begin{aligned} \theta(b, \omega) &= -\arg A(e^{j\omega}) = \omega + 2 \tan^{-1} \left(\frac{b \sin \omega}{1 - b \cos \omega} \right) \\ &= \omega + \Delta\theta(b, \omega) \end{aligned} \quad (3)$$

式中 $\Delta\theta(b, \omega) = 2 \tan^{-1} \left(\frac{b \sin \omega}{1 - b \cos \omega} \right)$ 为 $A(z)$ 的相位偏移量。

对于单频信号, 由于所有的全通滤波器特性相同, 则第 n 级的相位为

$$\Omega_n(b, \omega) = n \cdot \theta(b, \omega) = n \cdot (\omega + \Delta\theta(b, \omega)) \quad (4)$$

这样, 角频率为 ω 的单频信号经过图 1 的处理后, 其角频率变为 $\omega + \Delta\theta(b, \omega)$, 称之为频率卷绕。图 1 中的一阶全通滤波器组则被称为频率卷绕滤波器组。频率卷绕的规则是由滤波器的极点位置所决定的, 只要根据一定的规则改变滤波器组极点 b 的位置, 就能够可控地改变信号的频率成分。

若已知信号的角频率为 ω , 变换后目标信号的角频率变为 ω' , 由式(3)可求得相应的极点 b 值为

$$b = \tan \left[\frac{\pi}{4} - \tan^{-1} \left(\frac{\tan(\omega/2)}{\tan(\omega'/2)} \right) \right] \quad (5)$$

由于 $\tan^{-1}(x)$ 在 $x \in (0, +\infty)$ 时取值 $(0, \pi/2)$, 有 $b \in (-1, 1)$, 保证了图 1 中一阶全通滤波器的稳定性。

定义 $P_f(b, \omega) = \Delta\theta(\omega)/\omega$ 为 Laguerre 变换的频率卷绕度, 当 b 在 $(-1, 1)$ 之间取不同的值时, $\Delta\theta(b, \omega)$ 与 ω 的关系曲线以及 $P_f(b, \omega)$ 与 ω 的关系曲线分别如图 2 和图 3 所示。

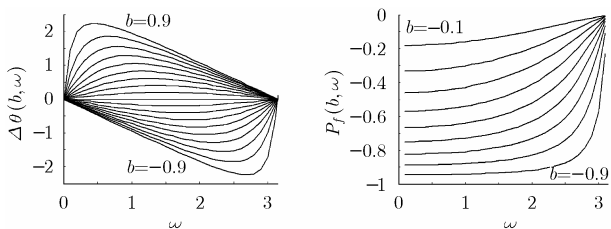


图 2 $\Delta\theta(b, \omega)$ 与 ω 的关系曲线 图 3 $P_f(b, \omega)$ 与 ω 的关系曲线
可以看出, 当 $b < 0$ 时, 相位偏移量 $\Delta\theta(\omega) < 0$, 经卷

绕后信号对应的瞬时频率降低, $b > 0$ 时, 则正好相反。同时, 当 $b < 0$ 时, 其绝对值越大, 对应的频率卷绕度 $P_f(b, \omega)$ 就越大。 b 值不变时, 随着信号频率的增加, 信号频率卷绕度就越大, 卷绕后频率的增加就越慢。对于频率线性递增的 LFM 信号而言, 频率增加变慢也就意味着其带宽被压缩了。

3 线性调频信号的频谱压缩接收

不同 b 值的 Laguerre 变换可进行不同压缩度的数字域频谱压缩。高速 ADC 采样后的中频线性调频信号经过频谱压缩网络后, 其频谱得到有效的压缩, 数据率转换系统则将频谱压缩后的信号搬移至基带, 并根据信号实际带宽降低数据率(如两倍带宽), 后继基带信号处理的数据量因信号带宽被压缩而得到了进一步减少, 相应扩大了接收机的处理带宽范围。

设高速 ADC 的采样率为 f_s , 采样后的线性调频信号为

$$x(nT_s) = A \cos \left[2\pi \left(f_0 n T_s + \frac{1}{2} k (n T_s)^2 \right) \right], \quad n = 0, 1, \dots, N \quad (6)$$

式中 $T_s = 1/f_s$; f_0 为信号初始频率; k 为调频斜率。

LFM 信号每个样点的瞬时频率 $f(nT_s) = f_0 + knT_s$ 是时间的函数, 在调频斜率 k 一定的情况下, 采样率 f_s 的高低决定了样点之间频率步进的大小。

设一阶全通滤波器 $A_i(z)$ 的冲击响应为 $h_i(b, nT_s)$, $i = 1, \dots, N$, 线性调频信号 $x(nT_s)$ 通过 $A_1(z)$ 后的输出信号为

$$y_1(nT_s) = x(nT_s) * h_1(b, nT_s) \quad (7)$$

式中“*”表示卷积。

$y_1(nT_s)$ 的瞬时频率为

$$\begin{aligned} f_1'(b, nT_s) &= f(nT_s) + \frac{1}{2\pi} \Delta\theta(2\pi f(nT_s)) \\ &= f_0 + knT_s + \frac{1}{\pi} \tan^{-1} \left(\frac{b \sin(2\pi(f_0 + knT_s))}{1 - b \cos(2\pi(f_0 + knT_s))} \right) \end{aligned} \quad (8)$$

从前面分析容易得到, b 一定时, 同一信号的采样率 f_s 越高, 样点间频率步进越小, 则滤波器的频率卷绕度相对减小。

通过 N 个一阶全通滤波器组成的频谱压缩网络后, 第 i 个滤波器输出为

$$y_i(nT_s) = x(nT_s) * h_1(b, nT_s) * \dots * h_i(b, nT_s) \quad (9)$$

当 $n = 0$ 时, 输出信号 $y(0)$ 没有经过全通滤波器, 信号的初始频率不变, 为

$$f_0'(b, 0) = f(0) = f_0 \quad (10)$$

考虑到 LFM 信号的时变特性, 在 LFM 信号通过第 n 个全通滤波器前, 已经过了 $n-1$ 次的频率卷绕, 信号频率已不再是原来的 $f((n-1)T_s)$ 。根据式(4), 输入信号的角频率时变, 通过全通滤波器的相移也是时变的, 对时间的倒数不为零, 对后面的输出信号频率有贡献。因此, 通过第 n 个全通滤波器后的输出信号瞬时频率应为

$$\begin{aligned}
 f'_n(b, nT_s) &= f'_n(b, (n-1)T_s) + \frac{1}{2\pi} \Delta\theta(2\pi f'_n(b, (n-1)T_s)) \\
 &= f'_n(b, 0) + \frac{1}{2\pi} \sum_{i=0}^{n-1} \Delta\theta(2\pi f'_n(b, iT_s)) \\
 &= f(nT_s) + \frac{1}{2\pi} \sum_{i=0}^{n-1} \Delta\theta(2\pi f'_n(b, iT_s)) \quad (11)
 \end{aligned}$$

于是, 变换后信号的带宽 $B'_W(b)$ 为

$$\begin{aligned}
 B'_W(b) &= f'_N(b, NT_s) - f'_0(b, 0) \\
 &= f(NT_s) + \frac{1}{2\pi} \sum_{i=0}^{N-1} \Delta\theta(2\pi f'_N(b, iT_s)) - f_0 \\
 &= B_W + \frac{1}{\pi} \sum_{i=0}^{N-1} \tan^{-1} \left(\frac{b \sin(2\pi f'_N(b, iT_s))}{1 - b \cos(2\pi f'_N(b, iT_s))} \right) \quad (12)
 \end{aligned}$$

式中 B_W 为信号原始带宽。

显然, 当 $b < 0$ 时, 变换后的信号频谱将被压缩变窄。定义 $P_{BW}(b, f_0, B_W, f_s) = \frac{B_W - B'_W(b)}{B_W}$ 为 Laguerre 变换的频谱压缩度。它是 b 值、信号初始频率 f_0 、信号带宽 B_W 和采样率 f_s 的复合函数。令初始频率 $f_0 = 0$, 归一化带宽和采样率均为 1, b 在 $(-1, 0)$ 之间取值时的频谱压缩度如图 4 所示。

从前面的分析和图 4 可看出, 频谱压缩度 P_{BW} 随着 b 的绝对值、信号初始频率 f_0 和信号带宽 B_W 的增加而增大。由于采样率 f_s 增加时, 频率卷绕度减小, 因此对应的频谱压缩度 P_{BW} 也就相应减小。从图 4 中还可看到, Laguerre 变换相当于对 LFM 信号进行了非线性的频谱压缩。但是, 在 b 的绝对值不大的情况下, LFM 信号若是处于 $(0, f_s/2)$ 范围内的中低频段, 其 Laguerre 变换可以近似为线性的频谱压缩。

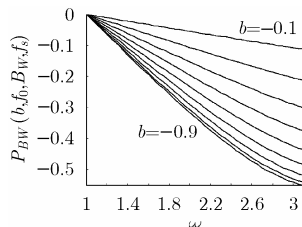


图 4 $P_{BW}(b, f_0, B_W, f_s)$ 与 ω 的关系曲线

4 频谱压缩信号的恢复和参数估计

从图 2 中可以看到, 当 b 为正时, 相位偏移量 $\Delta\theta(\omega) > 0$, 经卷绕后信号对应的瞬时频率增加, 因此, 频谱压缩后的信号还可以利用 Laguerre 变换构建频谱恢复网络, 实现信号的频谱恢复和重构。

令

$$\alpha = \theta(b, \omega) \quad (13)$$

因频谱压缩网络中滤波器的极点 b 值已知, 根据式(4), 易得

$$\omega = \theta^{-1}(b, \alpha) \quad (14)$$

根据式(5), 则频谱恢复网络中的滤波器的极点 b' 值为

$$b' = \tan \left[\frac{\pi}{4} - \tan^{-1} \left(\frac{\tan \frac{\alpha}{2}}{\tan \frac{\omega}{2}} \right) \right] \quad (15)$$

利用上式构建的频谱恢复网络可将频谱压缩信号恢复为 LFM 信号, 目前其相关参数的高精度估计方法较多^[10,11]。

如果在频谱压缩后不进行恢复, 则可以在后继的信号处理中, 直接对信号进行参数估计, 根据已知的 b 值, 利用式(10), 式(11)和式(12)重构出原 LFM 信号的参数, 重构时需小心调节补偿量, 以免信号频谱发散。

5 仿真实验结果

仿真实验条件: 中频 LFM 信号的初始频率为 10MHz, 带宽为 10MHz, 时宽为 10 μ s, 采样率为 100MHz, 频谱压缩网络滤波器的极点 b 取值 -0.7 。频谱压缩前后的信号频谱和短时傅里叶(STFT)时频分析结果, 以及频谱恢复后信号的短时傅里叶(STFT)时频分析结果如图 5~图 8 所示。

从图中可以明显看出, Laguerre 变换后 LFM 信号的带宽变窄, 调频斜率变小, 信号频谱得到有效压缩。压缩后的信号频谱有点微小泄漏, 但是总的频谱能量没有损失。由于中频信号处于 $(0, f_s/2)$ 的中低频段, 其频谱压缩基本上是线性的, 压缩后的信号可近似看作 LFM 信号。压缩信号进行频谱恢复后的 STFT 结果与原 LFM 信号基本一致。

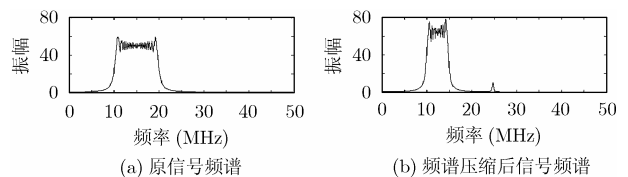


图 5

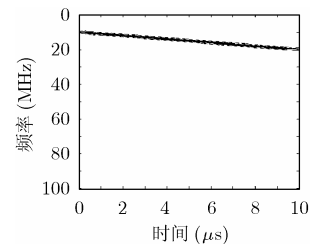


图 6 原信号 STFT

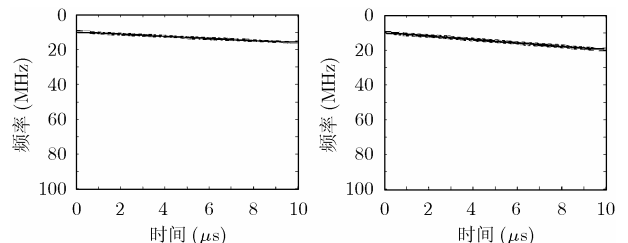


图 7 频谱压缩后信号 STFT 图 8 频谱恢复后信号 STFT

改变输入 LFM 信号的信噪比(SNR)从 -6 dB 到 10 dB, 以 2 dB 为步长, Monte-Carlo 实验次数为 100, 利用 Radon-Wigner 变换^[10]对频谱恢复后的信号分别进行初始频

率和调频斜率估计的均方根误差(RMSE)曲线如图 9 和图 10 所示。当信噪比为 0dB 时,初始频率估计的均方根误差约为 0.72MHz,相对误差约为 7.2%,调频斜率估计的均方根误差约为 1.28×10^{11} Hz/s,相对误差约为 1.28%。可见,经频谱压缩和恢复后信号的参数仍可精确估计。

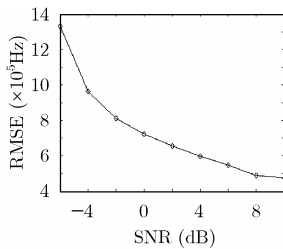


图9 初始频率估计的均方根误差曲线

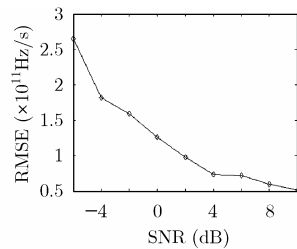


图10 调频斜率估计的均方根误差曲线

6 结束语

基于频谱压缩的可变带宽接收技术能够在数字域正确有效地将宽带 LFM 信号进行不同程度的频谱压缩,后继的数据率转换系统因信号带宽被压缩可进一步降低数据率,相应扩大了接收机的处理带宽范围,达到接收机带宽可变的目的。该方法的频谱压缩度可以根据全通滤波器的极点 b 值灵活可变。压缩后的信号还可利用 Laguerre 变换实现频谱的恢复,频谱恢复后不影响 LFM 信号的参数估计。数字滤波器的成熟应用使得该方法具有较强的工程可实现性。

参考文献

- [1] Lakshman T V, Ortega A, and Reibman A R. VBR video: Tradeoffs and potentials [J]. *Proc. of the IEEE*, 1998, 86(5): 952-973.
- [2] Chiang T and Zhang Y Q. A new rate control scheme using quadratic rate distortion model [J]. *IEEE Trans. on Circuits and System for Video Technology*, 1997, 7(1): 246-250.
- [3] Saito H. Dynamic resource allocation in ATM networks [J]. *IEEE Communication Magazine*, 1997, 35(5): 146-153.
- [4] Melody W. Traffic prediction and dynamic bandwidth allocation over ATM: A neural network approach [J]. *Computer Communication*, 1995, 18(8): 563-571.
- [5] Okamoto K, Ishii M, and Hibino Y, et al. Fabrication of variable bandwidth filters using arrayed-waveguide gratings [J]. *Electronics Letters*, 1995, 31(18): 1592-1594.
- [6] Pawlowski E, Takiguchi K, and Okuno M, et al. Variable bandwidth and tunable centre frequency filter using transversal-form programmable optical filter [J]. *Electronics Letters*, 1996, 32(2): 113-114.
- [7] Park M H and Kim K S. Chattering reduction in the position control of induction motor using the sliding mode[J]. *IEEE Trans. on Power Electronics*, 1991, 6(3): 317-325.
- [8] Mazor E, Averbuch A, and Shalom Y B, et al. Interacting multiple model methods in target tracking: a survey [J]. *IEEE Trans. on Aerospace and Electronic Systems*, 1998, 34(1): 103-123.
- [9] Silva T O. On the determination of the optimal pole position of Laguerre filters [J]. *IEEE Trans. on Signal Processing*, 1995, 43(9): 2079-2087.
- [10] Wood J C and Barry D T. Radon transformation of time-frequency distribution for analysis of multi-component signals [J]. *IEEE Trans. on Signal Processing*, 1994, 42(11): 3166-3177.
- [11] Raveh I and Mendlovic D. New properties of the Radon transform of the cross Wigner/ambiguity distribution function [J]. *IEEE Trans. on Signal Processing*, 1999, 47(7): 2077-2080.

吴 伟: 男, 1979 年生, 博士生, 研究方向为雷达数字接收技术研究、超宽带雷达接收技术研究等。

唐 斌: 男, 1964 年生, 博士后, 教授, 博士生导师, 研究方向为雷达、通信和信息对抗等领域的技术与系统研究。