

# 存在反馈周期和反馈时延的自适应调制 MIMO 系统

宋 扬 常永宇 杨大成  
(北京邮电大学电信工程学院 北京 100876)

**摘 要:** 该文研究了反馈信道信息存在的反馈周期和时延对自适应调制 MIMO 系统的影响, 分析了基于奇异值分解的等效并行衰落信道特性, 并且给出了接收机的检测方法和一种简化的检测顺序。研究表明, 等效并行衰落信道在一定的时间间隔内具有较大的相关性; 接收机采用迫零和干扰消除方法可明显提高系统性能。

**关键词:** MIMO; 自适应调制; 反馈; 分配算法

中图分类号: TN914

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2007)02-0301-04

## Adaptive Modulation for MIMO Systems with Channel State Information Feedback Periods and Delays

Song Yang Chang Yong-yu Yang Da-cheng

(School of Telecomm. Eng., Beijing Univ. of Posts and Telecomm., Beijing 100876, China)

**Abstract:** This paper investigates the impact of feedback period and delay on the performance of Multiple-Input Multiple-Output (MIMO) systems with adaptive modulation, and analyzes the characteristics of the equivalent parallel fading subchannels obtained by Singular Value Decomposition (SVD). Its receiver detection method and a simplified detection order are given as well. The results show that the correlation of the subchannels' fading remains large within a certain period of time. System's performance can be improved significantly when the Zero Forcing (ZF) and Interference Cancellation (IC) techniques are adopted at the receiver.

**Key words:** MIMO; Adaptive modulation; Feedback; Loading algorithm

### 1 引言

多输入多输出(MIMO)系统的提出使无线环境特别是强散射环境的信道容量得到大幅提升<sup>[1]</sup>。近年来, 自适应调制技术被应用到 MIMO 系统中以提高系统性能或容量, 这就需要发射机获得全部或部分信道状态信息(CSI)<sup>[2]</sup>。在反馈系统中, 由于接收机信道估计不准确、量化精度误差、反馈信道引入的错误以及反馈时延等因素, 发射机得到的反馈 CSI 很可能与当前 CSI 存在一定的误差<sup>[3]</sup>。

本文首先从 MIMO 系统的理想情况——发射机和接收机均已知准确的 CSI 出发, 进而讨论只有接收机准确知道 CSI 并定期反馈给发射机的情况, 并对此时的等效信道以及接收机检测方法进行了分析, 自适应比特分配采用满足目标比特率和总功率限制条件下的最小误比特率(BER)准则, 最后给出仿真结果和结论。

### 2 自适应调制 MIMO 系统

#### 2.1 MIMO 系统模型

一个 MIMO 系统共有  $M$  根发射天线、 $N$  ( $\geq M$ ) 根接收天线。接收信号为

$$\mathbf{r} = \mathbf{H}\mathbf{s} + \mathbf{n} \quad (1)$$

其中  $\mathbf{s} = [s_1, s_2, \dots, s_M]^T$  是发射天线发送的信号向量, 满足总平均功率条件  $\text{tr}[\mathbf{E}(\mathbf{s}\mathbf{s}^H)] = P_{\text{total}}$ ,  $\text{tr}(\cdot)$  表示矩阵的迹; 接收

信号向量为  $\mathbf{r} = [r_1, r_2, \dots, r_N]^T$ ;  $\mathbf{H}_{N \times M}$  是信道矩阵, 它的元素  $h_{nm}$  表示从第  $m$  根发射天线到第  $n$  根接收天线的衰落, 本文讨论非相关平坦瑞利衰落信道, 每个时刻  $\mathbf{H}$  中的元素是独立同分布的复高斯随机变量, 均值为 0, 方差为 1;  $\mathbf{n} = [n_1, n_2, \dots, n_N]^T$  为零均值的加性高斯白噪声(AWGN), 且  $\mathbf{E}(\mathbf{n}\mathbf{n}^H) = \sigma_n^2 \mathbf{I}_N$ ,  $\mathbf{I}_N$  为  $N$  阶单位阵。为简便起见, 本文设  $M = N$ 。 $(\cdot)^T$  和  $(\cdot)^H$  分别表示矩阵的转置和共轭转置。

#### 2.2 理想情况——发射机和接收机已知准确的 CSI

我们定义时间间隔  $\Delta t$  为当前时刻与反馈时刻的时间差。假设反馈周期为  $T_p$ , 反馈时延为  $T_d$ 。理想情况下, 每个符号周期  $T_s$  都反馈 CSI 且无反馈时延, 即  $T_p = T_s$ ,  $\Delta t = T_d = 0$ 。

##### 2.2.1 等效信道 信道矩阵 $\mathbf{H}$ 的奇异值分解(SVD)为<sup>[4]</sup>

$$\mathbf{H} = \mathbf{U}\mathbf{D}\mathbf{V}^H \quad (2)$$

其中  $\mathbf{U}$ ,  $\mathbf{V}$  为酉矩阵, 满足  $\mathbf{U}\mathbf{U}^H = \mathbf{I}_N$  和  $\mathbf{V}\mathbf{V}^H = \mathbf{I}_M$ ;  $\mathbf{D}$  为非负定的对角阵, 其对角线元素是  $\mathbf{H}\mathbf{H}^H$  的特征值的平方根, 从上到下按非递增顺序排列, 即  $\sqrt{\lambda_1} \geq \sqrt{\lambda_2} \geq \dots \geq \sqrt{\lambda_L}$  ( $L = \text{rank}(\mathbf{H}) \leq \min\{M, N\}$ ),  $\text{rank}(\cdot)$  是矩阵的秩。发射机先对发送符号向量  $\mathbf{x}$  进行变换<sup>[5]</sup>, 得到发射信号向量  $\mathbf{s} = \mathbf{V}\mathbf{x}$ 。这里假设发送符号序列统计独立且平均功率为 1, 即  $\mathbf{E}(\mathbf{x}\mathbf{x}^H) = \mathbf{I}_M$ 。假设  $\mathbf{D}$  可逆, 接收机为获得  $\mathbf{x}$  的估计值进行求逆处理

$$\hat{\mathbf{x}} = (\mathbf{H}\mathbf{V})^{-1}\mathbf{r} = \mathbf{D}^{-1}\mathbf{U}^H\mathbf{r} \quad (3)$$

令

$$\mathbf{y} = \mathbf{U}^H \mathbf{r} = \mathbf{U}^H \mathbf{H} \mathbf{V} \mathbf{x} + \mathbf{U}^H \mathbf{n} = \mathbf{D} \mathbf{x} + \mathbf{U}^H \mathbf{n} \quad (4)$$

可见, 经过发射机和接收机的矩阵变换, MIMO 信道就等效为多个独立并行的单输入单输出(SISO)子信道, 各子信道的衰落功率即为奇异值的平方  $\lambda_i$  ( $i = 1, 2, \dots, L$ )。注意到,  $\mathbf{n}$  与酉矩阵相乘不改变其统计特性, 噪声功率不会变化。若各接收天线的高斯白噪声功率都为  $\sigma_n^2$ , 那么各子信道的信噪比(SNR)  $\gamma_i = \lambda_i / \sigma_n^2$ , 且满足

$$\gamma_1 \geq \gamma_2 \geq \dots \geq \gamma_L \quad (5)$$

**2.2.2 比特、功率自适应分配** 已知每个子信道的信噪比  $\gamma_i$ , 发射机便可在子信道间自适应地分配比特和功率以获得最大信道容量或最佳误比特率性能, 例如在总功率限制条件下使用注水法分配功率可以获得最大的信道容量<sup>[4]</sup>。本文的自适应分配则采用固定比特率下的平均误比特率最小准则:

$$\min \overline{\text{BER}} = \sum_{i=1}^L R_i \text{BER}_i / \sum_{i=1}^L R_i \quad (6)$$

同时满足总平均功率限制条件  $\sum_{i=1}^L P_i = P_{\text{total}}$  和目标比特率要求  $\sum_{i=1}^L R_i = R_{\text{target}}$ 。

参考文献[6]给出了连续调制下的比特和功率分配结果:

$$R_i = \begin{cases} \frac{1}{L'} \left[ R_{\text{target}} - \sum_{i \in S} \log_2(\gamma_i) \right] + \log_2(\gamma_i), & i \in S \\ 0, & i \notin S \end{cases} \quad (7)$$

$$P_i = \begin{cases} P_{\text{total}}/L', & i \in S \\ 0, & i \notin S \end{cases}$$

某些信道状况极差的子信道可能不会获得比特分配, 这里  $S$  表示能够获得比特、功率分配的子信道集合,  $L'$  为这些子信道的数目。式(7)的结果还需经过取整以获得离散的比特数, 具体算法流程参见文献[6]。

经过功率分配, 形成功率分配矩阵  $\mathbf{P}_{M \times M} = \text{diag}(\sqrt{P_1}, \dots, \sqrt{P_{L'}}, 0, \dots, 0)$ , 此时发射信号向量是  $\mathbf{s} = \mathbf{V} \mathbf{P} \mathbf{x}$ 。如果  $\mathbf{P}$  和  $\mathbf{D}$  均可逆, 接收机对  $\mathbf{x}$  的估计值为

$$\hat{\mathbf{x}} = \mathbf{P}^{-1} \mathbf{D}^{-1} \mathbf{U}^H \mathbf{r} \quad (8)$$

以下的讨论均假设它们的逆矩阵存在, 否则需要进行降维处理以便求解。

### 2.3 接收机确知 CSI 并定期反馈给发射机的情况

考虑更为实际的情况, 仅接收机已知当前的 CSI, 并以反馈周期  $T_p$  反馈给发射机。假设反馈信道无差错, 但存在反馈时延  $T_d$ 。由于无线信道的时变特性, 当前时刻的 CSI 相对于反馈时刻有所改变。

**2.3.1 等效信道分析** 设  $\mathbf{H}_f = \mathbf{U}_f \mathbf{D}_f \mathbf{V}_f^H$  表示反馈的 CSI,  $\mathbf{H} = \mathbf{U} \mathbf{D} \mathbf{V}^H$  为当前信道矩阵。发射机依据  $\mathbf{H}_f$  进行奇异值分解以获得等效并行信道, 并根据对应的信噪比  $\gamma_{fi} = \lambda_{fi} / \sigma_n^2$  进行比特、功率分配。比特分配后经过调制形成发送符号向量  $\mathbf{x}$ , 再进行功率分配、变换, 得到发射信号  $\mathbf{s} = \mathbf{V}_f \mathbf{P}_f \mathbf{x}$ 。那么接收信号为

$$\mathbf{r} = \mathbf{H} \mathbf{s} + \mathbf{n} = \mathbf{H} \mathbf{V}_f \mathbf{P}_f \mathbf{x} + \mathbf{n} \quad (9)$$

接收机的逆处理过程可以写为

$$\hat{\mathbf{x}} = \mathbf{P}_f^{-1} (\mathbf{H} \mathbf{V}_f)^{-1} \mathbf{r} = \mathbf{P}_f^{-1} (\mathbf{V}^H \mathbf{V}_f)^{-1} \mathbf{D}^{-1} \mathbf{U}^H \mathbf{r} \quad (10)$$

当  $\Delta t = 0$  时  $\mathbf{H}_f = \mathbf{H}$ , 式(10)即为式(8); 否则

$$\mathbf{y} = \mathbf{U}^H \mathbf{r} = \mathbf{D} \mathbf{V}^H \mathbf{V}_f \mathbf{P}_f \mathbf{x} + \mathbf{U}^H \mathbf{n} = \tilde{\mathbf{H}} \mathbf{P}_f \mathbf{x} + \mathbf{U}^H \mathbf{n} \quad (11)$$

式中  $\tilde{\mathbf{H}} = \mathbf{D} \mathbf{V}^H \mathbf{V}_f$  为等效信道, 可以认为它是一些并行的衰落信道, 各子信道的衰落功率为  $\tilde{\mathbf{H}}$  对角线元素的模平方  $|\tilde{h}_{ii}|^2$ 。我们对等效信道  $\tilde{\mathbf{H}}$  做以下分析:

(1) 因为酉矩阵  $\mathbf{V}^H$  和  $\mathbf{V}_f$  不正交, 即  $\mathbf{V}^H \mathbf{V}_f \neq \mathbf{I}$ ,  $\tilde{\mathbf{H}}$  的非对角线元素不再为 0, 说明由  $\Delta t$  产生了并行信道间干扰, 子信道的独立性遭到破坏, 将会导致系统性能的下降。然而, 由于在较短的  $\Delta t$  内,  $\mathbf{V}^H$  和  $\mathbf{V}_f$  存在较强的相关性,  $\mathbf{V}^H \mathbf{V}_f$  的对角线元素接近 1, 非对角线元素接近 0, 即  $\mathbf{V}^H \mathbf{V}_f \approx \mathbf{I}$ , 所以  $\tilde{\mathbf{H}}$  为对角占优矩阵, 也就是说此时信号功率强于干扰功率。

用  $|\tilde{\mathbf{H}}|$  表示  $\tilde{\mathbf{H}}$  所有元素的衰落包络形成的矩阵, 图 1 为通过仿真描述的  $|\tilde{\mathbf{H}}_{4 \times 4}|$  随  $\Delta t$  的变化关系, 最大多普勒频移  $f_m = 2.78$  Hz, 从中明显看出等效子信道增益从大到小的排列规律, 并且随着  $\Delta t$  的增加, 干扰加大, 同时子信道增益降低。

(2) 发射机按照反馈时刻的 CSI 进行的比特、功率分配对当前时刻而言未必最佳, 必然会使系统性能有所下降。但在很短的  $\Delta t$  内信道变化不剧烈,  $\lambda_i$  与  $\lambda_{fi}$  接近; 并且由于前述的  $\mathbf{V}^H \mathbf{V}_f$  特性,  $|\tilde{h}_{ii}|^2$  接近于  $\lambda_i$ , 所以  $|\tilde{h}_{ii}|^2$  与  $\lambda_{fi}$  也比较接近, 即该分配结果接近于最佳。

对于单天线系统的无线衰落信道, 当功率延迟分布服从指数分布时, 时间相隔  $\Delta t$  的信号包络相关函数为<sup>[7]</sup>

$$\rho(\Delta t) = J_0^2(2\pi f_m \Delta t) \quad (12)$$

其中  $J_0(\cdot)$  为第一类零阶贝塞尔函数。由此可见, 信道矩阵各元素的时间相关性随  $\Delta t$  的加长振荡变小。MIMO 信道每个衰落系数  $h_{nm}$  在信号包络相关性为 0.5 时的相关时间<sup>[7]</sup>

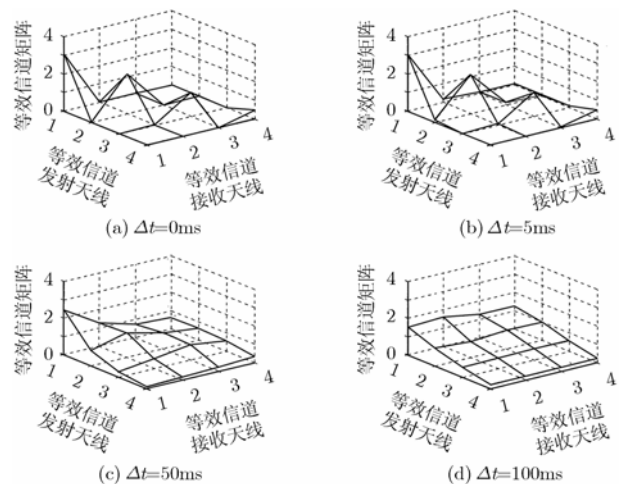


图 1 等效信道衰落包络矩阵随时间间隔的变化

$$T_c \approx 9 / (16\pi f_m) \quad (13)$$

图 2 画出了  $M = N = 4$ , 载频为 1GHz 时仿真统计的 4

个等效并行信道衰落信号包络  $|\tilde{h}_{ii}|$  与  $\sqrt{\lambda_{f_i}}$  的相关系数(分别用“1”至“4”表示),同时也给出了单天线系统的衰落包络相关系数曲线(用“|h|”表示)。可以看到,由MIMO信道分解的子信道相关系数下降的速度快于单天线系统,而且随着子信道序号的递增相关时间逐渐减小。此外,车速的变化也决定了相关时间的大小,会对系统性能产生影响。

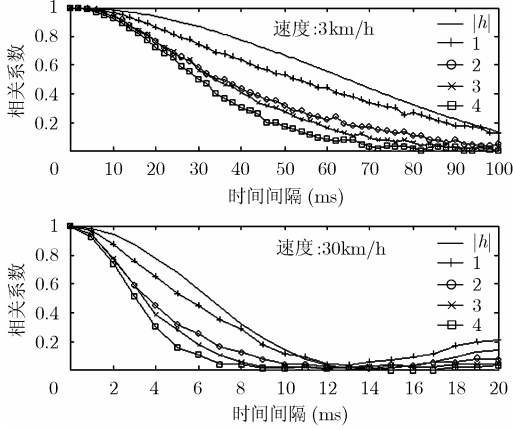


图2 当前时刻与反馈时刻的子信道衰落信号包络相关性

2.3.2 检测方法 理想情况下,发射机和接收机均已知准确的CSI,子信道间完全独立,不存在干扰,因此可以按照式(3)直接检测得到发送符号。而在接收机确知CSI并定期反馈给发射机的情况下,等效子信道间存在干扰。由于接收机已知反馈时刻的  $\mathbf{H}_f$  和当前的  $\mathbf{H}$ ,所以可利用迫零(ZF)算法来消除子信道间的干扰,这就对应于式(10)中的  $(\mathbf{V}^H \mathbf{V}_f)^{-1}$ 。为了进一步消除干扰,接收机还可采用干扰消除(IC)技术,干扰消除的最优顺序是依检测后信噪比从大到小的顺序逐一进行符号检测并消除干扰。

因此,检测过程与参考文献[1]提出的方法类似,区别仅在于此处需要考虑功率分配对干扰的影响而在处理中把  $\tilde{\mathbf{H}}$  替换成  $\tilde{\mathbf{H}}\mathbf{P}_f$ 。于是,得到考虑功率分配的第  $i$  步检测的等效信道逆矩阵:

$$\mathbf{G}_i = \left( [\tilde{\mathbf{H}}\mathbf{P}_f]_{k_i-1}^+ \right) = \left( [\mathbf{D}\mathbf{V}^H \mathbf{V}_f \mathbf{P}_f]_{k_i-1}^+ \right) \quad (14)$$

第  $i$  步检测的子信道号为

$$k_i = \underset{j \in \{k_1, k_2, \dots, k_{i-1}\}}{\operatorname{argmin}} \left\| (\mathbf{G}_i)_j \right\|^2 \quad (15)$$

其中  $(\cdot)^+$  表示矩阵的 Moore-Penrose 广义逆,  $(\cdot)_j$  是矩阵的第  $j$  行,  $[\cdot]_j$  是矩阵的第  $j$  列,  $[\cdot]_{k_i}$  为将矩阵的第  $k_1, \dots, k_{i-1}$  列置零所得到的矩阵,  $\|\cdot\|$  是向量的范数。  $(\mathbf{G}_i)_{k_i}$  即为第  $i$  步的迫零向量。  $\hat{\mathbf{x}}$  的第  $k_i$  个检测符号  $\hat{x}_{k_i}$  的信噪比为

$$\gamma_{\text{post}, k_i} = \frac{1}{\sigma_n^2 \left\| (\mathbf{G}_i)_{k_i} \right\|^2} \quad (16)$$

2.3.3 检测顺序的简化 为了避免繁复的排序搜索,我们给出一种简化的检测顺序,它是由该等效信道的结构所决定的。在尚未进行干扰消除时,式(16)可写为

$$\gamma_{\text{post}, i} = \frac{1}{\sigma_n^2 \left\| (\mathbf{G}_i)_{k_i} \right\|^2} = \frac{1}{\sigma_n^2 \left\| (\mathbf{P}_f^{-1} (\mathbf{V}^H \mathbf{V}_f)^{-1} \mathbf{D}^{-1})_{k_i} \right\|^2} \quad (17)$$

在很短的时间间隔内,  $(\mathbf{V}^H \mathbf{V}_f)^{-1} = \mathbf{V}_f^H \mathbf{V} \approx \mathbf{I}$ , 那么不考虑功率分配时子信道  $i$  的信噪比为

$$\gamma_{\text{post}, i} \approx \frac{1}{\sigma_n^2 \left\| (\mathbf{D}^{-1})_{k_i} \right\|^2} = \frac{\lambda_i}{\sigma_n^2} = \gamma_i \quad (18)$$

根据不等式(5),我们可以按照子信道序号从大到小的顺序依次检测信号并消除干扰。

### 3 仿真结果

我们采用Matlab进行仿真,使用  $4 \times 4$  个独立的Jakes仿真器按时间生成信道矩阵,载频为 1GHz。可选的调制方式有QPSK, 16QAM, 64QAM, 系统的目标单位带宽比特率为 16bit/(s/Hz)。每天线的符号速率为 1ksymbol/s, 则符号周期  $T_s = 1$  ms。在市区传播环境下,相关带宽约为 80kHz<sup>[7]</sup>, 此时信道是平坦的。仿真图中“no IC”, “opt.”, “sim.”分别表示不采用干扰消除、采用干扰消除的最优检测顺序和简化检测顺序得到的结果。

在理想情况下,由图3可以看出采用自适应调制的误比特率性能得到很大改善;同时还可看出利用奇异值分解方法得到的系统性能明显优于V-BLAST系统。

从图4可以看出,  $T_p = 5$  ms 的误比特率性能与理想情况非常接近。随着反馈周期的加大,信道的相关性逐渐减小,误比特率性能渐趋恶化。并且采用干扰消除带来很大增益,尤其是在反馈周期较大和信噪比很高时,干扰的影响占主要地位,因此干扰消除的作用更为明显。此外,与最优检测顺序相比,使用简化检测顺序带来的性能损失很小:在车速为 3km/h, 信噪比小于 24dB 时,当  $T_p = 5$  ms 时,两种检测顺序的性能基本重合;当  $T_p = 50$  ms 时,性能损失不超过 1dB。

图5所示为  $T_p = 5$  ms 时车速对误比特率性能的影响。车速的增加导致信道相关时间减小,引起性能下降。在反馈周期很小且移动台低速运动时,简化检测顺序与最优检测顺序的性能十分接近。

误比特率性能随反馈周期  $T_p$  的变化关系如图6所示,仿真的信噪比为 20dB。车速为 3km/h 时,  $T_p$  在 10ms 以内性能变化不大,而  $T_p = T_c$  时误比特率性能恶化的一个数量级(相关时间  $T_c = 64.5$  ms)。同样可以看出,移动台高速运动

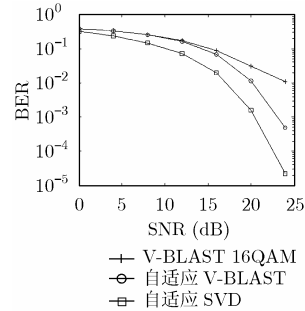


图3 理想情况下自适应调制性能对比

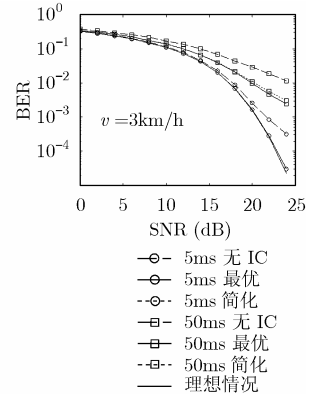


图4 检测算法性能比较

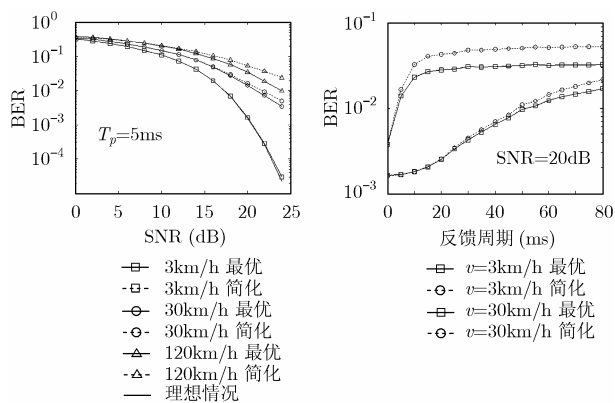


图 5 车速对误比特率性能的影响

图 6 误比特率性能与反馈周期的关系

时,性能恶化更为剧烈,并且采用简化检测顺序造成的性能下降更加明显。

#### 4 结束语

本文研究了存在反馈周期和反馈时延的自适应调制 MIMO 系统及其接收机检测算法。研究表明:对于存在反馈周期和反馈时延的基于奇异值分解的 MIMO 系统,接收机采取迫零和干扰消除技术可使系统性能得到明显改善;而且当反馈周期和反馈时延较小时性能损失也很小;此外简化的检测顺序避免了复杂的搜索,在多普勒频移较小时非常有效。

#### 参 考 文 献

- [1] Wolniansky W, Foschini G J, and Golden G D, *et al.* V-BLAST: an architecture for realizing very high data rates over the rich-scattering wireless channel. Conference Proceedings of Pisa, Italy, 1998: 295–300.
- [2] Catreux S, Erceg V, and Gesbert D, *et al.* Adaptive modulation and MIMO coding for broadband wireless data networks. *IEEE Communications Magazine*, 2002, 40(6): 108–115.
- [3] Zhou S L and Giannakis G B. Optimal transmitter eigen-beamforming and space-time block coding based on channel mean feedback. *IEEE Trans. on Signal Processing*, 2002, 50(10): 2599–2613.
- [4] Telatar I E. Capacity of multi-antenna Gaussian channels. AT&T-Bell Laboratories Technical Memorandum, NJ, US, Murray Hill, 1995.
- [5] Gritsch G and Weinrichter H. Adaptive subspace modulation in spatially correlated MIMO systems. The 13th IEEE International Symposium on Personal, Indoor and Mobile Radio Communications, Lisbon, Portugal, 2002, 4: 1772–1776.
- [6] Wyglinski A M, Labeau F, and Kabal P. An efficient bit allocation algorithm for multicarrier modulation. 2004 IEEE Wireless Communications and Networking Conference, Atlanta, GA, USA, 2004, 2: 1194–1199.
- [7] 杨大成等. 移动传播环境. 北京: 机械工业出版社, 2003: 160–163.

宋 扬: 男, 1974 年生, 博士生, 研究方向为 MIMO 系统的链路自适应技术。

常永宇: 女, 1963 年生, 博士, 副教授, 研究方向为 CDMA 移动通信系统中的关键技术。

杨大成: 男, 1951 年生, 博士, 教授, 博士生导师, 研究方向为移动通信理论与应用。