

高斯粗糙表面低掠入射散射特性研究

黄泽贵 童创明 胡国平
(空军工程大学导弹学院 三原 713800)

摘要: 该文针对传统解析法不能有效求解低掠入射下粗糙表面散射特性的问题, 提出了一种高阶解析法, 该算法基于表面散射场的高阶分量和表面轮廓函数的高阶 Taylor 级数展开。利用该算法, 定量比较了同极化的高、低阶散射系数, 讨论了低掠入射下不同粗糙度的散射特性, 分析了低掠入射下高阶微扰法和高阶基尔霍夫法求解高斯粗糙面的修正效应, 得出了高阶解析法可以很好求解低掠入射问题的结论。最后, 还研究了同极化散射指数与掠入射角幂函数的拟合问题, 修正了极化散射指数的经典表达式。

关键词: 粗糙表面; 低掠入射; 散射系数; 极化指数; 高阶微扰法; 高阶基尔霍夫近似

中图分类号: TN011

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2007)02-0482-04

Study of Low-Grazing Angle Scattering Effect from Gaussian Rough Surface

Huang Ze-gui Tong Chuang-ming Hu Guo-ping
(Missile Institute, Air Force Engineering University, Sanyuan 713800, China)

Abstract: To investigate the problem of classical analytical method, which can not be used at Low-Grazing Angle (LGA) for rough surface scattering, a new high-order analytical method based on the high-order series expansion of the two-dimensional electric field and the profile function of rough surface is adopted. By this arithmetic, the co-polarized backscattering coefficient at LGA is compared with high-order Small Perturbation Method (SPM) and classical SPM, the grazing effect at different roughness is discussed, the modified effect for Gaussian rough surface at LGA is analyzed by high-order SPM and high-order Kirchhoff Approximation (KA). The result shows that the high-order analytical method is valid for LGA problem. At last, the vertical-to-horizontal Polarization Ratio (PR) with different power of secant function of grazing incident angle and scattering angle is considered particularly, and the classical expression of PR is rectified.

Key words: Rough surface; Low-grazing incident; Scattering coefficients; Polarized exponent; High-order Small Perturbation Method; High-order Kirchhoff approximation

1 引言

近几十年来, 人们对粗糙表面的电磁散射理论进行了广泛而深入的研究。电波传播、通信、目标识别分类、环境系统检测、遥感、生物医学诊断、工程材料测试等众多学科的应用需要, 推动了粗糙表面研究的全面发展: 表面轮廓从低维拓展到高维, 表面模拟从随机函数发展到分形建模, 求解方法从低阶解析法发展到高阶解析法以及高效精确的数值解法, 入射电磁波从平面波发展到高维高斯宽波束及超宽带信号照射, 分析对象从散射特性求解、发射率研究等发展到表面参数反演、重构等研究。在粗糙表面散射求解的问题中, 高维粗糙表面散射系数的有效求解, 及其超宽带散射特性、近掠入射和多重散射等问题是近年来的研究重点。

低掠入射角(LGA)下的波散射问题近年来一直是人们关注的热点, 因为它在陆海面遥感、雷达沿地表大范围传播、

贴面目标的雷达观察以及目标跟踪, 通信以及导航等问题中有着重要的应用^[1]。其最主要的问题之一就是, 求解低掠入射下散射幅度和散射截面随掠入射角和散射角的变化规律, 而求解方法则围绕表面建模、精确的解析解和广义数值法展开。Zavorotny等人^[2]基于修正的双尺度模型, 计算比较了低掠入射角下动态海面的Doppler频谱, 并分析了Bragg分量在Doppler频谱中的作用。Dennis等人^[3]基于舰船雷达在近海岸的海面散射实验图像, 对比了水平极化(HH)和垂直(VV)极化下的散射特性, 并比较了在低掠入射角时二者的差异。Tatarskii等人^[4,5]也采用波束模拟法研究了高斯波束入射时掠入射下不同波束宽度的散射特性。

传统解析法如基尔霍夫近似(KA)、微扰法(SPM)、广义Rayleigh法及拓展边界条件法等不能用于求解掠入射时粗糙表面的散射特性, 因为此时需要考虑多重散射、多径传播、边缘绕射和阴影效应等问题。数值方法在低掠入射的研究中得到了广泛应用, 但由于求解LGA问题所需表面尺寸

的最小值由以下不等式确定^[6,7]

$$\frac{L}{\lambda} \geq \frac{1}{1 - \sin \theta_s} \quad (1)$$

其中 L 表示表面长度, λ 表示入射波长, θ_s 表示垂直方向的散射角。通过计算比较可知, 散射角在 87° 以下时, 最小的表面尺寸超过了 500λ , 而在很多相关研究领域, 所需表面尺寸更大。显然, 如此大的计算量和存储需求, 使得矩阵求解非常困难, 有时甚至不可行, 即使新近发展的 GFBM 和 SSA 结合的算法, 运算量也有 $O(N)$ 次^[1]。因而, 需要进一步研究高效的解析法来推动粗糙表面研究的深入发展。

近年来海面辐射亮温和发射率的研究, 推动了高阶解析法的发展^[8,9]。因而, 本文从高阶场的角度来研究粗糙表面的掠入射效应, 以弥补传统解析法不能有效求解大入射角散射系数的问题, 并研究低掠入射下高阶场量对掠入射的修正效应以及同极化指数间的拟合问题。

2 理论推导

文献[10]推导了理想导体粗糙表面散射场的表达式, 即

$$\begin{aligned} \bar{E}_s(\mathbf{r}) = & -\frac{1}{8\pi^2} \int e^{i\mathbf{k}_\perp \cdot \mathbf{r}_\perp} e^{ik_z z} d\mathbf{k}'_\perp \frac{k}{k_z} \int e^{-i\mathbf{k}'_\perp \cdot \mathbf{r}'_\perp} e^{-ik'_z f(\mathbf{r}'_\perp)} \left[\mathbf{e}(k_z) \right. \\ & \left. \cdot \mathbf{e}(k_z) + \mathbf{h}(k_z) \mathbf{h}(k_z) \right] \cdot \mathbf{a}(\mathbf{r}'_\perp) d\mathbf{r}'_\perp \end{aligned} \quad (2)$$

其中 (k, e, h) 表示沿波的传播方向建立的垂直坐标系, $f(\mathbf{r}_\perp)$ 表示表面的轮廓函数, $\mathbf{a}(\mathbf{r}_\perp)$ 表示粗糙面上的表面场。高阶微扰法的思想就是利用表面场 $\mathbf{a}(\mathbf{r}_\perp)$ 和粗糙表面随机高度函数的高阶 Taylor 级数展开来求解。取表面场和轮廓函数展开式的第一项, 通过进一步的推导即可求得经典微扰法求解的双站散射系数, 即

$$\gamma_{\alpha\beta}^{(1)}(\mathbf{k}_s, \mathbf{k}_i) = \frac{4\pi k^2 \cos^2 \theta_s}{\cos \theta_i} W(\mathbf{k}_{s\perp} - \mathbf{k}_{i\perp}) \left| f_{\alpha\beta}(\mathbf{k}_{s\perp}, \mathbf{k}_{i\perp}) \right|^2 \quad (3)$$

其中 \mathbf{k}_i 表示入射波方向, \mathbf{k}_s 表示散射波方向, k 为波数, (θ_i, ϕ_i) 和 (θ_s, ϕ_s) 表示入射角和散射角, $W(\mathbf{k}_{s\perp} - \mathbf{k}_{i\perp})$ 表示粗糙表面的功率谱函数, $f_{\alpha\beta}$ 表示散射系数, $\alpha, \beta = \text{h, v}$ 表示水平极化和垂直极化, 且

$$f_{\text{hh}} = \frac{2k_{z_i}(k_1^2 - k^2)}{(k_{z_s} + k_{1z_s})(k_{z_i} + k_{1z_i})} \cos(\phi_s - \phi_i) \quad (4)$$

$$f_{\text{vh}} = \frac{2k_{z_i} k k_{1z_s} (k_1^2 - k^2)}{(k_1^2 k_{z_s} + k^2 k_{1z_s})(k_{z_i} + k_{1z_i})} \sin(\phi_s - \phi_i) \quad (5)$$

$$f_{\text{hv}} = \frac{2k k_{z_i} k_{1z_i} (k_1^2 - k^2)}{(k_{z_s} + k_{1z_s})(k^2 k_{1z_i} + k_1^2 k_{z_i})} \sin(\phi_s - \phi_i) \quad (6)$$

$$\begin{aligned} f_{\text{vv}} = & \frac{2k^2 k_{z_i} (k_1^2 - k^2)}{(k_1^2 k_{z_s} + k^2 k_{1z_s})(k^2 k_{1z_i} + k_1^2 k_{z_i})} \\ & \cdot \left[-k_{1z_s} k_{1z_i} \cos(\phi_s - \phi_i) + k_{\rho_s} k_{\rho_i} k_1^2 / k^2 \right] \end{aligned} \quad (7)$$

对高斯粗糙表面而言, 其功率谱函数为

$$\begin{aligned} W(\mathbf{k}_{s\perp} - \mathbf{k}_{i\perp}) & = \frac{h^2 l^2}{4\pi} \exp\left(-\frac{(k_{\rho_s} + k_{\rho_i})^2 l^2}{4 + k_{\rho_s} k_{\rho_i} l^2} \cos(\phi_s - \phi_i)/2\right) \end{aligned} \quad (8)$$

由 $\theta_s = \theta_i$, $\phi_s = \pi + \phi_i$, $\mathbf{k}_{s\perp} = -\mathbf{k}_{i\perp}$, $\sigma_{\alpha\beta}^{(1)}(-\mathbf{k}_s, \mathbf{k}_i) = \cos \theta_i \gamma_{\alpha\beta}^{(1)}(-\mathbf{k}_i, \mathbf{k}_i)$ 可求得经典微扰法的后向散射系数。

当对表面场和轮廓函数同时作二阶展开时, 取乘积指数和为 2 的项, 可以推导出二阶微扰法的双站散射系数, 即

$$\begin{aligned} \gamma_{\alpha\beta}^{(2)}(\mathbf{k}_s, \mathbf{k}_i) = & \frac{4\pi k^2 \cos^2 \theta_s}{\cos \theta_i} \text{Re} \int W(\mathbf{k}_{s\perp} - \mathbf{k}'_\perp) W(\mathbf{k}'_\perp - \mathbf{k}_{i\perp}) \\ & \cdot \left[M_{\alpha\beta}(\mathbf{k}_{s\perp}, \mathbf{k}'_\perp) \right]^2 + M_{\alpha\beta}(\mathbf{k}_{s\perp}, \mathbf{k}'_\perp) \\ & \cdot M_{\alpha\beta}^*(\mathbf{k}_{s\perp}, -\mathbf{k}'_\perp + \mathbf{k}_{i\perp} + \mathbf{k}_{s\perp}) d\mathbf{k}'_\perp \end{aligned} \quad (9)$$

其中 \mathbf{k}'_\perp 表示积分运算变量 \mathbf{k}' 的水平分量, $M_{\alpha\beta}$ 表示耦合系数, 而 * 表示取共轭, 并有

$$\begin{aligned} M_{\text{hh}}(\mathbf{k}_{s\perp}, \mathbf{k}'_\perp) = & 2k_{z_i} \left[k'_z \cos(\phi'_k - \phi_s) \cos(\phi'_k - \phi_i) \right. \\ & \left. + k^2 \sin(\phi'_k - \phi_s) \sin(\phi'_k - \phi_i) / k'_z \right] \end{aligned} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} M_{\text{vh}}(\mathbf{k}_{s\perp}, \mathbf{k}'_\perp) = & -\frac{2k_{z_i} k}{k_{z_s}} \left[k'_z \sin(\phi'_k - \phi_s) \cos(\phi'_k - \phi_i) \right. \\ & \left. - k^2 \cos(\phi'_k - \phi_s) \sin(\phi'_k - \phi_i) / k'_z \right. \\ & \left. + k'_\rho k_{\rho_i} \sin(\phi'_k - \phi_i) / k'_z \right] \end{aligned} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} M_{\text{hv}}(\mathbf{k}_{s\perp}, \mathbf{k}'_\perp) = & 2k \left[k'_z \cos(\phi'_k - \phi_s) \sin(\phi'_k - \phi_i) + \sin(\phi'_k - \phi_i) \right. \\ & \left. \cdot [k'_\rho k_{\rho_i} - k^2 \cos(\phi'_k - \phi_i)] / k'_z \right] \end{aligned} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} M_{\text{vv}}(\mathbf{k}_{s\perp}, \mathbf{k}'_\perp) = & -\frac{2}{k_{z_s}} \left\{ -k^2 k'_z \sin(\phi'_k - \phi_s) \sin(\phi'_k - \phi_i) \right. \\ & \left. + [k^2 \cos(\phi'_k - \phi_s) - k'_\rho k_{\rho_s}] \right. \\ & \left. \cdot [k'_\rho k_{\rho_i} - k^2 \cos(\phi'_k - \phi_s)] / k'_z \right\} \end{aligned} \quad (13)$$

同理, 可以求得二阶微扰法求解的后向散射系数。通过 $M_{\alpha\beta}$ 的表达式可知, 二阶交叉极化的散射系数不等于零, 因此可以利用高阶场来定量研究交叉极化的问题。

3 数值计算和分析

为了定量研究散射场的高阶分量对粗糙表面散射特性的影响, 首先利用式(9)和式(3)计算了二阶 SPM 求解某导体粗糙表面后向散射系数 ($\sigma^{(2)}$) 与一阶 SPM 求解结果 ($\sigma^{(1)}$) 的比值随掠入射角的变化特性, 如图 1 所示。其中, 表面参数^[11]是: 照射频率 $f = 12.5\text{GHz}$, 均方高度 $h = 0.0079\text{m}$, 相关长度 $l = 0.082\text{m}$ 。需要指出的是, 图示中的横坐标是以掠入射角标注的, 与入射角的关系是 $\theta_g = 90 - \theta_i$ 。

从图 1 中可以看出, 在低掠入射角下 ($\theta_g < 30^\circ$), 高阶场分量与一阶场分量相当, 但随着掠入射角的增大 (入射角减小), 高阶场分量所占的比重减小, 特别是在近垂直入射下, 高阶场分量几乎可以忽略。HH 极化与 VV 极化高低阶散射特性比较可知, 低掠入射下 HH 极化的高阶分量比 VV

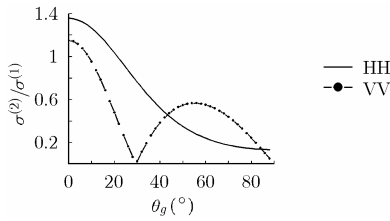


图 1 一、二阶后向散射系数之比随掠入射角的变化极化最大可高达 15dB。而 VV 极化幅值之比出现的峰值现象，是由表面参数的特性引起的，参数不同，峰谷的位置亦不同。

为了进一步比较粗糙表面的掠入射特性，采用二阶微扰解比较了 VV 极化下的掠入射特性，如图 2 所示。其中表面参数取自文献[11]，为了直观比较，图示中还分别标注了各组粗糙表面的均方根斜率 s ，其中 $s = \sqrt{2}h/l$ 。从图 2 中可以看出，二阶场分量的微扰解随着掠入射角的增大而迅速减小，在掠入射小于 10° 范围内，高阶散射场量的值比较明显。从图中还可以看出，随着 s 的增大，高阶 SPM 解的数值也增大。

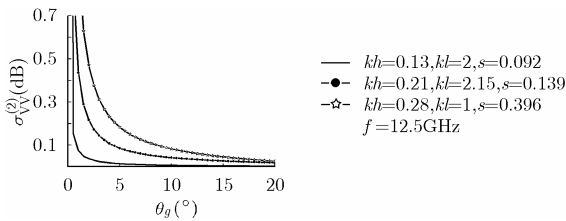


图 2 不同粗糙度下 VV 极化的后向散射系数

为了证明高阶解析法求解掠入射问题的有效性，针对不同的表面模型计算了其回向散射系数，如图 3 和图 4 所示。其中，图 3 为经典微扰解(First-SPM, FSPM)、二阶微扰法合成解(Second- and First- SPM, SFSPM)和矩量法^[12](MOM)求解 HH 极化下高斯粗糙表面的后向散射系数 (σ_{HH})，表面参数同图 1。从图 3 可以看出，在小入射角下，高、低阶 SPM 求解的后向散射系数与 MOM 的数值解较为一致，但当入射角大于 60° 时只有 SFSPM 更为接近 MOM 法的解，而 FSPM 与 SFSPM 的差异随着入射角的增大而变大，最大的差值可高达 3.7dB，从而说明高阶 SPM 能很好修正经典 SPM 求解低掠入射散射特性的大误差问题。

同时，为了对比高阶解析法求解粗糙表面散射特性的有效性，也采用高阶 KA 法对比计算了高斯、分形模型下的后

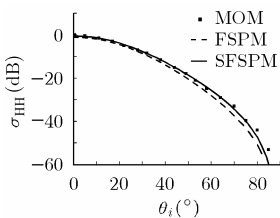


图 3 高阶 SPM 对高斯模型掠入射下的修正比较

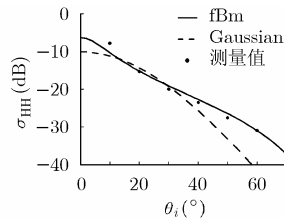


图 4 高阶 KA 法求解高斯、分形表面掠入射的比较

向散射特性，图 4 中，高阶 KA 法采用是二阶斜率下表面均方根高度 9 阶 Taylor 级数展开近似的基尔霍夫解^[10]。从图 4 中可以看出，在中等入射角 ($10^\circ < \theta_i < 30^\circ$) 内高斯、分形模型的散射解较为一致。而在低掠入射角下，fBm 模型的高阶 KA 近似解能更好地接近测量值^[13]，这也说明了分形模型可以更好地用于粗糙表面的建模。其中，获得测量值的表面及分维参数为照射频率 9.5GHz，介电常数 $\epsilon_r = 5.7 - j1.3$ ，均方根 $\sigma = 0.004m$ ，表面长度 $L = 0.084m$ ，Hurst 指数 0.5。

同时，为了对比高阶解析法求解粗糙表面散射特性的有效性，也采用高阶 KA 法对比计算了高斯、分形模型下的后向散射特性，图 4 中，高阶 KA 法采用是二阶斜率下表面均方根高度 9 阶 Taylor 级数展开近似的基尔霍夫解^[10]。从图 4 中可以看出，在中等入射角 ($10^\circ < \theta_i < 30^\circ$) 内高斯、分形模型的散射解较为一致。而在低掠入射角下，fBm 模型的高阶 KA 近似解能更好地接近测量值^[13]，这也说明了分形模型可以更好的用于粗糙表面的建模。其中，获得测量值的表面及分维参数为，照射频率 9.5GHz，介电常数 $\epsilon_r = 5.7 - j1.3$ ，均方根 $\sigma = 0.004m$ ，表面长度 $L = 0.084m$ ，Hurst 指数 0.5。

在实际雷达测量中，为了获取目标信息及对不同地表极化特征进行分类，往往需要研究掠入射下的极化指数，其中极化指数定义为垂直同极化(vv)和水平(hh)同极化后向散射系数之比。Tatarskii 等人^[4,5]基于有限尺寸的粗糙面，在 Neumann 边界条件下研究得出，散射振幅为常数，与掠入射角无关；而 Barrick^[14]基于无限扩展的粗糙面研究得出，无论是 Neumann 问题还是 Dirichlet 问题，散射振幅随掠入射角二次幂的形式趋于零。目前，这两种结论的差异正在研究之中。Rino 等人^[7]采用波束模拟的方法，研究了双尺度海面的极化指数，得出散射振幅之比与入射角余切函数近似成四次方的结论。为了深入研究极化指数与掠入射角的这种变化特性，根据图 3 的表面参数，采用 SFSPM 分析了高斯模型的同极化指数 (σ_{VV}/σ_{HH}) 与掠入射角函数曲线的拟合问题，如图 5 所示。图 5 中， m 为掠入射角正割函数的幂指数，即 $\sec^m \theta_g$ ，图中标示的是高斯模型下非相干极化指数随 m 变化的拟合曲线，而实验^[7]求得的极化指数取 $m = 4$ 。从图 5 中可以看出，当 $\theta_g < 8^\circ$ 时，可用 $\sec^{4.5} \theta_g$ 近似；当 $8^\circ < \theta_g < 20^\circ$ 时，可用 $\sec^{4.75} \theta_g$ 近似。同时，也采用 FSPM 计算了该模型在掠入射下的极化指数，当 $\theta_g < 6^\circ$ 时，可用 $\sec^{4.5} \theta_g$ 近似；当时 $6^\circ < \theta_g < 20^\circ$ ，可用 $\sec^5 \theta_g$ 近似。结果表明，高低阶微扰法求解的极化指数，与实验求得的

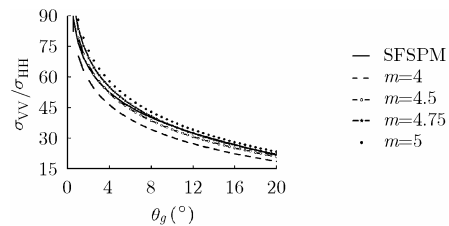


图 5 掠入射下同极化指数的拟合比较

$\sec^4 \theta_g$ 的拟合误差均很大, 得出不同低掠入射角下的极化指数, 应采用不同幂次的三角函数来逼近的有效结论, 从而修正了统一采用 $\sec^4 \theta_g$ 逼近的拟合误差。

4 结束语

本文应用表面场的高阶展开近似, 研究了高斯粗糙表面在低掠入射下的电磁散射特性。通过掠入射时高、低阶同极化散射系数的比较, 定量研究了高阶场量对散射特性的影响, 并比较了不同粗糙度下的掠入射散射效应, 得出了表面越粗糙掠入射下高阶场量散射系数值越大的直观结论。同时, 利用已知的表面参数, 采用高阶微扰法、高阶基尔霍夫法计算了高斯、分形模型的后向散射系数, 并和矩量法的数值解以及测量结果进行了比较。结果表明, 考虑场的高阶分量的高阶解析法能很好地求解低掠入射下的散射特性, 并能定量分析掠入射时的多重散射现象, 从而解决了经典解析法无法准确求解掠入射的散射特性问题。最后, 采用高阶微扰法还研究了极化指数的拟合问题, 修正了文献[7]中的研究结论, 更为精确地表示了掠入射时极化指数的拟合逼近问题。

参 考 文 献

- [1] Jin Y Q and Lin Z X. Bistatic scattering from a fractal dynamic rough sea surface with a ship presence at low grazing-angle incidence using the GFBM/SAA[J]. *Microwave and Optical Technology Letters*, 2001, 31(2): 146–151.
- [2] Zavorotny V U and Voronovich A G. Two-scale model and ocean radar Doppler spectra at moderate- and low-grazing angles[J]. *IEEE Trans. on Antennas and Propagation*, 1998, 46(1): 84–92.
- [3] Dennis B and Carlson D J. Studies of dual polarized low grazing angle radar sea scatter in near-shore regions[J]. *IEEE Trans. on Geoscience and Remote Sensing*, 1996, 34(3): 747–757.
- [4] Tatarskii V I and Charnotskii M I. On the universal behavior of scattering from a rough surface for small grazing angles[J]. *IEEE Trans. on Antennas and Propagation*, 1998, 46(1): 67–72.
- [5] Tatarskii V I and Charnotskii M I. Universal behaviour of scattering amplitudes for scattering from a plane in an average rough surface for small grazing angles[J]. *Waves in Random Media*, 1998, 8(1): 29–40.
- [6] Ngo H D and Rino C L. Application of beam simulation to scattering at low grazing angles 1. Methodology and validation[J]. *Radio Science*, 1994, 29(6): 1365–1379.
- [7] Rino C L and Ngo H D. Application of beam simulation to scattering at low grazing angles 2. Oceanlike surfaces[J]. *Radio Science*, 1994, 29(6): 1381–1391.
- [8] Johnson J T. Higher order emission model study of bi-sinusoidal surface brightness temperatures [J]. *Progress in Electromagnetic Research*, 2002, 37(1): 79–99.
- [9] Huang Z G, Tong C M, and Hu G P, *et al.* A study of the low grazing incident effects from fractal Brownian motion rough sea surface[C]. Seventeenth Asia-Pacific Microwave Conference, Suzhou, China, December 4-7, 2005, 1: 299–302.
- [10] Tsang L and Kong J A. Scattering of Electromagnetic Waves: Advanced Topics[M]. New York, John Wiley & Sons, INC, 2001: 1–118.
- [11] Ulaby T, Moore K, and Fung K. Microwave Remote Sensing Volume II: Radar Remote Sensing and Surface Scattering and Emission Theory[M]. New York, Addison-Wesley Publication Company, 1982: 330–336.
- [12] Chen R M and James C W. Analysis of scattering from rough surfaces at large incidence angles using a periodic-surface moment method[J]. *IEEE Trans. on Geoscience and Remote Sensing*, 1985, 33(5): 1206–1212.
- [13] Franceschetti G, Iodice A, and Migliaccio M. Scattering from natural rough surfaces modeled by fractional Brownian motion two-dimensional processes [J]. *IEEE Trans. on Antennas and Propagation*, 1999, 47 (9): 1405–1415.
- [14] Barrick D E. Grazing behavior of scatter and propagation above any rough surface [J]. *IEEE Trans. on Antennas and Propagation*, 1998, 46(1): 73–83.

黄泽贵: 男, 1976 年生, 博士生, 从事电磁散射与电磁波传播、计算电磁学等领域的研究工作。

童创明: 男, 1964 年生, 教授, 博士生导师, 在国内外期刊发表论文 70 余篇, 主要从事雷达目标与环境特性、计算电磁学等领域的教学和科研工作。

胡国平: 男, 1964 年生, 教授, 主要从事雷达系统、雷达目标环境特性建模等领域的教学和科研工作。