

# 一种基于小波变换的图像消噪算法

宋锦萍<sup>①</sup> 宋玲珍<sup>②</sup> 杨晓艺<sup>①</sup> 李登峰<sup>①</sup>

<sup>①</sup>(河南大学数学与信息科学学院 开封 475001)

<sup>②</sup>(洛阳师范学院数学科学学院 洛阳 471022)

**摘要:** 该文在自适应树小波萎缩法的基础上, 结合小波系数的零树编码思想和小波变换的信噪分离特性给出了一种新的小波消噪算法。该算法不仅减少了运算量, 而且在消噪和保留奇异点信息方面也取得了较好的效果。

**关键词:** 图像消噪; 零树编码; 信噪分离; 小波变换

中图分类号: TN911.73

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2007)01-0043-04

## An Image Denoising Method Based on Wavelet Transform

Song Jin-ping<sup>①</sup> Song Ling-zhen<sup>②</sup> Yang Xiao-yi<sup>①</sup> Li Deng-feng<sup>①</sup>

<sup>①</sup>(College of Mathematics and Information Science, Henan University, Kaifeng 475001, China)

<sup>②</sup>(College of Mathematics Science, Henan Normal University, Luoyang 471002, China)

**Abstract:** In this paper, a new method of image denoising is presented, which is built upon the ideas of Embedded Zerotree Wavelet (EZW) encoder and separate character of signals and noises. This method is not only less than Tree-Adapted Wavelet Shrinkage (TAWS) method in operation amounts but also excellent in image denoising results and reservation of singularity information.

**Key words:** Image denoising; Zerotree wavelet encoder; Signal noise decomposed; Wavelet transform

### 1 引言

噪声是影响图像质量的主要因素。利用计算机等设备处理的图像非原始图像, 而是受噪声干扰造成质量下降的图像。噪声的污染使图像偏离了真实情况, 极大影响了人们从图像中提取信息的精确度, 因此, 非常有必要在利用图像之前消除噪声。图像消噪是图像预处理的主要任务之一, 它的目的是提高消噪后图像的质量, 突出图像特征。近年来, 作为数学领域半个世纪以来工作结晶的小波分析得到了快速发展, 并广泛应用于信号处理、图像处理、量子场论、地震勘探等领域。在图像处理方面, 图像消噪受到了国内外学者的重视, 是当今热门的研究课题。在小波消噪算法中, 自适应软(硬)阈值消噪方法, 模板大值消噪方法, 最优模糊阈值消噪方法<sup>[2]</sup>, 基于马尔可夫场模型、偏微分方程的方法<sup>[4]</sup>和Lp正则化方法<sup>[5]</sup>等算法在图像去噪处理中都取得了很好的效果。

本文在文献[6]自适应树小波萎缩法的基础上, 根据小波变换的信噪分离特性<sup>[7]</sup>, 结合零树编码的思想<sup>[8]</sup>给出了一种新的消噪算法。对比文献[6]的方法, 该算法不仅减少了运算量, 同时在抑制噪声和保留边界奇异点信息方面也取得了较好的效果。

### 2 二维小波变换<sup>[9]</sup>

本文采用 Haar 小波变换。对图像进行二维 Haar 小波变

换可解释为: 利用局部平滑滤波器  $h_{LL} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ , 水平边界探测器  $g_{LH} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$ , 垂直边界探测器  $g_{HL} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$  和对角边界探测器  $g_{HH} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$  进行滤波。

为计算一个  $2^J \times 2^J$  像素的图像的小波变换, 首先令平滑图像为  $u_j(k, l) := x(k, l), 0 \leq k, l \leq 2^j - 1$ , 令  $u_j(k, l)$  分别为与  $h_{LL}, g_{LH}, g_{HL}, g_{HH}$  做卷积, 得到大小为  $2^{j-1} \times 2^{j-1}$  的 4 个子带图像  $u_{j-1}$ , 然后对平滑图像  $u_{j-1}$  重复以上过程  $J-1$  次, 最终得到  $u_0, w_0, w_0^{HL}, w_0^{HH}$ , 其中的尺度系数矩阵  $u_j$  是由原始图像逐步平滑得到的。小波系数矩阵  $w_j^{LH}, w_j^{HL}, w_j^{HH}$  分别对应图像在水平、垂直、对角三个方向的小波系数。

### 3 小波系数零树编码思想及小波变换的信噪分离特性

#### 3.1 小波系数零树编码思想

零树编码思想是 Shapiro 基于图像压缩的目的提出的一种有效的图像编码方法。其基本思想是将小波系数的编码分解为: 标志系数特征的系数重要性编码和重要系数的幅度编码。

一个小波系数  $x$ , 对于给定的阈值  $T$ , 如果  $|x| < T$ , 则称该系数是不重要的, 否则是重要的。如果一个小波系数在较粗尺度上是不重要的, 并且在较细尺度上同样位置也是不重要的, 则称小波系数形成一个零树, 粗尺度上的小波系

2005-07-04 收到, 2005-12-16 改回  
河南省教育厅自然科学基金(2003110004), 河南省高校青年骨干教师基金(2002016)和国家自然科学基金(60272042)资助课题

数称为父系数，它是零树根，较细尺度相应位置上的小波系数称为子系数。如果小波系数关于  $T$  是不重要的，但它的子系数中存在关于  $T$  是重要的，则称这个系数是孤立的零点。父与子的关系形成如图 1 所示的小波树结构。

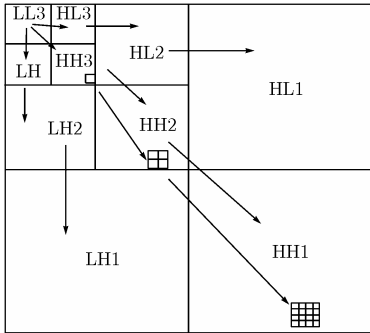


图 1 小波变换的小波系数图

对系数进行编码时，扫描顺序按“Z”字型排列，记住零树根的位置，就可以忽略零树根以下的零点，从而达到压缩的目的。考虑重要系数取值符号，一个系数的属性可通过 4 个符号来描述，即零树根(ZTR)、孤立零点(IZ)、正重要系数(POS)和负重要系数(NEG)。图 2 给出了确定系数属性的流程图。

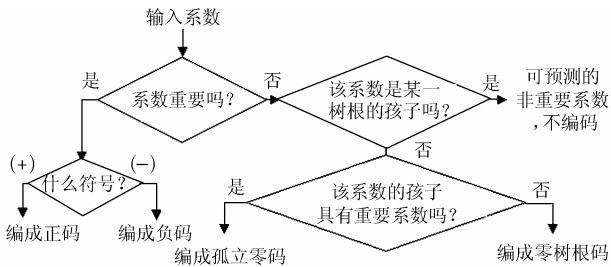


图 2 重要系数编码流程图

重要系数的幅度编码采取逐次逼近量化的嵌入式编码，即系数的编码精度逐次提高，这样可以在任何时候，比如比特率达到某种要求时结束。

### 3.2 小波变换的信噪分离特性

由统计分析可知，图像在小波域中对应的系数极大值在分解尺度间具有传递性，而噪声在小波域中对应的系数极大值点在分解尺度间不具有传递性，随着分解层的增加噪声系数成衰减趋势。图 3 给出了小波变换信噪分离特性的仿真图 ( $x$  为原始信号， $x_{ref}$  为加噪信号， $d1, \dots, d6$  分别为  $1, \dots, 6$  层小波变换的高频系数)。

## 4 自适应树小波萎缩法<sup>[6]</sup>

自适应树小波萎缩法是根据小波收缩和图像小波变换四叉树结构的统计特性给出的一种图像消噪算法，其消噪步骤可总结为

- (1) 对离散图像  $f(i, j)$  做离散小波变换，得到  $\hat{f}(i, j)$ 。
- (2) 对变换后的小波系数进行“Z”字型扫描，组成序列  $X$ ，使得  $f(i, j) = x(k)$ 。

- (3) 选择初始阈值  $T$ ，使得至少有一个  $x(n)$  满足  $|x(n)| \geq T$ ，所有  $x(k)$  满足  $|x(k)| \leq 2T$ 。

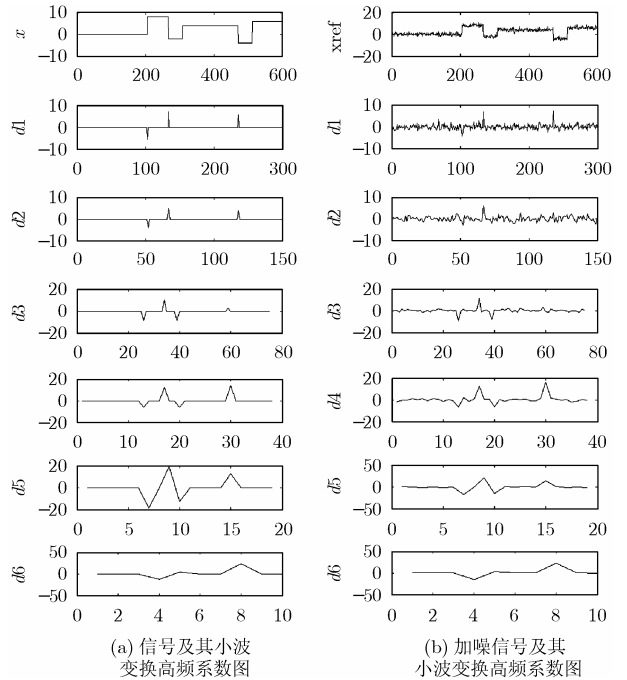


图 3 小波变换信噪分离特性的仿真图

- (4) 确定新的重要系数序列，满足  $|x(m)| \geq T$ ，并令  $q(m) = T$  作为相应  $x(m)$  的量化值。

- (5) 量化逼近：重新量化  $q(m)$  的值，使其更加逼近  $x(m)$ 。如：当前阈值为 32， $|x(m)|$  在  $[32, 48]$  之间，那么下一步决定它是位于  $[32, 40]$  还是  $[40, 48]$ ，若前者，量化值为 32，否则为 40。

- (6) 产生新的扫描序列：最高层  $j$  的非重要系数作为该层的扫描序列， $j-1$  层的扫描序列包括  $j$  层的重要系数和不重要系数在  $j-1$  层的不重要的孩子，然后由  $j-1$  层的扫描序列按同样的规则得到  $j-2$  层的扫描序列，直到完成所有的分解层，形成新的扫描序列。

- (7) 将当前阈值  $T$  除以 2，循环(4)–(7)的步骤直到小于一个事先确定的阈值  $\tau$ 。

该算法取得了较好的消噪效果，但第(5)步的量化逼近过程运算量较大，同时用同一阈值对重要系数进行处理致使奇异点信息保留方面效果也不很理想。针对这些问题本文给出了一种新的消噪算法。

## 5 本文算法

由 3.1 节中孤立零点的定义与 3.2 节中噪声系数随分解层的增加而衰减的性质可知，加噪图像的小波变换系数中的孤立零点基本是噪声系数而非奇异点。由此本文在自适应树小波萎缩方法的基础上，对孤立零点进行处理给出了一种消噪算法。其基本步骤可归结为

- 第 1 步 对离散图像  $f(i, j)$  做  $N$  层离散小波变换，得到  $\hat{f}(i, j)$ 。

第 2 步 对变换后小波系数进行“Z”字型扫描，形成一对一的向量  $\mathbf{X}$ ，并确定与  $\mathbf{X}$  同维数的零向量  $\mathbf{Y}$ 。

第 3 步 选择初始阈值  $T$ ，使得  $\mathbf{X}$  中至少有一个  $x(n)$  满足  $|x(n)| \geq T$ ，而所有  $x(k)$  满足  $|x(k)| \leq 2T$ ；确定相对于  $T$  的孤立零点，并将这些系数及其子系数置为零。

第 4 步 确定重要系数  $x(m)$ ，使  $|x(m)| \geq T$ ，令  $y(m) = x(m)$ ，而  $\mathbf{X}$  中的  $x(m)$  置为 0。

第 5 步 将当前阈值  $T$  除以 2，对剩余矩阵循环第 3、第 4 步直到小于一个事先确定的阈值  $\tau$ 。

第 6 步 用新向量  $\mathbf{Y}$  重构，得到消噪图像。

图 4 给出了消噪过程流程图。

本算法在消噪过程中，首先对加噪图像进行了去除孤立零点的处理，并将文献[6]中算法中运算量最大的第 4、5 步的量化逼近省去，而用新向量  $\mathbf{Y}$  重构，得到消噪图像。

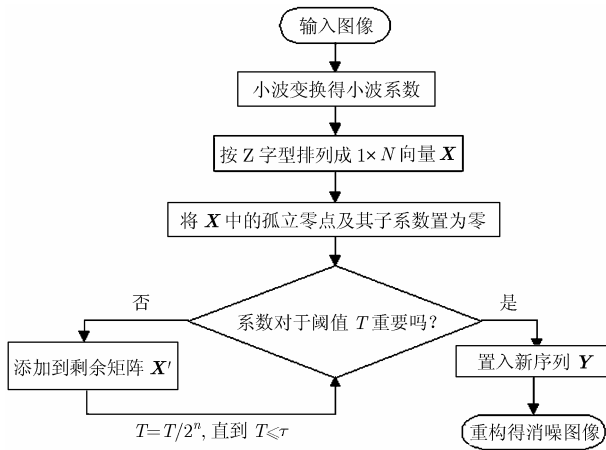


图 4 新的消噪算法流程图

## 6 仿真与结果分析

本文用  $512 \times 512$  附加高斯白噪声的 Lena 图像，对本文算法与文献[6]中的 TAWS 算法进行了比较。

首先给出仿真图，如图 5。

从图 5 的仿真效果可以看出，其效果明显优于文献[6]。

其次选用信噪比(SNR)作为衡量标准，对本文算法与文献[6]中的算法进行比较，定义信噪比：

表 1 加噪图像消噪后的信噪比(dB) (3 层分解,  $b$  为阈值迭代次数)

噪声方差	TAWS 消噪迭代次数 $b$					本文算法消噪迭代次数 $b$				
	$b=2$	$b=3$	$b=4$	$b=5$	$b=6$	$b=2$	$b=3$	$b=4$	$b=5$	$b=6$
8	34.179	36.328	39.777	40.928	41.169	34.524	37.627	41.690	45.704	47.026
16	34.300	36.882	39.477	39.807	38.570	34.332	37.627	41.399	42.118	39.916
32	33.933	36.360	36.235	34.011	33.415	34.539	37.125	36.857	34.921	33.472
64	33.255	31.431	28.304	27.649	27.203	34.094	31.525	28.953	27.840	27.408

表 2 加噪图像局部边缘的信噪比和最小二乘估计值(3 层分解,  $b=5$ )

衡量标准	噪声方差 8		噪声方差 32	
	TAWS 法消噪	本文算法消噪	TAWS 法消噪	本文算法消噪
信噪比	30.3769	35.2707	24.8236	26.0073
最小二乘估计	4.0256	1.1666	12.7744	3.7872



图 5 加噪图像经不同消噪算法消噪后的仿真图 (噪声方差 32, 3 层分解, 阈值迭代次数  $b=3$ )

$$SNR = \left( 10 \lg \left( \frac{\|f\|_2^2}{\|f - g\|_2^2} \right) \right)$$

结果如表 1 所示。

从表 1 可以看出，本文算法得到了较文献[6]中算法更大的信噪比。同时还可以看出，对低噪声方差的图像，随着迭代次数  $b$  的增加，所得消噪图像的信噪比在增大；但  $b$  无限制的增大，阈值就会很小，这样虽然噪声基本完全消除但有用信息丢失较多；而对噪声方差较大的图像， $b$  增加到某一值时，信噪比明显变小。所以对于同一噪声方差的图像，只有选取适当的迭代次数才可以达到更好的消噪效果。

最后在保留奇异点信息方面，选取局部边缘利用信噪比和最小二乘估计两种准则对本文算法和文献[6]中算法进行比较。结果如表 2 所示。

综合以上分析可知，本文算法相对于文献[6]的算法不仅减少了运算量，而且在消噪效果和保留奇异点信息方面，都取得了较好的效果。

## 7 结束语

本文在文献[6]的基础上结合小波系数的零树编码思想和小波变换的信噪分离特性给出了一种改进的小波消噪算法,大大减少了运算量,同时也得到了较好的消噪效果。如果对上述本文算法中阈值  $\tau$  的选取进行由粗尺度到细尺度的细化,将会得到更好的消噪效果。

## 参 考 文 献

- [1] Mallat S and Zhong Sifen. Characterization of signal from multiscalar edges. *IEEE Trans. on Pattern Anal. and Machine Intelligence*, 1992, 14(7): 710-732.
- [2] Shark L K and Yu C. Denoising by optimal fuzzy thresholding in wavelet domain[J]. *IEE Electron. Lett.*, 2000, 36(6): 581-582.
- [3] Geman D and Reynolds G. Constrained restoration and the recovery of discontinuities [J]. *IEEE Trans. Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 1992, 14(3): 367-383.
- [4] You Yuli and Kaveh D. Fourth-order partial differential equations for noise removal [J]. *IEEE Trans. Image Processing*, 2000, 9(10): 172-1730.
- [5] Bouman C and Sauer K. A generalized Gaussian image model of edge preserving map estimation[J]. *IEEE Trans. Image Processing*, 1993, 2(3): 296-310.
- [6] James S. Walker and Ying-Jui Chen. Image denoising tree-based wavelet subband correlations and shrinkage. *Optical Engineering*, 2000, 39(11): 2900-2908.
- [7] 侯波. 基于小波变换消除遥感噪声. [博士学位论文], 北京: 中国科学院, 2002.
- [8] 程正兴. 小波分析算法与应用[H]. 西安: 西安交通大学出版社, 2001, 第七章.
- [9] 杨福生. 小波变换的工程分析与应用[M]. 北京: 科学出版社, 1999, 第三章.
- 宋锦萍: 女, 1963 年生, 副教授, 研究兴趣为微分方程数值解、模式识别.
- 宋玲珍: 女, 1980 年生, 硕士生, 研究兴趣为小波分析与图像处理.