

一种新颖的基于 TDSA 的多个正弦信号参数估计方法

梁军利 杨树元 高丽
(中国科学院声学研究所 北京 100080)

摘要: 该文提出了一种基于跨维模拟退火(TDSA)算法联合估计实正弦信号个数及频率的新方法。该文在跨维模拟退火算法基础上,引入惩罚因子,通过最小二乘精简采样参数,在高斯白噪声中检测正弦信号的个数及频率。仿真证实,该方法具有较好的效果。

关键词: 信号处理;跨维模拟退火;马尔柯夫链蒙特卡洛;模型选择;惩罚因子;最小二乘

中图分类号: TN911.23

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2007)01-0096-05

A Novel Parameter Estimation Method for Sinusoid Signals Based on TDSA

Liang Jun-li Yang Shu-yuan Gao Li

(Institute of Acoustics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100080, China)

Abstract: This paper presents a new method of estimating numbers and frequencies for sinusoid signals based on TransDimensional Simulated Annealing(TDSA) algorithm. This paper introduces penalty term and least square into TDSA, and gives a method that simultaneously estimates the numbers and frequencies of sinusoids signals in white gaussian noise. Finally, the validity of this method is well verified by the simulation.

Key words: Signal processing; TransDimensional Simulated Annealing(TDSA); Markov chain Monte Carlo; Model selection; Penalty term; Least square

1 引言

噪声中正弦信号的检测一直是信号处理领域的研究热点,但是以往的研究仅限于信号个数确知情况下正弦信号频率的估计及信号的有无问题^[1-4]。尽管文献[5]给出了未知个数的正弦信号检测方法,但该方法受到离散傅里叶变换(Discrete Fourier Transform, DFT)分辨率的限制,在频率估计偏差大于 DFT 分辨率时,算法失效,而且要求样本点数较大。

模拟退火(Simulated Annealing, SA)算法最早由 Metropolis 等人于 1953 年提出,其基本思路得益于材料统计力学的研究成果,通过模拟退火过程,找到全局(或近似)最优解。其实质是一种基于蒙特卡洛(Monte Carlo, MC)迭代求解的启发式搜索算法,可用于解决众多的优化问题^[6,7],并在 VLSI 设计、模式识别、图像处理、信号处理、控制等众多领域得到了成功的应用^[8-13]。

但基本的模拟退火算法限于确知模型结构下未知参数的优化求解, Brooks^[14]提出了模型不确定时的跨维模拟退火算法(TransDimensional Simulated Annealing, TDSA),其不仅可以进行最佳的参数优化,而且可以同时进行最佳模型的选择,跳出了以前在固定模型下参数优化的框架,为人们解决不确定模型情况下优化问题提供了新的思路。其与以

往模型阶数确定方法的本质区别在于:以往的模型阶数确定方法是在最大似然准则下计算每一个可能模型下的标准值(如 AIC,MDL),因此其本质是模型和参数估计分别独立进行的过程,当模型阶数可能取值的范围较大时,这些方法将不再有效。TDSA 方法是基本 SA 方法的扩展,是模型阶数和参数同时进行优化的方法,因此其计算量在模型阶数可能取值的范围较大时远远小于以往的模型阶数确定方法。TDSA 借鉴了可逆跳转马尔柯夫链蒙特卡洛(Reversible Jump Markov Chain Monte Carlo, RJMCMC)算法^[15-17]对模型阶数的采样机制,但本质上完全不同于 RJMCMC 方法,区别在于(1)RJMCMC 方法对于一些未知的参数引入了一些先验分布,因此需要根据具体情况选择合适的先验分布参数,ROBUST 性能较差,而 TDSA 方法是不需要的;(2)由于 RJMCMC 引入了许多先验分布,其求解的准则类似于最大后验准则,而 TDSA 则是基于最大似然准则;(3)由于 RJMCMC 方法引入了一些先验分布,因此对于这些分布参数值的更改在每一步迭代中都要进行,因此其收敛速度慢于 TDSA;(4)考虑模型阶数影响到其他参数的个数,TDSA 方法将退火机制引入到模型阶数这一特殊参数优化过程中。

本文借鉴了文献[16]中提出的基于 RJMCMC 的正弦信号参数估计方法,但不同于文献[16]。本文建议方法是基于 Brooks 提出的跨维模拟退火算法,并在此基础上引入惩罚因子,并结合 Gibbs 采样和 Metropolis Hastings 采样算法,结

合最小二乘精简采样参数,提出的一种基于 TDSA 的多个正弦信号最大似然参数估计方法。

2 问题描述及模拟退火算法

2.1 基本模拟退火算法及跨维模拟退火算法

2.1.1 基本模拟退火算法 给出温度下降方法 $T_{i+1} = g(T_0, i+1)$ 、新状态产生机制为 $x' = h(x(k))$; 求解目标函数为 $f(x)$ 的基本模拟退火算法可以描述如下:

步骤 1 令 $i = 0, k = 0$, 给出初始温度 $T_0 > 0$, 初始状态 $x(0)$;

步骤 2 根据 $x(k)$ 及新状态产生机制得到一个新的状态 x' , 按式(1)计算概率接受 $x(k+1) = x'$;

$$p(x(k) \rightarrow x') = \begin{cases} 1, & f(x') < f(x(k)) \\ \exp\left(-\frac{f(x') - f(x(k))}{T_i}\right), & \text{其他} \end{cases} \quad (1)$$

步骤 3 如果在 T_i 下还未达到平衡状态,则转到步骤 2;

步骤 4 如果 T_i 已经足够低,则结束;否则继续。

步骤 5 根据温度下降方法计算新的温度 T_{i+1} 。转到步骤 2。

2.1.2 跨维模拟退火算法 跨维模拟退火算法引入了模型阶数 k 的采样,设在当前温度下的模型阶数为 $k^{(i-1)}$, 以一定的概率 P_{birth} , P_{death} , P_{update} 接受下一次的模型阶数为

(1) $k^{(i-1)} + 1$, 称之为模阶增加(Birth), 然后增加相应模型结构的参数, 按照计算的相应概率接受新的模型;

(2) $k^{(i-1)} - 1$, 称之为模阶减少(Death), 然后减少相应模型结构的参数, 按照计算的相应概率接受新的模型;

(3) $k^{(i-1)}$, 称之为模阶内参数修改(Update), 并按照模拟退火基本算法更新所有待估计的参数值, 并按照计算的相应概率接受新参数值。

2.2 问题描述

考虑噪声中实正弦信号的 N 个样本点序列 $y(i), i = 0, \dots, N-1$,

$$y(i) = \sum_{j=1}^k \psi_{k,j} \cos(\omega_{k,j}i + \phi_{k,j}) + n_k(i) \quad (2)$$

式中, k 表示正弦信号个数, $\psi_{k,j}$, $\omega_{k,j}(0 \leq \omega_{k,j} \leq 2\pi)$, $\phi_{k,j}(0 \leq \phi_{k,j} \leq 2\pi)$ 分别表示第 j 个正弦信号的幅度、频率和相位, $n_k(i)$ 是均值为 0, 方差为 σ_k^2 的高斯白噪声。 k , $\psi_{k,j}$, $\omega_{k,j}$, $\phi_{k,j}$, σ_k^2 为未知参数。

令 $g_{k,j} = \psi_{k,j} \cos(\phi_{k,j})$; $h_{k,j} = -\psi_{k,j} \sin(\phi_{k,j})$, 由式(2)可以得到

$$y(i) = \sum_{j=1}^k \{g_{k,j} \cos(\omega_{k,j}i) + h_{k,j} \sin(\omega_{k,j}i)\} + n_k(i) \quad (3)$$

令 $y^T = [y(0) \dots y(N-1)]$, $n^T = [n_k(0) \dots n_k(N-1)]$ 。令 D 为 $n \times 2k$ 的矩阵, 如果 j 为奇数, D 的第 i 行第 j 列元

素为 $\cos(\omega_{k,j} * (i-1))$; 反之 j 为偶数时, D 的第 i 行第 j 列元素为 $\sin(\omega_{k,j} * (i-1))$, $a_k^T = [g_{k,1} \ h_{k,1} \ \dots \ g_{k,k} \ h_{k,k}]$ 这样, 可以得到:

$$y = D_k a_k + n \quad (4)$$

这里, 未知的参数为 $a_k, \omega_k, k, \sigma_k^2$, $\omega_k = (\omega_{k,1}, \dots, \omega_{k,k})$ 。

记 $\theta_k = (k, a_k, \omega_k, \sigma_k^2)$, 在这些参数已知情况下, 得到似然函数:

$$p(y | \theta_k) = (2\pi\sigma_k^2)^{-N/2} \exp\left[-\frac{(y - D_k a_k)^T (y - D_k a_k)}{2\sigma_k^2}\right] \quad (5)$$

根据最大似然准则, 可以得到 θ_k 的最大似然估计为

$$\hat{\theta}_k = \arg \max_{\theta_k} p(y | \theta_k) \quad (6)$$

3 基于 TDSA 的多个正弦信号估计新方法

3.1 用基本模拟退火算法求解个数已知的正弦信号问题

在模型阶数一定的情况下(去掉以上各符号的下标), 式(6)可以等效为最小化目标函数 $f(\theta) = -\log\{p(y | \theta)\}$; 在温度 T , 可以得到对应模拟退火算法的 Boltzmann 分布为

$$b_T(\theta) \propto \exp[\log\{p(y | \theta)/T\}] = p(y | \theta)^{1/T} \quad (7)$$

$$\text{由 } p(y | \theta)^{1/T} = (2\pi\sigma^2)^{-N/(2T)} \exp\left[-\frac{(y - Da)^T (y - Da)}{2\sigma^2 T}\right]$$

及 Inverse Gamma 分布公式, $z \sim \text{IG}(\alpha, \beta) = \frac{\beta^\alpha}{\Gamma(\alpha)} z^{-\alpha-1}$

· $\exp[-\beta/z]$, 得到 σ^2 的条件分布:

$$\sigma^2 | y, \omega, a \sim \text{IG}\left(\frac{N}{2T} - 1, \frac{-(y - Da)^T (y - Da)}{2T}\right) \quad (8)$$

由 Gaussian 分布公式, $z \sim N(\mu, \Sigma) = |2\pi\Sigma|^{-1/2} \exp\left[-\frac{1}{2}(z - m)^T \Sigma^{-1}(z - m)\right]$, 令 $\mu_0 = \frac{\Sigma_0^T D^T y}{T\sigma^2}$,

$\Sigma_0^{-1} = \frac{D^T D}{T\sigma^2}$, 得到 a 的条件分布:

$$a | y, \omega, \sigma^2 \sim N(\mu_0, \Sigma_0) \quad (9)$$

从而在模型阶数一定的情况下(即正弦信号个数已知)情况下, 可以借助 SA 方法及 Gibbs 算法进行参数的最大似然估计。即将模拟退火基本算法步骤 2 中状态的更新更改为依次对 ω, a, σ^2 进行 Gibbs 采样(Gibbs 采样, 即在每个循环中不一次直接采样出整个向量, 而是在已知其他分量上次循环采样值的情况下对该向量的各个分量进行逐一采样, 完成一次循环。)

由于 ω 为多维向量, 对于 ω 的更新机制亦采用 Gibbs 采样, 记第 $(i-1)$ 次循环采样得到的 ω 为 $\omega^{(i-1)} = (\omega_1^{(i-1)} \ \omega_2^{(i-1)} \ \dots)$, 那么在第 (i) 次循环采样中, 在依次采样完 ω 的第 1 至 $j-1$ 个分量的基础上, 第 j 个分量的采样建议分布为: $p(\omega_j^{(i)} | \omega_{-j}^{(i)}, \sigma^2, a)$, 其中 $\omega_{-j}^{(i)} = (\omega_1^{(i)} \ \dots \ \omega_{j-1}^{(i)} \ \omega_{j+1}^{(i)} \ \dots)$ 。

对于 ω 的第 j 个分量的采样, 采用 Mixture Metropolis Hastings(MMH)算法, 即以概率 λ ($0 \leq \lambda \leq 1$) 采用一种采样建议分布函数, 以概率 $1-\lambda$ 采用另外一种采样建议分布函

数。一种采样建议分布函数保证能够采样到全局最优解附近的样本值, 另外一种能够保证采样得到当前采样值附近更优的采样值, 两种采样方法描述为:

(1) 尽管样本序列 y 的 DFT 不能直接估计信号的频率, 但其 DFT 模值的峰值对应的频率接近于信号的真实频率, 从而可以借鉴 DFT 用作频率采样建议分布函数。具体操作为: 取 y 的 $2N$ 点 DFT 并取模, 记为 $Y = \text{abs}(\text{DFT}(y, 2 \times N))$, 取 Y 的前 N 个数据记为 Y_0 , 然后进行累积求和, 得到 Z_0 。
 $Z_0(j) = \sum_{i=1}^j Y_0(i)$, $Z_0(j) = Z_0(j) / Z_0(N)$, 由于 DFT 的结果中接近信号频率附近总能产生一个幅度较大的值, 这样使得映射到 $[0, 1]$ 区间的区域较宽, 由于随机数是均匀分布的, 这样落入该区域的机率就大, 从而可以以较大概率得到好的采样点这样即可将 DFT 和随机函数结合起来作为采样建议分布函数。

(2) 由于样本序列 y 的点数 (N) 较小, 而且由于噪声的影响, 上述采样方法只能得到全局最优解附近的样本值(由于样本数较少, DFT 的分辨率所致), 因此可以借助随机移动 Metropolis Hastings(Metropolis Hastings Random Walk, MHRW)算法在接近最优点的附近搜索最优值。具体操作为: 记第 $(i-1)$ 次迭代第 j 个信号的采样值为: $\omega_j^{(i-1)}$, 那么第 (i) 次迭代第 j 个信号的采样值为: $\omega_j^{(i)} \sim N(\omega_j^{(i-1)}, \sigma_{RW}^2)$, 其中 σ_{RW}^2 为预先给定的方差值。

3.2 引入惩罚因子及最小二乘

3.2.1 引入惩罚因子 传统上基于信息量准则的惩罚似然模型阶数选择方法需要得到每一种可能模型对应的最大似然估计, 而当可能选择的模型数目较大时, 计算量急剧增大。需要考虑合适的模型阶数搜索方法。因此本文避免过学习(over-fitting), 参考信息量准则方法, 在最大似然函数中引入惩罚因子, 即修改目标函数为

$$f(\theta_k, k) = -\log\{L_k(\theta_k)\} + k \quad (10)$$

这样与目标函数对应的 Boltzmann 分布可以定义为

$$b_T(\theta_k, k) \propto \exp\{-f(\theta_k, k)/T\} \quad (11)$$

这里模型阶数 k 的先验为: $p(k) \propto \exp(-k/T)$ 。

3.2.2 引入最小二乘 由于要对 a, σ^2 进行采样, 而实际中仅仅关心的是频率及信号个数, 因此 a, σ^2 可以借助最小二乘方法, 从 Boltzmann 分布中去掉。由于在信号频率采样中限制不会出现同一频率的信号, 这样可以保证 $D_k^T D_k$ 可逆, 根据最小二乘得到: $\hat{a}_k = (D_k^T D_k)^{-1} D_k^T y$, $\hat{\sigma}_k^2 = (1/N) \cdot (y - D_k \hat{a}_k)^T (y - D_k \hat{a}_k)$, $P = I_N - D_k (D_k^T D_k)^{-1} D_k^T$ 。结合式(5)及式(11), 可以得到

$$b_T(\theta_k, k) \propto (y^T P y)^{-N/2} \exp\left\{-\frac{2k + N}{2T}\right\} \quad (12)$$

因此将式(12)作为 Boltzmann 分布, 不用再对 a, σ^2 进行采样。

3.3 本文建议算法

根据以上讨论, 将已知正弦信号个数条件下的参数估计问题的基本模拟退火算法移入跨维模拟退火算法的模阶内参数修改步骤, 给出温度下降方法 $T_{i+1} = g(T_0, i+1)$, σ_{RW}^2 , 从而可以得到本文建议的基于跨维模拟退火算法的求解个数未知的正弦信号问题, 算法步骤如下:

步骤 1 令 $i = 0$, 给出初始温度 $T_0 > 0$, 模型阶数增加、减少、不变的先验概率分别为 P_{birth} , P_{death} , P_{update} , 且之和为 1; 预先设置的最大和最小的模型阶数 k_{max} 和 k_{min} : 给定初始信号个数 $k(0)$ 及 $k(0)$ 个正弦信号的初始值 $\omega_{k(0)}(0)$, 并利用最小二乘估计得到 $a_{k(0)}(0)$ 及噪声方差的估计值

$$\sigma_{k(0)}^2(0) = \frac{1}{N} (y - D_{k(0)}(0) a_{k(0)}(0))^T (y - D_{k(0)}(0) a_{k(0)}(0))。$$

步骤 2 从均匀分布 $U[0,1]$ 采样得到随机数 r , 如果(1) $r \leq P_{\text{birth}}$ 且 $k(i) < k_{\text{max}}$, 那么在 ω 的取值范围内随机产生一个新的频率, 并计算相应的 Boltzmann 分布, 计算相应的接受概率, 按式(1)确定是否接受模型阶数的增加; (2) $P_{\text{birth}} \leq r \leq P_{\text{birth}} + P_{\text{death}}$ 且 $k(i) > k_{\text{min}}$, 那么随机去掉一个频率, 并计算相应的 Boltzmann 分布, 计算相应的接受概率, 按式(1)确定是否接受模型阶数的减小; (3)反之不满足(1)和(2), 按照 3.1 节中 ω 的采样机制更改参数。

步骤 3 如果在 T_i 下还未达到平衡状态(这里平衡状态设定为连续多次迭代中信号个数保持不变), 则转到步骤 2;

步骤 4 如果 T_i 已经足够低, 则结束; 否则继续。

步骤 5 根据温度下降方法计算新的温度 T_{i+1} ; 转到步骤 2。

4 实验结果及分析

考虑淹没在高斯白噪声中的 3 个正弦信号情况, 观测序列长度为: $N=64$, 幅度分别为: $\psi_{3,1} = \sqrt{20}$, $\psi_{3,2} = \sqrt{6.3246}$, $\psi_{3,3} = \sqrt{20}$, 频率分别为: $\omega_{3,1} = 2\pi \times 0.2 = 1.2566$, $\omega_{3,2} = 2\pi \times (0.2 + 1/64) = 1.3548$, $\omega_{3,3} = 2\pi \times (0.2 + 2/64) = 1.4530$, 相位分别为: $\phi_{3,1} = 0$, $\phi_{3,2} = \pi/4$, $\phi_{3,3} = \pi/3$, 定义信噪比为: $\mu = 10 \lg\left(\frac{|\psi_{3,1}|^2}{2\sigma^2}\right)$, 模拟退火初始温度为: $T_0 = 1$; 终止温度为: $T_f = 0.1$ 。迭代次数为 $L = 3000$, 通过迭代次数确定温度下降函数为

$$T(i) = T_0 + \frac{T_f - T_0}{L} i \quad (13)$$

选定初始值: $k(0) = 16$; $k_{\text{min}} = 1$; $k_{\text{max}} = 31$; $\sigma_{RW}^2 = (1/250)^2$; $\lambda = 0.2$ 。由于需要经过若干迭代后才能达到收敛, 状态达到稳态, 达到稳态之前的数据, 习惯称之为 Burn In。从而可以利用这些收敛后的采样样本进行估计。在信噪比为 5dB 时, 利用本文估计方法进行仿真, 图 1 给出了一次实验结果。其中图 1(a) 为迭代中模型阶数采样的结果, 可见, 在迭代次数达到 1300 左右时, 模型阶数已经达到了稳态,

对应图 1(a)得到的模型阶数估计直方图如图 1(b)所示,

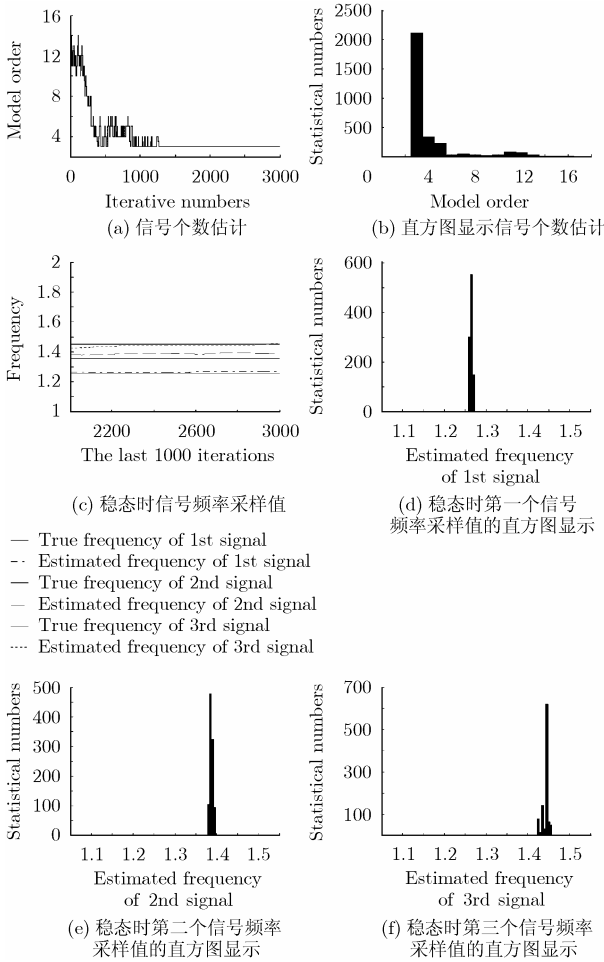


图 1 信噪比为 5dB 时信号参数估计结果

图 1(c)给出了迭代次数达到 2000 以后的信号频率估计值,图 1(d), 1(e), 1(f)分别给出了图 1(c)中 3 种信号频率估计结果的直方图(分辨率为 0.005)显示。由图 1(a), 1(b)可见,本文在较低信噪比情况下能够正确估计信号的个数;由图 1(c)可以看出当信号频率的间隔非常小时,本文建议方法对信号频率的分辨率较高,但是可以看到,当信号的幅度差别较大时,对幅度较小的信号频率估计误差较大,而幅度相对较大的信号误差较小,由图 1(d), 1(e), 1(f)可以看出,在达到稳态以后,信号频率的估计值基本在信号真实频率附近一个非常小的范围波动。

取状态达到稳态时的采样样本的均值作为最终估计值,记第 m 次仿真运行信号频率估计结果为: $\hat{\omega}_{3,1}^{(m)}$ $\hat{\omega}_{3,2}^{(m)}$ $\hat{\omega}_{3,3}^{(m)}$ 。令信噪比从 0dB 变化到 20dB,每种情况下运行 50 次,按式 (14)估计均方误差。同时得到基于 RJMCMC 方法信噪比从 0dB 变化到 20dB 时的均方误差(两种方法在信噪比低于 4dB 时,信号个数的采样值并不能像图 1(a)那样收敛到 3,仍存在一定的波动,但其直方图中对应 3 个信号的统计值仍远远高于其他信号个数的统计值,取信号个数采样值为 3 时的频率采样值),两种方法的均方误差随信噪比变化的情况如图 2

所示。从结果可以看出,在信噪比低于 4dB 时, RJMCMC

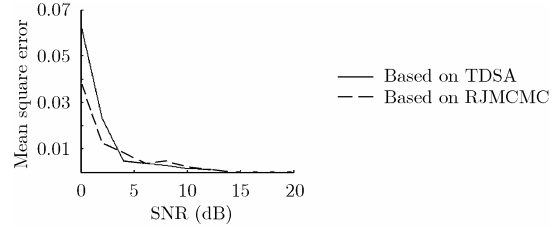


图 2 两种估计方法的均方误差随信噪比变化情况

方法稍好于本文建议方法,其他情况本文方法与 RJMCMC 方法性能相当。

由于本文算法用于信号个数及信号频率的联合估计,其频率均方误差高于单独的信号频率估计问题时的均方误差,另外,由于模拟退火算法需要一定的迭代次数才能达到问题,算法的迭代次数较大,从而计算量较大。但是可以看到本文算法所需样本点序列较短而且只需要序列的实部,从而仅需简单的实数运算。

$$MSE = \frac{1}{50} \sum_{m=1}^{50} \sum_{j=1}^3 (\hat{\omega}_{3,j}^{(m)} - \omega_{3,j})^2 \quad (14)$$

5 结束语

本文基于跨维模拟退火算法提出了一种在高斯白噪声中估计实正弦信号个数及频率的新方法。本文首先简单分析了跨维模拟退火算法较之基本模拟退火算法的新理念,然后得到最大似然估计信号参数的 Boltzmann 分布函数,在此基础上,结合跨维模拟退火算法中引入惩罚因子和最小二乘,得到了一种新的最大似然参数估计算法。但 TDSA 算法具有 SA 算法所共有的缺陷,即尽管可以保证使系统最终往全局最优值的方向收敛,但如果初始值的选取会影响系统的收敛速度;要综合考虑解的性能及算法速度等。但可以肯定跨维模拟退火算法必将在模型阶数估计及参数估计领域发挥巨大的作用。

参考文献

- [1] 周喜庆, 赵国庆, 王伟. 实时准确正弦波频率估计综合算法. 西安电子科技大学学报, 2004, 31(5): 657-660.
Zhou Xi-qing, Zhao Guo-qing, and Wang Wei. A realtime and accurate sinusoidal frequency estimation synthetic approach. *Journal of Xidian University*, 2004, 31(5): 657-660.
- [2] 林云松, 黄勇, 肖先赐. 实正弦信号的快速相位差频率估计方法. 电子科技大学学报, 1999, 28(2): 120-123.
Lin Yun-song, Huang Yong, and Xiao Xian-ci. Fast frequency estimation methods of real sinusoidal signal from phase differences. *Journal of University of Electronic Science and Technology of China*, 1999, 28(2): 120-123.
- [3] Stoica P, Li H, and Li J. Amplitude estimation of sinusoidal signals: Survey, new results, and an application. *IEEE Trans. on Signal Processing*, 2000, 48(2): 338-352.

- [4] 陆根源, 陈孝桢. 信号检测与参数估计. 北京: 科学出版社, 2004: 268–286.
- [5] 何伟, 唐斌, 肖先赐. 噪声中非监督的多正弦信号检测. 系统工程与电子技术, 2004, 26(5): 575–577.
He Wei, Tang Bin, and Xiao Xian-ci. Recursive multi-sinusoidal signal detection in noise. *Systems Engineering and Electronics*, 2004, 26(5): 575–577.
- [6] 边肇祺, 张学工. 模式识别. 北京: 清华大学出版社, 2000: 205–207.
- [7] 焦李成. 神经网络系统理论. 西安: 西安电子科技大学出版社, 1996: 101–106.
- [8] Karl K, Bernd S, and Kirti S. Solving optimization problems by parallel recombinative simulated annealing on a parallel computer — an application to standard cell placement in VLSI design. *IEEE Trans. on Systems, Man, and Cybernetics, Part B: Cybernetics*, 1998, 28(3): 454–461.
- [9] Liu H C and Huang J S. Pattern recognition using evolution algorithms with fast simulated annealing. *Pattern Recognition Letters*, 1998, 19(5-6): 403–413.
- [10] Carnevali P, Coletti L, and Pararnello S. Image processing by simulated annealing. *IBM Journal of Research and Development*, 1985, 29(6): 569–579.
- [11] Chen S and Luk B L. Adaptive simulated annealing for optimization in signal processing applications. *Signal Processing*, 1999, 79(1): 117–128.
- [12] Jeong I K and Lee J J. Adaptive simulated annealing geneticalgorithm for control applications. *International Journal of Systems Science*, 1996, 27(2): 241–253.
- [13] 张长江, 付梦印, 金梅. 基于模拟退火算法的红外图像自适应对比度增强. 中国图象图形学报 A 辑, 2004, 9(4): 391–395.
Zhang Chang-jiang, Fu Meng-yin, and Jin Mei. Adaptive contrast enhancement of infrared image based on simulated annealing algorithm. *Journal of Image and Graphics*, 2004, 9(4): 391–395.
- [14] Brooks S P, Friel N, and King R. Classical model selection via simulated annealing. *Journal Royal Statistical Society B*, 2003, 65(2): 503–520.
- [15] Copsey K, Gordon N, and Marrs A. Bayesian analysis of generalized frequency-modulated signals. *IEEE Trans. on Signal Processing*, 2002, 50(3): 725–735.
- [16] Andrieu C and Doucet A. Joint Bayesian model selection and estimation of noisy sinusoids via reversible jump MCMC. *IEEE Trans. on Signal Processing*, 1999, 47(10): 2667–2676.
- [17] Andrieu C, Freitas N D, and Doucet A. Robust full bayesian learning for radial basis networks. *Neural Computation*, 2001, 13(11): 2359–2407.
- 梁军利: 男, 1978 年生, 博士生, 研究方向为信号检测及目标跟踪.
- 杨树元: 男, 1942 年生, 研究员, 博士生导师, 主要研究方向为数字信号处理、阵列信号处理、图像处理与识别.
- 高 丽: 女, 1978 年生, 博士生, 研究方向为图像处理与识别等.