

离散相移有源RIS增强通信系统的能效分析

束 锋^{*①②} 林之源^① 郑惟海^③ 王 艳^① 江 浩^{④⑤} 王江舟^⑤

^①(海南大学信息与通信工程学院 海口 570228)

^②(南京理工大学电子工程与光电技术学院 南京 210094)

^③(中国移动通信集团海南有限公司 海口 571250)

^④(南京信息工程大学人工智能学院 南京 210044)

^⑤(东南大学移动通信国家重点实验室 南京 210096)

摘 要: 有源可重构智能表面(Reconfigurable Intelligent Surface, RIS)通过集成射频放大器可提升系统性能,但同时引入放大噪声与能耗挑战。此外,基站对RIS的高精度数字调相会带来较大的通信开销。鉴于此,该文研究离散有源RIS增强通信系统的能效性能。首先,基于大数定律与泰勒展开,推导了用户处能效损失及近似损失表达式。其次,结合费拉里法与朗伯W函数,获得了使能效最大化的功率分配因子与RIS元件数的近似最优解。最后,基于朗伯W函数揭示了RIS处与用户处能效关系。仿真表明:当总功率 $P_t = 1$ W, RIS元件数 $N = 256$ 时,3至4比特离散移相器可逼近连续移相性能;所求功率分配因子与RIS元件数的近似最优解与精确最优解误差极小;用户处能效随RIS处能效的增加呈先上升后下降至零的趋势。

关键词: 有源可重构智能表面; 能效; 相位量化误差; 功率分配; 大数定律

中图分类号: TN929.5

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2026)00-0001-12

DOI: 10.11999/JEIT260462

CSTR: 32379.14.JEIT260462

1 引言

随着第六代(The 6th Generation, 6G)无线网络的发展,其应用场景、技术、机遇及挑战已受到广泛关注,出现大量相关研究^[1]。在满足多设备与高速率传输的同时,如何有效克服信号传输损耗并提升能量效率(Energy Efficiency, EE),已成为亟待应对的挑战。可重构智能表面(Reconfigurable Intelligent Surface, RIS)的出现为解决这些问题提供了新的方案,RIS通过调控入射信号的相位与幅度,从而实现对信道的重构^[2]。凭借其在提升频谱效率与EE方面的显著优势,RIS已被视为6G网络的关键技术之一^[3,4]。

无源RIS采用了可编程反射元件,每个元件都可以独立改变输入电磁波的相位^[5]。因此,无源RIS展现出增强无线通信性能的强大潜力,可以显著提升系统性能。例如,文献^[6]研究了RIS辅助多用户的多输入多输出系统的联合收发器设计,优化

了发射功率性能。

然而,在实际部署中,无源RIS面临乘性衰落效应,导致其在多数场景下的性能受限。为此,提出了有源RIS架构。有源RIS通过在反射元件中集成射频放大器,能够调节信号相位的同时对信号进行主动放大,从而将乘性衰落转化为加性增益以提升性能^[7],所以其辅助的通信系统正成为研究焦点。文献^[8]针对有源RIS辅助无线系统中非完美信道状态信息的场景,优化了系统可达速率。文献^[9]分析了瑞利信道下无源与有源RIS的最优部署位置,推导了系统可达速率的表达式。文献^[10]研究了配置离散移相器的有源RIS通信系统,推导了信噪比与可达速率损失的闭式解。文献^[11]针对离散相移RIS辅助放大转发中继网络,推导了信噪比与可达速率性能损失及其近似表达式。此外,信道状态信息(Channel State Information, CSI)的获取对于后续系统性能分析至关重要,因此已有相关研究关注非完美CSI下的鲁棒RIS设计^[12,13]。

尽管有源RIS可缓解乘性衰落,但会同时引入放大噪声与额外功耗,因此EE优化受到广泛关注^[14-16]。然而,上述基于有源RIS辅助系统EE的分析均基于理想连续移相器展开,尚未充分刻画实际应用中的离散移相器的有限比特相位量化对EE及关键参数最优配置的影响。为此,本文在瑞利衰落信道下研究离散相移有源RIS增强无线网络的EE性能,主要贡献如下:

收稿日期: 2026-xx-xx; 改回日期: 2026-07-13; 网络出版: 2026-07-23

*通信作者: 束锋 shufeng0101@163.com

基金项目: 国家自然科学基金(U22A2002),海南省自然科学基金(626ZD0993, 526QN0542, 626QN0553),海南省科技专项资助(ZDYF2024GXJS292)

Foundation Items: The National Natural Science Foundation of China (U22A2002), Hainan Provincial Natural Science Foundation of China (626ZD0993, 526QN0542, 626QN0553), Hainan Province Science and Technology Special Fund (ZDYF2024GXJS292)

表 1 主要符号表

符号	符号含义	符号	符号含义
N	有源RIS元件数	ϕ_d	基站到用户直达信道的相位
k	离散移相器量化比特数	Ω	离散移相器的可选相位集合
B	系统传输带宽	$p(n)$	第 n 个RIS元件的放大反射系数
g	基站与有源RIS间的信道	λ	有源RIS反射元件的统一放大系数
h^H	有源RIS与用户间的信道	P_t	系统总功率
h_d	基站与用户间直达信道	β	基站与有源RIS之间的功率分配因子
L_g	基站到RIS的路径损耗	P_{RIS}	有源RIS的总功耗
L_h	RIS到用户的路径损耗	P_{tot}	系统总功耗
L_d	$\phi_h(n)$ 基站到用户直达链路的路径损耗	$P_{c,n}$	单个有源RIS反射元件的静态功耗
α_g	基站到RIS链路瑞利分布参数	$P_{0,\text{RIS}}$	RIS额外静态功耗
α_h	RIS到用户链路瑞利分布参数	P_0	系统除RIS外其他设备的静态功耗
α_d	基站到用户直达链路瑞利分布参数	P_c	系统常量静态功耗总和
$\phi_g(n)$	基站到第 n 个RIS元件信道的相位	σ_r^2	RIS处噪声功率
$\phi_h(n)$	第 n 个RIS元件到用户信道的相位	σ_u^2	用户处噪声功率
$\phi_p(n)$	第 n 个RIS元件的反射相位	γ_{RIS}	RIS处信噪比
$\phi_{\text{pi}}(n)$	第 n 个RIS元件的理想连续反射相位	γ_u	用户处信噪比
$\Delta\phi_p(n)$	第 n 个RIS元件的相位量化误差项	$\tilde{\gamma}_u$	考虑相位量化误差后的用户处信噪比

(1)为分析配置离散移相器有源RIS引入性能损失的影响,在瑞利衰落信道下,推导了用户处EE的性能损失和无性能损失表达式。随后,基于泰勒级数展开给出了用户处EE损失近似式。仿真表明,当量化比特数等于3时,近似损失、有损失相比于无损失的EE差值分别小于0.026 8 Mbit/J与0.026 5 Mbit/J,表明实际部署中配置3至4比特的离散移相器即可达到接近连续移相器的EE性能。

(2)为探究关键系统参数对用户处EE的影响,本文将用户处EE分别表示为功率分配因子、RIS元件数、总发射功率、RIS处噪声功率和用户处噪声功率的显式函数。基于泰勒展开、费拉里法与朗伯W函数,推导了使EE最大化的功率分配因子与RIS元件数的近似最优解。仿真表明,用户处EE随功率分配因子与RIS元件数的变化均呈单峰特性,且功率分配因子近似最优解与使用Dinkelbach算法迭代的精确最优解误差小于0.01, RIS元件数近似与精确最优解无误差。

(3)为揭示有源RIS处EE与用户处EE之间的关系,首先基于大数定律推导了两者的渐近表达式。随后,利用朗伯W函数获得了RIS处EE与用户处EE的关系式,分析了接收端EE随有源RIS处信噪比变化的单调性与断崖式下降规律。仿真表明,用户处EE随RIS处EE的增加呈先升后降至零趋势,说明有源RIS处的信噪比是影响二者性能关系的关键制约因素。

本文的后续结构安排如下:第二节构建了离散有源RIS辅助通信系统模型;第三节推导了EE关于系统各参数的函数,并获得了功率分配因子及RIS元件数的近似最优解,分析了RIS处EE与用户处EE关系;第四节给出了仿真结果与分析;最后,第五节对全文进行总结。

2 系统模型

图1为有源RIS辅助无线通信的系统模型,包含一个单天线基站、单天线用户及配备 N 个元件的有源RIS。其中, g 和 h^H 分别为基站与有源RIS、有源RIS与用户之间的信道。有源RIS处的接收信号为

$$y_i(n) = \sqrt{\beta P_t L_g} g(n)s + w_r(n) \quad (1)$$

其中, β 表示基站和有源RIS之间的功率分配因子, P_t 为两者总功率,其中基站和有源RIS的功率分别为 βP_t 和 $(1-\beta)P_t$, s 表示基站的发射信号, $g(n) = |g(n)|e^{j\phi_g(n)}$ 表示从基站到第 n 个有源RIS元件的信道,其中 $|g(n)|$ 和 $\phi_g(n)$ 分别表示振幅和相

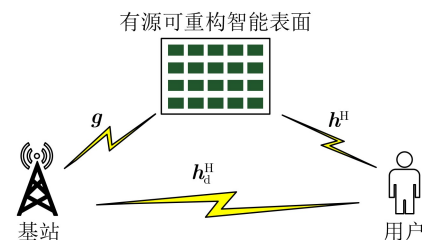


图 1 有源RIS辅助无线通信网络的系统模型图

位。\$L_g\$为\$g(n)\$的路径损耗系数，\$w_r(n)\$是第\$n\$个有源RIS元件处的加性高斯白噪声(Additive White Gaussian Noise, AWGN)，并且服从分布\$w_r(n) \sim \mathcal{CN}(0, \sigma_r^2)\$。

因此，根据式(1)与大数定律，有源RIS处的接收端信噪比可以表示为

$$\gamma_{\text{RIS}} = \frac{\beta P_t L_g \sum_{n=1}^N |g(n)|^2}{N \sigma_r^2} = \frac{\beta P_t L_g \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N |g(n)|^2}{\sigma_r^2} = \frac{\beta P_t L_g \mathbb{E}\{|g(n)|^2\}}{\sigma_r^2} \quad (2)$$

第\$n\$个有源RIS元件的反射信号表示为

$$y_o(n) = \sqrt{\beta P_t L_g} p(n) g(n) s + p(n) w_r(n) \quad (3)$$

其中，\$p(n) = |p(n)|e^{j\phi_p(n)}\$表示第\$n\$个有源RIS元件的放大系数，\$|p(n)|\$和\$\phi_p(n)\$分别表示幅度和相位。

根据式(1)与式(3)有源RIS处的接收功率与反射功率分别表示为

$$P_i = \sum_{n=1}^N y_i^*(n) y_i(n) = \beta P_t L_g \sum_{n=1}^N |g(n)|^2 + N \sigma_r^2 \quad (4)$$

$$P_o = (1 - \beta) P_t = \sum_{n=1}^N y_o^*(n) y_o(n) = \beta P_t L_g \sum_{n=1}^N |p(n) g(n)|^2 + \sigma_r^2 \sum_{n=1}^N |p(n)|^2 \quad (5)$$

由于\$P_o - P_i\$表示RIS放大信号所消耗的功率，根据大数定律，当\$N\$趋于无穷时，RIS处的功率可以近似为

$$P_{\text{RIS}} = P_o - P_i + N P_{c,n} + P_{0,\text{RIS}} \approx (1 - \beta) P_t - \beta P_t L_g N \mathbb{E}\{|g(n)|^2\} - N \sigma_r^2 + N P_{c,n} + P_{0,\text{RIS}} \quad (6)$$

其中，\$P_{c,n}\$表示每个有源RIS元件为实现重新配置而消耗的静态功耗，\$P_{0,\text{RIS}}\$表示RIS的额外静态功耗。

假设所有信道服从瑞利分布，根据文献[10]可得

$$\mathbb{E}\{|h(n)|\} = \left(\frac{\pi}{2}\right)^{\frac{1}{2}} \alpha_h, \mathbb{E}\{|g(n)|\} = \left(\frac{\pi}{2}\right)^{\frac{1}{2}} \alpha_g, \mathbb{E}\{|h(n)|^2\} = 2\alpha_h^2, \mathbb{E}\{|g(n)|^2\} = 2\alpha_g^2 \quad (7)$$

其中，\$\alpha_g\$和\$\alpha_h\$分别是信号幅度\$|g(n)|\$和\$|h(n)|\$的瑞利分布参数。将式(7)代入式(2)与式(6)可分别得到RIS处的信噪比与功率为\$\gamma_{\text{RIS}} = 2\beta P_t L_g \alpha_g^2 / \sigma_r^2\$，\$P_{\text{RIS}} = (1 - \beta) P_t - 2\beta P_t L_g N \alpha_g^2 - N \sigma_r^2 + N P_{c,n} + P_{0,\text{RIS}}\$。

根据式(3)，综合直达链路，用户端接收到的完整叠加信号可表示为

$$y_u = \sqrt{\beta P_t} (\sqrt{L_g L_h} \sum_{n=1}^N h^*(n) p(n) g(n) + \sqrt{L_d} h_d^* s) + \sqrt{L_h} \sum_{n=1}^N h^*(n) p(n) w_r(n) + w_u = \sqrt{\beta P_t} e^{-j\phi_d} (\sqrt{L_g L_h} \sum_{n=1}^N |h(n)| |p(n)| |g(n)| \cdot e^{j(\phi_g(n) + \phi_p(n) - \phi_h(n) + \phi_d)} + \sqrt{L_d} |h_d|) s + \sqrt{L_h} \sum_{n=1}^N h^*(n) p(n) w_r(n) + w_u \quad (8)$$

其中，\$h(n) = |h(n)|e^{j\phi_h(n)}\$和\$h_d^* = |h_d|e^{-j\phi_d}\$分别表示从第\$n\$个有源RIS元件到用户以及基站直达用户的信道，\$L_h\$和\$L_d\$为对应的路径损耗系数。\$w_u\$为用户端的AWGN，并且服从\$w_u(n) \sim \mathcal{CN}(0, \sigma_u^2)\$。

若有源RIS配备连续移相器，第\$n\$个RIS元件的移相器可设计为\$\phi_{pi}(n) = \phi_h(n) - \phi_g(n) - \phi_d\$，为了简化后续分析，直达链路的相位设置为\$\phi_{hd} = 0\$。在实际系统中，受限于硬件成本，有源RIS通常采用离散移相器。假设每个移相器由\$k\$比特的相位量化器控制，则每个反射元件可用的离散相位集合为

$$\Omega = \left\{ \frac{\pi}{2^k}, \frac{3\pi}{2^k}, \dots, \frac{(2^{k+1} - 1)\pi}{2^k} \right\} \quad (9)$$

故最终离散相位为\$\phi_p(n) = \arg \min_{\phi \in \Omega} \|\phi - \phi_{pi}(n)\|_2\$，其产生的相位量化误差定义为\$\Delta\phi_p(n) = \phi_p(n) - \phi_{pi}(n)\$。此时，根据式(8)，用户接收信号为

$$\tilde{y}_u = \sqrt{\beta P_t} (\sqrt{L_g L_h} \sum_{n=1}^N |g(n)| |h(n)| |p(n)| e^{j\Delta\phi_p(n)} + \sqrt{L_d} |h_d|) s + \sqrt{L_h} \sum_{n=1}^N h^*(n) p(n) w_r(n) + w_u \quad (10)$$

假设有源RIS阵列采用统一放大系数，令其为\$\lambda\$。结合大数定律[17]，式(5)与式(7)，\$\lambda\$推导如下

$$|p(n)| = \lambda = \sqrt{\frac{(1 - \beta) P_t}{\beta P_t L_g \sum_{n=1}^N |g(n)|^2 + N \sigma_r^2}} \approx \sqrt{\frac{(1 - \beta) P_t}{\beta P_t L_g N \mathbb{E}\{|g(n)|^2\} + N \sigma_r^2}} = \sqrt{\frac{(1 - \beta) P_t}{2\beta P_t L_g N \alpha_g^2 + N \sigma_r^2}} \quad (11)$$

定义系统等效总噪声为\$n_u = \sqrt{L_h} \sum_{n=1}^N h^*(n) p(n) w_r(n) + w_u\$，再根据式(10)，用户处接收信噪比可转化为

$$\gamma_u = \frac{\beta P_t \left(\sqrt{L_g L_h} \sum_{n=1}^N |h(n)| |p(n)| |g(n)| e^{j\Delta\phi_p(n)} + \sqrt{L_d} |h_d| \right)^2}{\mathbb{E}\{n_u^H n_u\}} \quad (12)$$

由于 w_r 与 w_u 独立, 所以 $\mathbb{E}\{n_u^H n_u\}$ 可表示为

$$\begin{aligned} \mathbb{E}\{n_u^H n_u\} &= \mathbb{E}\{|n_u|^2\} = L_h \mathbb{E} \left\{ \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^N h^*(n) p(n) w_r(n) h(m) p^*(m) w_r^*(m) \right\} + \sigma_u^2 \\ &= L_h \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^N h^*(n) p(n) h(m) p^*(m) \mathbb{E}\{w_r(n) w_r^*(m)\} + \sigma_u^2 = L_h \sigma_r^2 \sum_{n=1}^N |h(n)|^2 |p(n)|^2 + \sigma_u^2 \end{aligned} \quad (13)$$

因为 $g(n)$ 与 $h(n)$ 是相互独立的, 由大数定律, 式(11), (12)与(13)与用户处的信噪比可简化为

$$\gamma_u = \frac{\beta P_t (\lambda \sqrt{L_h L_g} N \mathbb{E}\{|h(n)|\} \mathbb{E}\{|g(n)|\} \mathbb{E}\{e^{j\Delta\phi_p(n)}\} + \sqrt{L_d} |h_d|)^2}{L_h \lambda^2 \sigma_r^2 N \mathbb{E}\{|h(n)|^2\} + \sigma_u^2} \quad (14)$$

此外, 类似文献[10]利用大数定律及均匀分布的概率密度函数, 可得相位量化误差项均值, 如下所示

$$\begin{aligned} \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N e^{j\Delta\phi_p(n)} &\approx \mathbb{E}\{e^{j\Delta\phi_p(n)}\} \\ &= \int_{-\Delta x}^{\Delta x} e^{j\Delta\phi_p(n)} f(\Delta\phi_p(n)) d(\Delta\phi_p(n)) \\ &= \frac{1}{2\Delta x} \cdot 2 \sin(\Delta x) = \text{sinc}\left(\frac{\pi}{2^k}\right) \end{aligned} \quad (15)$$

综合上述式(7), (15)代回式(14)并展开平方项, 用户处的接收信噪比最终可整理为

$$\begin{aligned} \tilde{\gamma}_u &= \frac{\beta P_t}{2N L_h \alpha_h^2 \lambda^2 \sigma_r^2 + \sigma_u^2} \\ &\cdot \left(\frac{\pi^2}{4} L_h L_g N^2 \lambda^2 \alpha_h^2 \alpha_g^2 \text{sinc}^2\left(\frac{\pi}{2^k}\right) \right. \\ &+ \frac{\pi}{2} L_d \alpha_d^2 + \pi \left(\frac{\pi}{2}\right)^{\frac{1}{2}} \sqrt{L_h L_g L_d} N \lambda \alpha_h \alpha_g \alpha_d \\ &\cdot \left. \text{sinc}\left(\frac{\pi}{2^k}\right) \right) \end{aligned} \quad (16)$$

在系统能耗方面, 定义通信网络中除有源RIS外其余节点消耗的基础功耗 $P_e = \mu\beta P_t + P_0$ 。其中, μ 表示基站反射放大器的效率倒数, 所以基站放大器需要消耗的实际功率为 $\mu\beta P_t$; P_0 表示系统除RIS之外的所有设备正常运转的常量硬件静态

功耗。则系统的总功耗可表示为

$$P_{\text{tot}} = P_{\text{RIS}} + P_e = (1 - \beta)P_t - 2\beta P_t L_g N \alpha_g^2 - N \sigma_r^2 + N P_{c,n} + P_{0,\text{RIS}} + \mu\beta P_t + P_0 \quad (17)$$

假设基站射频放大器处于理想工作效率(即功率转换效率为100%, $\mu = 1$), 且定义包含了所有的常量静态功耗为 $P_c = N P_{c,n} + P_{0,\text{RIS}} + P_0$, 根据上式, 系统总功耗可被转化为 $\tilde{P}_{\text{tot}} = P_t - 2N\beta P_t L_g \alpha_g^2 - N \sigma_r^2 + P_c$ 。

3 性能分析

3.1 离散移相器对能效性能的影响

基于前文建立的理论模型, 有源RIS处EE可定义为

$$\begin{aligned} \text{EE}_{\text{RIS}} &= B \cdot \frac{\log_2(1 + \gamma_{\text{RIS}})}{P_{\text{RIS}}} \\ &= B \cdot \frac{\log_2\left(1 + \frac{2\beta P_t L_g \alpha_g^2}{\sigma_r^2}\right)}{(1 - \beta)P_t - 2\beta P_t L_g N \alpha_g^2 - N \sigma_r^2 + N P_{c,n} + P_{0,\text{RIS}}} \end{aligned} \quad (18)$$

其中, B 为传输带宽。同理, 结合式(16)与系统总功耗 $\tilde{P}_{\text{tot}}$, 用户处的系统EE可表示为

$$\text{EE} = B \cdot \frac{\log_2(1 + \tilde{\gamma}_u)}{\tilde{P}_{\text{tot}}} \quad (19)$$

将放大系数式(11)代入上式并展开, 用户处的系统EE可表达为

$$\text{EE} = \frac{B \cdot \log_2\left(1 + \frac{\beta P_t \left[A_1 N (1 - \beta) P_t \text{sinc}^2\left(\frac{\pi}{2^k}\right) + A_2 (A_5 \beta P_t + \sigma_r^2) + A_3 \text{sinc}\left(\frac{\pi}{2^k}\right) \sqrt{N (1 - \beta) P_t (A_5 \beta P_t + \sigma_r^2)} \right]}{A_4 \sigma_r^2 (1 - \beta) P_t + \sigma_u^2 (A_5 \beta P_t + \sigma_r^2)}\right)}{P_t - N (A_5 \beta P_t + \sigma_r^2) + A_6} \quad (20)$$

其中,

$$A_1 = \frac{\pi^2}{4} L_g L_h \alpha_g^2 \alpha_h^2, A_2 = \frac{\pi}{2} L_d \alpha_d^2, A_3 = \pi \sqrt{\frac{\pi}{2}} L_g L_h L_d \alpha_g \alpha_h \alpha_d, A_4 = 2 L_h \alpha_h^2, A_5 = 2 L_g \alpha_g^2, A_6 = P_c \quad (21)$$

为简化式(20), 类似文献[10]利用泰勒级数展开 $\cos(\Delta\phi_p(n))$, 式(15)可化为

$$\frac{1}{N} \sum_{n=1}^N e^{j\Delta\phi_p(n)} \approx \frac{1}{2\Delta x} \int_{-\Delta x}^{\Delta x} \cos(\Delta\phi_p(n)) d(\Delta\phi_p(n)) = \frac{1}{2\Delta x} \int_{-\Delta x}^{\Delta x} \left(1 - \frac{\Delta\phi_p(n)^2}{2}\right) d(\Delta\phi_p(n)) = 1 - \frac{1}{6} \left(\frac{\pi}{2^k}\right)^2 \quad (22)$$

则近似性能损失的用户处EE可表示为

$$\widetilde{EE} = \frac{B \cdot \log_2 \left(1 + \frac{\beta P_t [A_1 N (1 - \beta) P_t \eta^2 + A_2 (A_5 \beta P_t + \sigma_r^2) + A_3 \eta \sqrt{N(1 - \beta) P_t (A_5 \beta P_t + \sigma_r^2)}]}{A_4 \sigma_r^2 (1 - \beta) P_t + \sigma_u^2 (A_5 \beta P_t + \sigma_r^2)} \right)}{P_t - N(A_5 \beta P_t + \sigma_r^2) + A_6} \quad (23)$$

其中, $\eta = 1 - 1/6(\pi/2^k)^2$ 。因此该近似误差随 k 的增加而快速下降, 由此可知当 $k = 2$, 近似误差已明显减小; 在 $k \geq 3$ 时, 泰勒近似具有较高精度。当 $k \rightarrow \infty$ 时, 无性能损失情况下用户处的系统能效为

$$\widehat{EE} = \frac{B \cdot \log_2 \left(1 + \frac{\beta P_t [A_1 N (1 - \beta) P_t + A_2 (A_5 \beta P_t + \sigma_r^2) + A_3 \sqrt{N(1 - \beta) P_t (A_5 \beta P_t + \sigma_r^2)}]}{A_4 \sigma_r^2 (1 - \beta) P_t + \sigma_u^2 (A_5 \beta P_t + \sigma_r^2)} \right)}{P_t - N(A_5 \beta P_t + \sigma_r^2) + A_6} \quad (24)$$

3.2 系统参数($\beta, N, P_t, \sigma_r^2$ 与 σ_u^2)对能效的影响分析

提取 β 作为自变量, 将系统EE等价表示为仅关于 β 的函数 $EE(\beta)$, 如下所示

$$EE(\beta) = \frac{B \cdot \log_2 \left(1 + \frac{C_1 \beta + C_2 \beta^2 + C_3 \beta \sqrt{(1 - \beta)(C_4 \beta + C_5)}}{C_6 + C_7 \beta} \right)}{C_8 - C_9 \beta} \quad (25)$$

其中,

$$\begin{aligned} C_1 &= A_1 N P_t^2 \text{sinc}^2 \left(\frac{\pi}{2^k} \right) + A_2 P_t \sigma_r^2, \\ C_2 &= A_2 A_5 P_t^2 - A_1 N P_t^2 \text{sinc}^2 \left(\frac{\pi}{2^k} \right), \\ C_3 &= A_3 P_t \sqrt{N P_t} \text{sinc} \left(\frac{\pi}{2^k} \right), \\ C_4 &= A_5 P_t, C_5 = \sigma_r^2, C_6 = A_4 \sigma_r^2 P_t + \sigma_u^2 \sigma_r^2, \\ C_7 &= \sigma_u^2 A_5 P_t - A_4 \sigma_r^2 P_t, \\ C_8 &= P_t - N \sigma_r^2 + A_6, C_9 = N A_5 P_t \end{aligned} \quad (26)$$

类似地, 系统EE可等价表示为关于 N 的函数 $EE(N)$, 如下所示

$$EE(N) = \frac{B \cdot \log_2 \left(1 + \frac{D_1 N + D_2 + D_3 \sqrt{N}}{D_4} \right)}{D_5 + D_6 N} \quad (27)$$

其中,

$$\begin{aligned} D_1 &= \beta P_t A_1 (1 - \beta) P_t \text{sinc}^2 \left(\frac{\pi}{2^k} \right), \\ D_2 &= \beta P_t A_2 (A_5 \beta P_t + \sigma_r^2), \\ D_3 &= \beta P_t A_3 \text{sinc} \left(\frac{\pi}{2^k} \right) \sqrt{(1 - \beta) P_t (A_5 \beta P_t + \sigma_r^2)}, \\ D_4 &= A_4 \sigma_r^2 (1 - \beta) P_t + \sigma_u^2 (A_5 \beta P_t + \sigma_r^2), \\ D_5 &= P_t + P_{0,RIS} + P_0, D_6 = P_{c,n} - (A_5 \beta P_t + \sigma_r^2) \end{aligned} \quad (28)$$

将EE表示为基站发射功率 P_t 的函数, 即 $EE(P_t)$, 如下所示

$$EE(P_t) = \frac{B \cdot \log_2 \left(1 + \frac{E_1 P_t^2 + E_2 P_t + E_3 P_t \sqrt{E_4 P_t^2 + E_5 P_t}}{E_6 P_t + E_7} \right)}{E_8 P_t + E_9} \quad (29)$$

其中,

$$\begin{aligned} E_1 &= \beta [A_1 N (1 - \beta) \text{sinc}^2 \left(\frac{\pi}{2^k} \right) + A_2 A_5 \beta], \\ E_2 &= \beta A_2 \sigma_r^2, E_3 = \beta A_3 \sqrt{N(1 - \beta)} \text{sinc} \left(\frac{\pi}{2^k} \right), \\ E_4 &= A_5 \beta, E_5 = \sigma_r^2, E_6 = A_4 \sigma_r^2 (1 - \beta) + A_5 \sigma_u^2 \beta, \\ E_7 &= \sigma_u^2 \sigma_r^2, E_8 = 1 - N A_5 \beta, E_9 = A_6 - N \sigma_r^2 \end{aligned} \quad (30)$$

EE可进一步表示为关于有源RIS处噪声方差 σ_r^2 的函数 $EE(\sigma_r^2)$, 如下所示

$$EE(\sigma_r^2) = \frac{B \cdot \log_2 \left(1 + \frac{F_1 + F_2 \sigma_r^2 + F_3 \sqrt{F_4 + \sigma_r^2}}{F_6 + F_5 \sigma_r^2} \right)}{F_7 - F_8 \sigma_r^2} \quad (31)$$

其中,

$$\begin{aligned} F_1 &= \beta P_t \left[A_1 N(1-\beta) P_t \text{sinc}^2\left(\frac{\pi}{2k}\right) + A_2 A_5 \beta P_t \right], \\ F_2 &= \beta P_t A_2, F_3 = \beta P_t A_3 \text{sinc}\left(\frac{\pi}{2k}\right) \sqrt{N(1-\beta) P_t}, \\ F_4 &= A_5 \beta P_t, F_5 = A_4(1-\beta) P_t + \sigma_u^2, F_6 = \sigma_u^2 A_5 \beta P_t, \\ F_7 &= P_t - N A_5 \beta P_t + A_6, F_8 = N \end{aligned} \quad (32)$$

EE可进一步表示为关于用户端噪声方差 σ_u^2 的函数 $\text{EE}(\sigma_u^2)$, 如下所示

$$\text{EE}(\sigma_u^2) = \frac{B \cdot \log_2 \left(1 + \frac{G_1}{G_2 + G_3 \sigma_u^2} \right)}{G_4} \quad (33)$$

其中,

$$\begin{aligned} G_1 &= \beta P_t \left[A_1 N(1-\beta) P_t \text{sinc}^2\left(\frac{\pi}{2k}\right) + A_2 (A_5 \beta P_t + \sigma_r^2) \right. \\ &\quad \left. + A_3 \text{sinc}\left(\frac{\pi}{2k}\right) \sqrt{N(1-\beta) P_t (A_5 \beta P_t + \sigma_r^2)} \right], \\ G_2 &= A_4 \sigma_r^2 (1-\beta) P_t, G_3 = A_5 \beta P_t + \sigma_r^2, \\ G_4 &= P_t - N (A_5 \beta P_t + \sigma_r^2) + A_6 \end{aligned} \quad (34)$$

3.3 实现能效最大化的关键变量最优解推导(β, N)

3.3.1 最优功率分配因子 β 的最优解

如图2所示, q 为Dinkelbach算法的辅助变量, 内层则通过求解 $\partial \mathcal{F} / \partial \beta = 0$ 获得当前 q 下的最优 β 。根据精确模型式(25)可知, $\gamma(\beta) = (C_1 \beta + C_2 \beta^2 + C_3 \beta \sqrt{(1-\beta)(C_4 \beta + C_5)}) / (C_6 + C_7 \beta)$, 则目标函数可表示为

$$\max_{\beta \in (0,1)} \mathcal{F}(\beta, q) = B \log_2(1 + \gamma(\beta)) - q(C_8 - C_9 \beta) \quad (35)$$

通过上述迭代算法可获得精确 β^* , 但难以直观反映其他参数对其影响。在低信噪比场景下($\gamma(\beta) \rightarrow 0$), 对式(25)进行一阶泰勒展开, 再结合近似 $\log_2(1+x) \approx x/\ln 2$, 则能效近似模型可表示为

$$\widetilde{\text{EE}}(\beta) \approx \frac{B}{\ln 2} \cdot \frac{u_3 \beta^3 + u_2 \beta^2 + u_1 \beta}{v_2 \beta^2 + v_1 \beta + v_0} \quad (36)$$

其中,

$$\begin{aligned} u_1 &= C_1 + C_3 \sqrt{C_5}, u_2 = C_2 + \frac{C_3(C_4 - C_5)}{2\sqrt{C_5}}, \\ u_3 &= -\frac{C_3 C_4}{2\sqrt{C_5}}, v_0 = C_6 C_8, v_1 = C_7 C_8 - C_6 C_9, \\ v_2 &= -C_7 C_9 \end{aligned} \quad (37)$$

令 $\widetilde{\text{EE}}'(\beta) = 0$, 即 $l_1 \beta^4 + l_2 \beta^3 + l_3 \beta^2 + l_4 \beta + l_5 = 0$, 其中系数表达式为

$$\begin{aligned} l_1 &= u_3 v_2, l_2 = 2u_3 v_1, l_3 = 3u_3 v_0 + u_2 v_1 - u_1 v_2, \\ l_4 &= 2u_2 v_0, l_5 = u_1 v_0 \end{aligned} \quad (38)$$

对于该四次方程, 可通过费拉里法求精确解析根。令 $K_i = l_{i+1}/l_1, i = 1, 2, 3, 4$, 定义辅助参数如下所示

$$\begin{aligned} \Delta_1 &= \frac{1}{3}(3K_1 K_3 - 12K_4 - K_2^2), \\ \Delta_2 &= \frac{1}{27}(-2K_2^3 + 9K_1 K_2 K_3 + 72K_2 K_4 - 27K_3^2 \\ &\quad - 27K_1^2 K_4), \\ \Delta_3 &= \frac{K_2}{3} + \sqrt[3]{-\frac{\Delta_2}{2} + \sqrt{\frac{\Delta_2^2}{4} + \frac{\Delta_1^3}{27}}} \\ &\quad + \sqrt[3]{-\frac{\Delta_2}{2} - \sqrt{\frac{\Delta_2^2}{4} + \frac{\Delta_1^3}{27}}}, = \sqrt{\frac{K_1^2}{4} - K_2 + \Delta_3}, \\ \Theta_{1,2} &= \sqrt{\frac{3}{4} K_1^2 - \Phi^2 - 2K_2} \pm \frac{4K_1 K_2 - 8K_3 - K_1^3}{4\Phi} \end{aligned} \quad (39)$$

由此得到四候选根为 $\hat{\beta}_{1,2} = -K_1/4 + \Phi/2 \pm \Theta_{1,2}/2$ 与 $\hat{\beta}_{3,4} = -K_1/4 - \Phi/2 \pm \Theta_{2,2}/2$ 。定义 $\Omega_\beta = \{\hat{\beta}_i | \hat{\beta}_i \in [0, 1], i = 1, 2, 3, 4\}$, 最终, 可获得功率分配因子的近似最优解如下所示

$$\hat{\beta}^* = \arg \max_{\beta \in \Omega_\beta \cup \{0,1\}} \widetilde{\text{EE}}(\beta) \quad (40)$$

3.3.2 最优反射元件数 N 的最优解

最优 N 的精确值同样可通过Dinkelbach迭代搜索获得, 并作为仿真基准。为获得闭式近似解, 将 N 松弛为连续变量。当 N 足够大时, $\gamma(N) \approx D_1 N / D_4$, $\log_2(1+x) \approx \log_2 x$, 根据精确模型式(27), 能效近似为

$$\widetilde{\text{EE}}(N) \approx \frac{B}{\ln 2} \frac{\ln \left(\frac{D_1}{D_4} N \right)}{D_6 N + D_5} \quad (41)$$

令其导数为零, 整理得超越方程

$$\ln \left(\frac{D_1}{D_4} N \right) - \frac{D_5}{D_6 N} - 1 = 0 \quad (42)$$

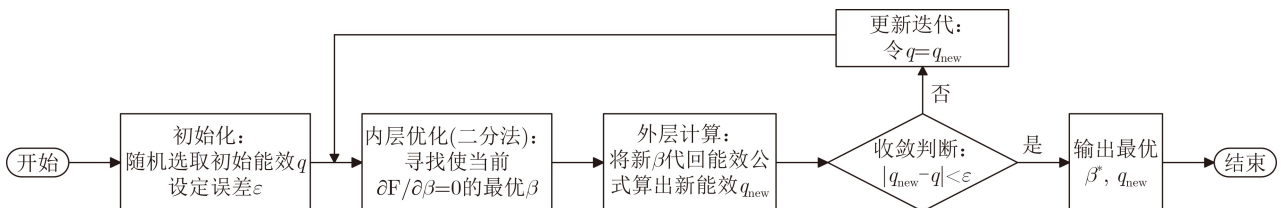


图 2 Dinkelbach 算法求解最优 β 流程图

由朗伯W函数可得闭式解

$$N_{\text{cont}}^* = \frac{D_5}{D_6 \cdot W_b\left(\frac{D_1 D_5}{e D_4 D_6}\right)} \quad (43)$$

其中， $W_b(\cdot)$ 表示朗伯W函数的实数分支，且 $b \in \{0, -1\}$ 。令 $x = D_1 D_5 / e D_4 D_6$ ，分支 b 的选取可写为

$$b = \begin{cases} 0, & D_6 > 0, \\ -1, & D_6 < 0, -1/e < x < 0 \end{cases} \quad (44)$$

其中， $b = 0$ 对应主分支 $W_0(\cdot)$ ， $b = -1$ 对应负实数分支 $W_{-1}(\cdot)$ 。若 $D_6 = 0$ ，或 $D_6 < 0$ 且 $x \leq -1/e$ ，则该候选解不存在满足功耗约束的实数解。因为式(43)得出结果均为正数，构造整数候选集合，如下所示

下所示

$$\mathcal{N}_c = \{\max(2, \lfloor N_{\text{cont}}^* \rfloor), \max(2, \lceil N_{\text{cont}}^* \rceil)\} \quad (45)$$

最终近似最优RIS元件数由下式确定

$$\hat{N}^* = \arg \max_{N \in \mathcal{N}_c} \text{EE}(N) \quad (46)$$

3.4 RIS处能效与用户处能效之间的关系

基于大数定律，根据式(18)，当 $N \rightarrow \infty$ 时，RIS处的能效 EE_{RIS} 的渐近近似表达式为

$$\text{EE}_{\text{RIS}} \rightarrow \frac{B \cdot \log_2 \left(1 + \frac{2\beta P_t L_g \alpha_g^2}{\sigma_r^2} \right)}{N [P_{c,n} - (2\beta P_t L_g \alpha_g^2 + \sigma_r^2)]} \quad (47)$$

类似地，根据式(20)，用户处EE的渐近表达式为

$$\text{EE} \rightarrow \frac{B \cdot \log_2 \left(1 + N \cdot \frac{\beta P_t (1-\beta) P_t \cdot \frac{\pi^2}{4} L_h L_g \alpha_h^2 \alpha_g^2 \text{sinc}^2\left(\frac{\pi}{2k}\right)}{(2\beta P_t L_g \alpha_g^2 + \sigma_r^2) \left[\frac{2L_h \alpha_h^2 \sigma_r^2 (1-\beta) P_t}{2\beta P_t L_g \alpha_g^2 + \sigma_r^2} + \sigma_u^2 \right]} \right)}{N [P_{c,n} - (2\beta P_t L_g \alpha_g^2 + \sigma_r^2)]} \quad (48)$$

通过式(47)和式(48)可发现，当 $N \rightarrow \infty$ 时，两式分母中功耗项相同，将其统一定义为 $P_{\text{asy}} = N [P_{c,n} - (2\beta P_t L_g \alpha_g^2 + \sigma_r^2)]$ 。因此通过逆运算，可得到RIS处信噪比与RIS处能效的关系

$$\gamma_{\text{RIS}} = \frac{2\beta P_t L_g \alpha_g^2}{\sigma_r^2} = 2^{\frac{\text{EE}_{\text{RIS}} \cdot P_{\text{asy}}}{B}} - 1 \quad (49)$$

依据上式，分配给基站的功率 βP_t 与分配给RIS的功率 $(1-\beta)P_t$ 可以表示为

$$\begin{aligned} \beta P_t &= \frac{\sigma_r^2}{2L_g \alpha_g^2} \left(2^{\frac{\text{EE}_{\text{RIS}} \cdot P_{\text{asy}}}{B}} - 1 \right), \\ (1-\beta)P_t &= P_t - \beta P_t = P_t - \frac{\sigma_r^2}{2L_g \alpha_g^2} \left(2^{\frac{\text{EE}_{\text{RIS}} \cdot P_{\text{asy}}}{B}} - 1 \right) \end{aligned} \quad (50)$$

将式(49)代入 $P_{\text{asy}} = N [P_{c,n} - (2\beta P_t L_g \alpha_g^2 + \sigma_r^2)]$ ，可以消去 β 得

$$\begin{aligned} \text{EE} \rightarrow & \frac{B}{N P_{c,n} - \frac{B}{\text{EE}_{\text{RIS}} \ln 2} W_b \left(\frac{\text{EE}_{\text{RIS}} \ln 2}{B} N \sigma_r^2 e^{\frac{\text{EE}_{\text{RIS}} \ln 2}{B} N P_{c,n}} \right)} \\ & \cdot \log_2 \left(1 + \frac{N \frac{\pi^2}{8} \text{sinc}^2\left(\frac{\pi}{2k}\right) L_h \alpha_h^2 \left(P_t - \frac{\sigma_r^2}{2L_g \alpha_g^2} \gamma_{\text{RIS}} \right) \gamma_{\text{RIS}}}{2L_h \alpha_h^2 \left(P_t - \frac{\sigma_r^2}{2L_g \alpha_g^2} \gamma_{\text{RIS}} \right) + \sigma_u^2 (\gamma_{\text{RIS}} + 1)} \right) \end{aligned} \quad (54)$$

尽管式(54)给出了 EE_{RIS} 与EE的关系式，但直接分析困难。为此，将 EE_{RIS} 表示为 γ_{RIS} 的函数

$$\text{EE}_{\text{RIS}}(\gamma_{\text{RIS}}) = \frac{B \log_2(1 + \gamma_{\text{RIS}})}{N (P_{c,n} - \sigma_r^2 (\gamma_{\text{RIS}} + 1))} \quad (55)$$

对其求导得

$$P_{\text{asy}} = N \left(P_{c,n} - \sigma_r^2 \cdot 2^{\frac{\text{EE}_{\text{RIS}} \cdot P_{\text{asy}}}{B}} \right) \quad (51)$$

可以发现上式为乘积对数函数，是一个超越方程，其解可用朗伯W表示为

$$\begin{aligned} P_{\text{asy}} &= N P_{c,n} - \frac{B}{\text{EE}_{\text{RIS}} \ln 2} W_b \left(\frac{\text{EE}_{\text{RIS}} \ln 2}{B} \right. \\ & \quad \left. \cdot N \sigma_r^2 e^{\frac{\text{EE}_{\text{RIS}} \ln 2}{B} N P_{c,n}} \right) \end{aligned} \quad (52)$$

利用朗伯W函数，将式(52)代入式(49)中，使得RIS处信噪比可转化为

$$\begin{aligned} \gamma_{\text{RIS}} &= \frac{B}{N \sigma_r^2 \text{EE}_{\text{RIS}} \ln 2} \\ & \quad \cdot W_b \left(\frac{\text{EE}_{\text{RIS}} \ln 2}{B} N \sigma_r^2 e^{\frac{\text{EE}_{\text{RIS}} \ln 2}{B} N P_{c,n}} \right) - 1 \end{aligned} \quad (53)$$

将式(49)，(50)与(52)代入式(48)可得RIS处能效与用户处能效的关系

$$\begin{aligned} & \frac{dEE_{\text{RIS}}(\gamma_{\text{RIS}})}{d\gamma_{\text{RIS}}} \\ &= \frac{B}{N} \cdot \frac{\frac{P_{c,n} - \sigma_r^2(\gamma_{\text{RIS}} + 1)}{(1 + \gamma_{\text{RIS}}) \ln 2} + \sigma_r^2 \log_2(1 + \gamma_{\text{RIS}})}{(P_{c,n} - \sigma_r^2(\gamma_{\text{RIS}} + 1))^2} \quad (56) \end{aligned}$$

由于 $P_{\text{asy}} = N[P_{c,n} - \sigma_r^2(\gamma_{\text{RIS}} + 1)] > 0$ 且 $\gamma_{\text{RIS}} \geq 0$, 分子分母均正, 故导数为正, 即 EE_{RIS} 随 γ_{RIS} 严格单调递增。因此, 研究 EE 随 EE_{RIS} 的变化可等价于研究其随 γ_{RIS} 的变化, 由约束 $0 \leq \beta \leq 1$ 得 γ_{RIS} 的可行域为

$$\gamma_{\text{RIS}} \in [0, \gamma_{\text{RIS}}^{\max}], \gamma_{\text{RIS}}^{\max} = \frac{2P_t L_g \alpha_g^2}{\sigma_r^2} \quad (57)$$

分析 $EE(\gamma_{\text{RIS}})$ 函数图像的端点趋势: 当 $\gamma_{\text{RIS}} \rightarrow 0$ (即 $EE_{\text{RIS}} \rightarrow 0$) 时, 式(54)中分子含 γ_{RIS} , 故 $EE \rightarrow 0$; 当 $\gamma_{\text{RIS}} \rightarrow \gamma_{\text{RIS}}^{\max}$ (即 $EE_{\text{RIS}} \rightarrow EE_{\text{RIS}}^{\max}$) 时, 式(54)分子中 $P_t - \sigma_r^2 \gamma_{\text{RIS}} / 2L_g \alpha_g^2 \rightarrow 0$, 级联链路中断, 亦有 $EE \rightarrow 0$ 。

4 仿真结果与分析

本节仿真中的参数配置如下: 基站、RIS和用户的位置分别设为(0 m, 0 m, 0 m)、(150 m, 0 m, 0 m)和(100 m, 33 m, 0 m)。瑞利分布参数均设为 $\alpha_g^2 = \alpha_h^2 = \alpha_{\text{hd}}^2 = 0.5$ 。距离为 d 处的路径损耗建模为 $L(d) = \text{PL}_0 - 10a \log_{10}(d/d_0)$, 其中 $\text{PL}_0 = -30$ dB 表示在参考距离 $d_0 = 1$ m 处的路径损耗, a 是路径损耗指数, 基站 $\rightarrow$ RIS、RIS $\rightarrow$ 用户及基站 $\rightarrow$ 用户的路径损耗指数分别设为 2.3、2.3 和 3.8。其余参数设置如下: $\mu = 1.0$, $B = 10$ MHz, $P_0 = 5.0$ W, $P_{0,\text{RIS}} = 0.5$ W, $P_{c,n} = 0.005$ W。

图3给出了用户处 EE 随量化比特数 k 的变化关系。如图所示, 当 $k \geq 2$ 时, 近似损失与精确损失

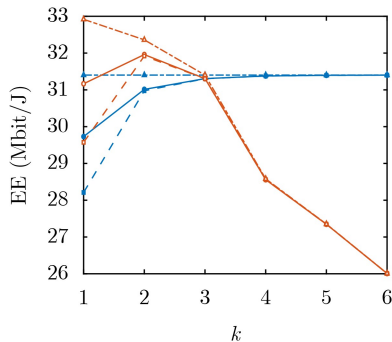


图 3 用户处 EE 随 k 的变化

曲线基本重合; 两种移相器功耗模型下的有性能损失的 EE 均在 $k \geq 3$ 时逼近无损上界。

图4给出了不同 RIS 元件数 N 下, 用户处 EE 随功率分配因子 β 的变化关系, 并引入了逐次凸逼近 (Successive Convex Approximation, SCA) 算法[18]、穷举搜索 (Exhaustive Search, ES) 算法[19] 与 Dinkelbach、费拉里法所求得最优解 β^* 对比。可以看出, 精确模型与近似模型曲线拟合较好, 且 EE 随 β 呈单峰变化。四种方法得到的 β^* 基本一致, 但需要反复局部近似的 SCA 算法[18] 和需要遍历的 ES 算法[19], 计算效率更低。

图5给出了不同总功率 P_t 下, 用户处 EE 随 RIS 元件数 N 的变化关系, 并对比了有源 RIS、无源 RIS 以及不同最优元件数 N^* 求解方法的结果。可以看出, 有源 RIS 辅助系统的 EE 随 N 增大呈单峰变化, 无源 RIS 在中小规模下 EE 较低, 但凭借低功耗耗

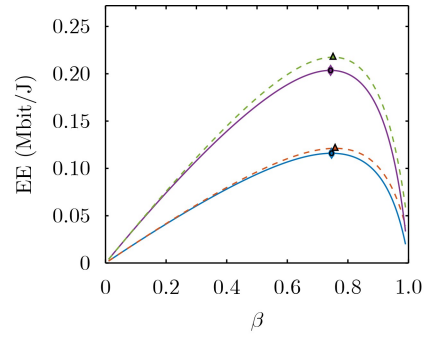


图 4 用户处 EE 随 β 的变化

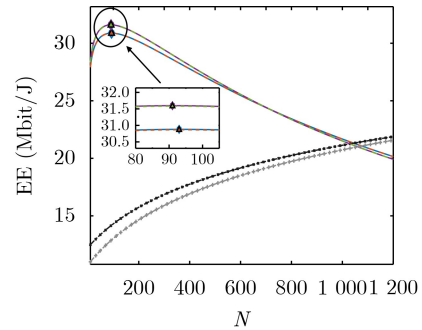


图 5 用户处 EE 随 N 的变化

势，在较大 N 时逐渐反超有源RIS。Dinkelbach、SCA^[18]和ES^[19]所得 N^* 一致；基于朗伯W函数得到的近似解与精确解一致，说明该方法兼顾求解精度与计算复杂度。

图6展示了用户处EE随总发射功率 P_t 的变化规律。可以看出，用户处EE随着 P_t 先升后降；EE峰值越大且对应的最优 P_t 越小，这是因为相位量化损失减小后，系统可用较低功率达到所需信噪比。

图7展示了EE随有源RIS处噪声功率 σ_r^2 以及用户处噪声功率 σ_u^2 的变化规律。可以发系统EE与这两类噪声功率呈负相关，且用户处EE更容易受有源RIS处噪声的影响，这是因为RIS噪声经放大增强并通过级联链路传播，而用户噪声未经过放大。因此，RIS放大噪声比改善用户处噪声的能效增益更显著。

图8给出了用户处EE随有源RIS处能效 EE_{RIS} 的变化，可以看出用户处EE随 EE_{RIS} 先升后降，再断崖式下降。从 β 的角度进行分析，这是因为RIS处信噪比 γ_{RIS} 随 β 增大而提高，当 β 较小时级联链路增益不足，因此用户处EE较低；当 β 上升至0.742 8

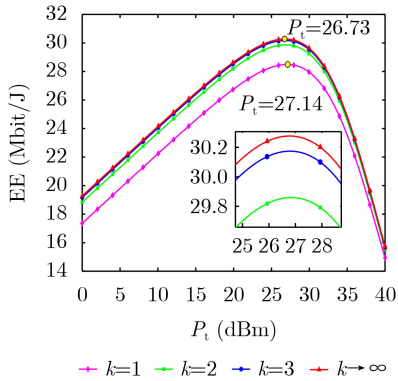


图 6 用户处EE随 P_t 的变化

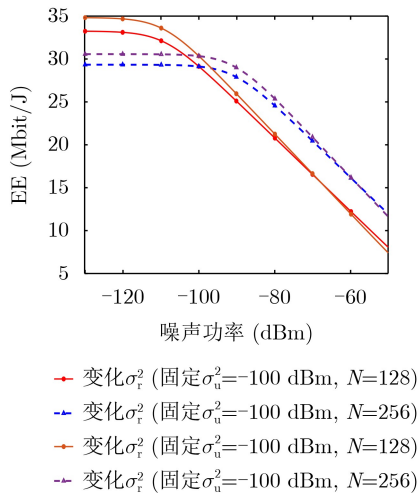


图 7 用户处EE随 σ_r^2 与 σ_u^2 的变化

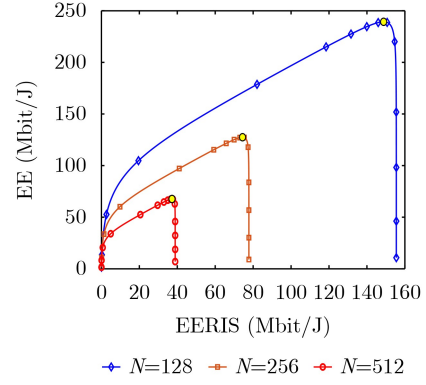


图 8 用户处EE随 EE_{RIS} 的变化

时，用户处EE升至最大值；当 β 继续增大并接近1时，RIS发射功率 $(1-\beta)P_t$ 被耗尽，导致用户处信噪比快速减小，同时由于 EE_{RIS} 中含有对数函数，其在高信噪比区间增长缓慢，因此 EE_{RIS} 变化很小而用户处EE在快速下降，如当 β 从0.99增至1时， EE_{RIS} 仅增加0.14%，而EE从105.18 Mbit/J降至0，说明快速下降是由RIS能效的对数饱和效果和RIS反射功率耗尽共同导致。

5 结论

本文研究了瑞利衰落信道下离散移相有源RIS辅助无线网络的EE性能，推导了有源RIS处EE与用户处EE的有损、无损及近似损失表达式。结果表明当 $P_t = 1$ W， $N = 256$ ， $B = 10$ MHz且 $\sigma_r^2 = \sigma_u^2 = -100$ dBm时，3至4比特离散移相器已能逼近连续移相性能。进一步结合费拉里法与朗伯W函数，获得了功率分配因子和RIS元件数的近似最优解，且与精确解误差极小。最后揭示了RIS处与用户处EE的关系，即用户处EE随RIS处EE增加呈先升后降至零的变化。

参 考 文 献

- [1] LIU Ruiqi, ZHANG Leyi, LI R Y N, *et al.* The ITU vision and framework for 6G: Scenarios, capabilities, and enablers[J]. *IEEE Vehicular Technology Magazine*, 2025, 20(2): 114–122. doi: [10.1109/MVT.2025.3532887](https://doi.org/10.1109/MVT.2025.3532887).
- [2] WU Qingqing and ZHANG Rui. Towards smart and reconfigurable environment: Intelligent reflecting surface aided wireless network[J]. *IEEE Communications Magazine*, 2020, 58(1): 106–112. doi: [10.1109/MCOM.001.1900107](https://doi.org/10.1109/MCOM.001.1900107).
- [3] PAN Cunhua, REN Hong, WANG Kezhi, *et al.* Reconfigurable intelligent surfaces for 6G systems: Principles, applications, and research directions[J]. *IEEE Communications Magazine*, 2021, 59(6): 14–20. doi: [10.1109/MCOM.001.2001076](https://doi.org/10.1109/MCOM.001.2001076).
- [4] WANG Yan, SHU Feng, WANG Xianpeng, *et al.* Block CSI sensing for large-scale active IRS-enhanced hybrid-field

- wireless network via a large model mixture of CAE and transformer[J]. *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, 2026, 44: 2302–2317. doi: [10.1109/JSAC.2025.3641094](#).
- [5] TANG Wankai, DAI Junyan, CHEN Mingzheng, *et al.* MIMO transmission through reconfigurable intelligent surface: System design, analysis, and implementation[J]. *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, 2020, 38(11): 2683–2699. doi: [10.1109/JSAC.2020.3007055](#).
- [6] HE Xin, HUANG Lei, and WANG Jiangzhou. Novel relax-and-retract algorithm for intelligent reflecting surface design[J]. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 2021, 70(2): 1995–2000. doi: [10.1109/TVT.2021.3054516](#).
- [7] ZHANG Zijian, DAI Linglong, CHEN Xibi, *et al.* Active RIS vs. passive RIS: Which will prevail in 6G?[J]. *IEEE Transactions on Communications*, 2023, 71(3): 1707–1725. doi: [10.1109/TCOMM.2022.3231893](#).
- [8] ZHOU Gui, PAN Cunhua, REN Hong, *et al.* A framework for transmission design for active RIS-aided communication with partial CSI[J]. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 2024, 23(1): 305–320. doi: [10.1109/TWC.2023.3277514](#).
- [9] 束锋, 赖斯豪, 刘川, 等. 智能反射面辅助无线网络性能及最优位置分析[J]. 电子与信息学报, 2025, 47(2): 324–333. doi: [10.11999/JEIT240488](#).
- SHU Feng, LAI Sihao, LIU Chuan, *et al.* Performance and optimal placement analysis of intelligent reflecting surface-assisted wireless networks[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2025, 47(2): 324–333. doi: [10.11999/JEIT240488](#).
- [10] WANG Yan, SHU Feng, ZHUANG Zhihong, *et al.* Asymptotic performance analysis of large-scale active IRS-aided wireless network[J]. *IEEE Open Journal of the Communications Society*, 2023, 4: 2684–2696. doi: [10.1109/OJCOMS.2023.3324064](#).
- [11] 董榕恩, 谢中毅, 马海波, 等. 离散相移IRS辅助放大转发中继网络的性能分析[J]. 电子与信息学报, 2025, 47(1): 138–146. doi: [10.11999/JEIT240236](#).
- DONG Rongen, XIE Zhongyi, MA Haibo, *et al.* Performance analysis of discrete-phase-shifter IRS-aided amplify-and-forward relay network[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2025, 47(1): 138–146. doi: [10.11999/JEIT240236](#).
- [12] ZHU Fenghao, WANG Xinquan, HUANG Chongwen, *et al.* Robust beamforming for RIS-aided communications: Gradient-based manifold meta learning[J]. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 2024, 23(11): 15945–15956. doi: [10.1109/TWC.2024.3435023](#).
- [13] WANG Xinquan, ZHU Fenghao, ZHOU Qianyun, *et al.* Energy-efficient beamforming for RISs-aided communications: Gradient based meta learning[C]. ICC 2024-IEEE International Conference on Communications, Denver, USA, 2024: 3464–3469. doi: [10.1109/ICC51166.2024.10622978](#).
- [14] 张洋译, 管新荣, 王权, 等. 智能反射面辅助短包通信中时效与能效间的折衷[J]. 电子与信息学报, 2025, 47(2): 315–323. doi: [10.11999/JEIT240666](#).
- ZHANG Yangyi, GUAN Xinrong, WANG Quan, *et al.* Tradeoff between age of information and energy efficiency for intelligent reflecting surface assisted short packet communications[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2025, 47(2): 315–323. doi: [10.11999/JEIT240666](#).
- [15] WANG Dawei, WANG Zijun, ZHAO Hongbo, *et al.* Secure energy efficiency for ARIS networks with deep learning: Active beamforming and position optimization[J]. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 2025, 24(6): 5282–5296. doi: [10.1109/TWC.2025.3546611](#).
- [16] XIN Jingdie, WANG Yan, SHU Feng, *et al.* Energy efficiency analysis of active RIS-enhanced wireless network under power-sum constraint[J]. *IEEE Transactions on Green Communications and Networking*, 2026, 10: 1654–1665. doi: [10.1109/TGCN.2025.3648117](#).
- [17] WASSERMAN L. All of Statistics: A Concise Course in Statistical Inference[M]. New York: Springer, 2004: 76. doi: [10.1007/978-0-387-21736-9](#).
- [18] YANG Zhaohui, CHEN Mingzhe, SAAD W, *et al.* Energy-efficient wireless communications with distributed reconfigurable intelligent surfaces[J]. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 2022, 21(1): 665–679. doi: [10.1109/TWC.2021.3098632](#).
- [19] ZHAO Yifan, WANG Xiaoyu, ZHOU Kaibo, *et al.* Joint power allocation and beamforming design for active IRS-aided secure directional modulation systems[J]. *IEEE Open Journal of the Communications Society*, 2025, 6: 2853–2865. doi: [10.1109/OJCOMS.2024.3489053](#).
- 束 锋: 男, 教授, 研究方向为智能无线通信、信息安全、大规模 MIMO 测向等。
- 林之源: 男, 硕士生, 研究方向为 RIS 辅助的无线通信。
- 郑惟海: 男, 研究方向为电磁波传播及其应用、移动通信等。
- 王 艳: 女, 博士生, 研究方向为 RIS 辅助的通信系统。
- 江 浩: 男, 副教授, 研究方向为低空无人机通感算一体化理论与关键技术。
- 王江舟: 男, 教授, 中国工程院外籍院士, 英国皇家工程院院士、IEEE Fellow、IET Fellow, 研究方向为移动通信。

责任编辑: 余 蓉

Energy Efficiency Analysis of Discrete Phase-Shifted Active RIS Enhanced Communication Systems

SHU Feng^{①②} LIN Zhiyuan^① ZHENG Weihai^③ WANG Yan^①
JIANG Hao^{④⑤} WANG Jiangzhou^⑤

^①(School of Information and Communication Engineering, Hainan University, Haikou 570228, China)

^②(School of Electronic and Optical Engineering, Nanjing University of Science and Technology, Nanjing 210094, China)

^③(China Mobile Group Hainan Co., Ltd., Haikou 571250, China)

^④(School of Artificial Intelligence, Nanjing University of Information Science and Technology, Nanjing 210044, China)

^⑤(National Mobile Communications Research Laboratory, Southeast University, Nanjing 210096, China)

Abstract:

Objective Active Reconfigurable Intelligent Surface (RIS) can effectively overcome the multiplicative fading problem of passive RIS by integrating radio frequency amplifiers, significantly improving the performance of wireless communication systems. However, it also introduces amplification noise and increases power consumption. In addition, the high-precision digital phase control performed by base stations on RIS poses a challenge due to excessive communication overhead. Adopting low-precision phase shifters is a key approach to promoting the practical application of RIS. Therefore, deriving indicators that affect the energy efficiency (EE) performance of active RIS-assisted systems, as well as analyzing the impact of finite bit quantization errors on EE, have important guiding significance for future RIS system design and practical deployment. In view of this, a discrete active RIS-aided system model is proposed under Rayleigh fading channels, and the EE loss caused by phase quantization error is analyzed. The approximate optimal solution of the power allocation factor and the number of RIS elements that can achieve maximum EE is derived, and the relationship between EE at RIS and user is revealed, providing a theoretical basis for the practical engineering deployment of active RIS.

Methods Based on the weak law of large numbers and Taylor series expansion, closed-form expressions for EE performance loss at user and corresponding approximate performance loss expression are derived. The impacts of system parameters on EE are investigated by formulating univariate functions. Combined with the Ferrari's method and the Lambert W function, the approximate optimal solutions of the power allocation factor and the number of RIS elements for EE maximization are derived, respectively. By applying the weak law of large numbers and the Lambert W function, the relationship between EE at RIS and EE at user is revealed.

Results and Discussions The expression of EE at user is derived to be a function of six factors: the number of quantization bit (k), power allocation factor (β), the number of RIS elements (N), the total power sum of base station and active RIS (P_t), the noise at active RIS (σ_r^2), and the noise at user (σ_u^2). Firstly, the EE performance loss decreases as k increases. When $k=3$, the gap between the approximate performance loss and the without performance loss is less than 0.0268 Mbit/J, and the performance loss and the without performance loss is less than 0.0265 Mbit/J (Fig. 3). Therefore, discrete phase shifters with 3 to 4 bits can achieve extremely low performance loss. EE at user exhibits a unimodal characteristic with respect to both β and N . The approximate optimal solution of β for EE maximization has an error less than 0.01 compared with the exact optimal solution obtained by the Dinkelbach algorithm (Fig. 4), and there is no error between the approximate optimal solution and the exact optimal solution of N (Fig. 5), demonstrating the effectiveness of the two approximate models. EE at user first increases and then decreases with the increase of P_t showing a unimodal variation. The higher the quantization precision, the larger the EE peak value, and the smaller the optimal P_t required to achieve the EE peak (Fig. 6). EE decreases with the increase of both σ_r^2 and σ_u^2 . Moreover, EE at user is more susceptible to the amplification noise at RIS, and reducing the noise at RIS can achieve a more significant EE gain (Fig. 7). EE at user first increases and then drops sharply to zero with the increase of EE at

active RIS, and the SNR at active RIS is the key factor determining the relationship between these two EE performances (Fig. 8).

Conclusions The EE performance of active RIS assisted wireless networks with discrete phase shifters in Rayleigh fading channels is studied. Firstly, the expressions for the loss, no loss, and approximate loss of EE at active RIS and user are derived. Simulation results show that 3 to 4-bit discrete phase shifters can fully exploit the gain of RIS. Secondly, functions for each parameter of EE at user are constructed. Based on the Ferrari method and the Lambert W function, the approximate optimal solution of the power allocation factor and the number of RIS elements that can achieve maximum EE is derived. Simulation results showed that the error between the approximate optimal solution and the exact solution is minimal. Finally, the relationship between EE at RIS and EE at user is revealed, and the results show that EE at user first increases and then decreases to zero with the increases of EE at RIS.

Key words: Active Reconfigurable Intelligent Surface (RIS); Energy Efficiency (EE); Phase Quantization Error; Power Allocation; Law of Large Numbers