

# 复合分级接收阵列结构下的低复杂度相位模糊消除DOA估计算法

陈艺文 董阳泽\* 陈夏华 凌文昌 熊逸文

(南方海洋科学与工程广东省实验室(湛江), 湛江 524000)

**摘要:** 到达方向(Direction of Arrival, DOA)估计是声纳目标定位的关键环节, 随着复杂环境下高精度方向估计需求的不断提升, 用于估计的阵元数量也趋向规模化, 这在提高测向精度与分辨率的同时, 也导致了传统方向估计算法面临着巨大的计算负担。针对这一问题, 构建了一种低复杂度复合分级接收阵列结构, 并基于此结构提出了两种快速相位模糊消除方法复合分级全局近邻匹配算法和复合分级互相关协方差合并算法。其中, 复合分级全局近邻匹配算法充分利用复合分级阵列所形成的各子阵相位差关系和信号源的一致性特征, 以较低的计算代价完成模糊解算与角度匹配, 但由于未充分考虑所有阵元之间的相关信息, 其估计性能存在一定的性能损失; 复合分级互相关协方差合并算法首先对复合分级结构进行均分调整。在保持较低计算复杂度的前提下, 同时利用组内子阵及组间阵元之间的相关信息, 并结合协方差分块处理策略, 从而获得更高精度的方向估计。仿真结果表明, 所提的两种算法在阵元数量增多的情况下能够显著降低计算压力。其中, 复合分级全局近邻匹配算法能够以较低的计算复杂度实现粗略的方向估计, 更适用于对实时性要求较高的场景; 复合分级互相关协方差合并算法则通过增加少量计算开销, 实现了方向估计精度与计算复杂度之间的良好平衡。

**关键词:** 到达方向估计; 大规模阵列; 复杂度; 近邻匹配

**中图分类号:** TN9

**文献标识码:** A

**文章编号:** 1009-5896(2026)00-0001-11

**DOI:** 10.11999/JEIT260447

**CSTR:** 32379.14.JEIT260447

## 1 引言

在目标探测系统中, 到达方向角(Direction of Arrival, DOA)是来波定位的重要参数<sup>[1]</sup>。通过估计信号的入射方向, 系统能够通过角度信息实现目标的大致定位。在多平台协同条件下, 通过目标的几何关系还能进一步推断其距离和运动轨迹, 为后续的目标跟踪与态势分析提供基础<sup>[2,3]</sup>。与此同时, DOA也是波束形成中的关键参数, 借助该信息可以将波束主响应指向目标所在方向, 提高接收信号的信噪比, 并对干扰方向形成抑制, 增强系统探测性能<sup>[4]</sup>。此外, 在大规模阵列、导航定位以及多平台协同感知等应用中, DOA还是发挥阵列空间分辨能力、构建空间约束关系的重要依据, 因此在现代声纳系统中具有十分重要的作用<sup>[5]</sup>。

为应对海洋等特殊环境, 大规模阵列系统通过引入大量阵元进行协同观测, 有效解决了DOA估计在多径、噪声干扰等复杂环境下的性能问题。但逐渐增多的阵元数量也让传统DOA估计算法的计算量问题变得更加突出。目前, 针对DOA估计的高计算量问题研究取得了一定的进展, 但仍存在一些难以解决的问题。

针对这一问题, 已有研究提出了多种改进思路。通过对阵列进行降维投影或矩阵重构等操作, 尽可能减小矩阵的维数或降低后续运算规模。在传统全数字阵列中, 文献<sup>[6]</sup>探讨了传统最大似然DOA估计算法计算复杂度高且迭代收敛慢的问题, 通过泰勒展开降维等方式简化迭代流程, 大幅降低算法计算消耗。文献<sup>[7]</sup>针对水下声呐面阵DOA估计复杂度高的问题, 将分步波束形成和反卷积共同考虑, 提出了一种快速计算方法。此外, 有研究在水声应用中通过在差分组合匹配追踪算法中采用差异化方法, 有效降低了DOA估计过程中的算法复杂度<sup>[8]</sup>。也有研究采用分阶段估计方式, 先利用快速傅里叶变换得到方位的粗略结果, 再在局部范围内进行精细搜索, 以减少全角域搜索带来的计算负担<sup>[9]</sup>。不过, 随着阵元数量或快拍数量的增加, 该方法需要大幅调整网格以维持较好的性能, 这必然导致计算复杂度显著上升。对于大规模均匀线阵中的非圆信号场景, 已有工作在单快拍条件下结合Newton-Raphson迭代实现了较低开销的参数求解<sup>[10]</sup>。除此之外, 还有研究通过对协方差矩阵进行分块处理, 将信号与噪声分离, 从而避免直接对完整协方差矩阵进行特征分解<sup>[11]</sup>。在此基础上, 基于幂迭代的DOA估计方法也得到了发展, 这类方法先通过迭代方式提取信号子空间, 再配合子空间类传统算法中的部分步骤得到最终结果, 但其尚未完全摆脱传统子空间框架<sup>[12]</sup>。针对这一不足, 相关研究进一

收稿日期: 2026-xx-xx; 改回日期: 2026-xx-xx

\*通信作者: 董阳泽 [dongyangze@zjlab.com](mailto:dongyangze@zjlab.com)

基金项目: xx基金项目: 基金1, 基金2, 基金3 (国防科工、军事、装备预研等基金不要注明)

Foundation Items: Item1, Item2, Item3

步将粗略阵列流形与幂迭代相结合,并引入连续凸近似思想,以避免对全阵列直接进行特征分解,进而逐步逼近真实DOA估计值<sup>[13]</sup>。在此文献中,作者更是提出并探索了基于子阵自相关及互相关的DOA估计方法。该类方法通过利用子阵间的相位关系,避免了对全局高维协方差矩阵进行特征值分解这一操作,从而在很大程度上降低了DOA估计的计算负担和资源消耗。然而,这种简化机制往往以引入相位模糊性为代价,其结果容易产生多个伪解或模糊值,导致无法直接给出唯一的真解。为了消除这些伪解,通常借助传统DOA算法对子阵数据进行特征值分解,以获取一个相对粗略的DOA估计值,并以此来筛选出真正的DOA。这在一定程度上削弱了初始方法在计算效率上的优势。

为了追求更高的计算效率和更低的电路成本,有研究者开发了针对混合模拟数字阵列结构的DOA估计算法<sup>[14]</sup>。在此基础上,有研究提出了通过最大功率法实现混合结构的DOA估计,但其需要利用传统Root-MUSIC算法对虚拟阵列进行初步估计,并在多时隙的条件下得到最终结果<sup>[15]</sup>。在文献<sup>[16]</sup>中,作者分析了混合结构的三种不同类型,并将他们归纳为一个统一的范式,基于该范式提出了一种基于混合结构的全新算法来得到DOA估计。在混合模数结构中,最关键的是相位模糊问题,有研究提出了异构混合模数结构来解决该问题,但其DOA估计精度仍然受制于混合结构,有时难以符合实际需求<sup>[17]</sup>。

人工智能(Artificial Intelligence, AI)的发展为降低DOA估计复杂度提供了新的可能,尤其在复杂的水声环境中, AI能够通过对固定信道环境进行大量数据采集及离线训练,再通过提炼的特征信息进行在线学习并预测。针对全数字架构下的方向估计问题,文献<sup>[18]</sup>提出了一种深度学习估计方案。其思路是将接收信号和相应的方向角组成训练样本,并输入神经网络进行学习。通过离线训练与在线学习相结合的方式,该方法能够较好地挖掘无线信道特征及角域空间结构信息。在此基础上,文献<sup>[19]</sup>结合混叠方法对阵列进行分组,进一步对训练参数进行分组,得到粗略的DOA估计后,再通过极小范围内进行最大似然交替投影得到最终的DOA估计。该方法不仅显著降低了最大似然算法复杂度高和容易局部收敛的问题,还有效降低了大规模数据进行离线训练复杂度高的问题。对于混合模拟数字结构,文献<sup>[20]</sup>更是考虑了均匀圆形阵列,通过多区块对训练复杂度进行降维。AI方法虽然能够在特定环境下实现精准的DOA估计,但更

换环境后,原有模型失配则会导致估计性能骤然下降,这也需要更丰富的训练特征及低复杂度训练算法来实现。

综上所述,DOA估计在目标探测领域具有极为关键的意义,随着阵元数量的增多,许多研究者也通过各种方式探索低复杂度、高精度的DOA估计算法,但针对该方面的研究仍面临着重重障碍。因此,开发一种能够完全摆脱或规避传统特征分解和相位模糊限制的新模式,对于推动该领域的发展具有至关重要的理论价值和应用前景。根据该目的驱动,本文尝试性开展了一些工作,主要如下:

(1)提出了一种针对单信号源条件下的新型复合分级大规模阵列结构:在顶层引入阵列多分组机制,再通过组内部分子阵的方式进行分级DOA估计,该方法完全摒弃了对全阵列进行高开销特征值分解流程,借助子阵之间的相关关系,将整体计算复杂度大幅降低,有效增强了DOA估计精度与系统鲁棒性;

(2)基于上述阵列结构,设计了一种复合分级全局近邻匹配(Global Nearest-Neighbor Matching, CHA-GNNM)算法,该算法利用分组求解集合的差异性和辐射源角度的一致性,在无需引入任何额外先验信息或条件的前提下,彻底消除相位模糊,为大规模阵列系统在复杂场景中的部署提供了一条高效可行的技术路径;

(3)为进一步提升DOA估计性能,设计了一种复合分级互相关协方差合并(Cross-correlation Covariance Merging, CHA-CCM)算法,该算法对阵列分组结构进行调整,使得每个小组的阵元数保持相等,利用互相关关系和近邻匹配关系,辅助以低复杂度的协方差运算方法得到精准DOA估计。该方法既避免了特征值分解高复杂度,又解决了CHA-GNNM算法的性能损失问题,可有效提升DOA估计精度和算法可实现性。

## 2 系统模型

图1构建了一个基于复合分级大规模阵列的DOA估计系统模型。

在该模型中,假设存在一个远场窄带信号 $s(t)e^{j2\pi f_c t}$ 入射到一个包含 $N$ 个阵元的均匀线性阵列,其中 $s(t)$ 为基带信号, $f_c$ 为载波频率。所有阵元被分为互不重叠的 $P$ 个不同小组,每个小组包含 $N_p$ 个阵元,每个小组的阵元又被进一步分为 $K_p$ 个子阵,每个子阵中包含 $M_p$ 个阵元,可以表示为:

$$N = \sum_{p=1}^P N_p = \sum_{p=1}^P K_p M_p \quad (1)$$

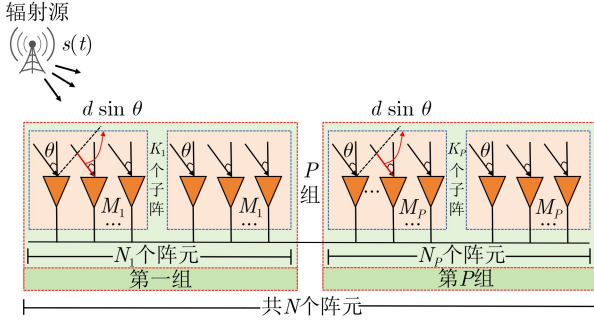


图1 复合分级大规模方向估计方案

其中  $p = 1, 2, \dots, P$ 。在本文的CHA-GNNM算法中，为确保不同分组所形成的候选解仅在真实角度唯一对齐，避免伪解在其他角度重合，选取各组对应的  $M_p$  两两互素。对于CHA-CCM算法，除保留互素外，还进一步要求分组满足均分条件，以便构造组层级互相关协方差矩阵并进行后续协方差分块处理。为突出复合分级结构下相位模糊消除和低复杂度估计的效果，本文以下推导均在单信号源条件下展开。

在第  $p$  组阵列中，第  $k_p$  个子阵的第  $m_p$  个阵元接收到的信号可表示为：

$$x_{p,k_p,m_p} = s(t)e^{j2\pi\varphi_{p,k_p,m_p}} + w_{p,k_p,m_p}(t) \quad (2)$$

其中  $k_p = 1, \dots, K_p$  且  $m_p = 1, \dots, M_p$ ， $w_{p,k_p,m_p}(t) \sim \mathcal{CN}(0, \sigma_w^2)$  为加性高斯白噪声， $\varphi_{p,k_p,m_p}$  为信号源相对于阵列方向的传播延迟，即：

$$\varphi_{p,k_p,m_p} = d_{p,k_p,m_p} \sin(\theta) \quad (3)$$

其中， $d_{p,k_p,m_p}$  为参考点到指定阵元间的距离，由于此处考虑将阵列的最左侧作为参考点，因此有  $d_{p,k_p,m_p} = (p-1)N_p + (k_p-1)M_p + (m_p-1)d$ ，其中  $d = \lambda/2$  为阵元间的距离， $\lambda$  为波长。聚集  $M_p$  个阵元的接收信号，第  $k_p$  个子阵列的输出信号经过 ADC 及并行的模拟前端传输后可表示为：

$$\mathbf{y}_{p,k_p}(n) = \mathbf{a}_{p,k_p}(\theta)s(n) + \mathbf{w}(n) \quad (4)$$

其中  $\mathbf{a}_{p,k_p}(\theta)$  定义为  $M_p \times 1$  维的阵列流形矢量，可表示为：

$$\mathbf{a}_{p,k_p}(\theta) = [e^{j2\pi\varphi_{p,k_p,1}}, e^{j2\pi\varphi_{p,k_p,2}}, \dots, e^{j2\pi\varphi_{p,k_p,M_p}}]^T \quad (5)$$

### 3 复合分级全局近邻匹配DOA估计算法

#### 3.1 总体结构

为验证所提复合分级结构的DOA估计能力，提出了一种复合分级全局近邻匹配算法：根据每个小组中各子阵之间的自协方差及互协方差关系构建子阵层级的多个候选解集，通过近邻匹配和辐射源

的一致性原则找到每个解集中的真解，再利用多级相干合并得到最终DOA估计。此外，根据运算过程分析了需要过滤边缘解的原因和子阵阵元数量选择的考虑因素。具体步骤如图2所示。

#### 3.2 子阵候选解集构建

如图，对第  $p$  个分组中第  $k_p$  个子阵的输出信号计算自协方差矩阵可以得到：

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_{p,k_p,ACM} &= \mathbb{E}(\mathbf{y}_{p,k_p}(n)\mathbf{y}_{p,k_p}^H(n)) \\ &= P_s \mathbf{a}_{p,k_p}(\theta)\mathbf{a}_{p,k_p}^H(\theta) + \sigma_w^2 \mathbf{I}_{M_p} \end{aligned} \quad (6)$$

其中， $P_s$  为目标信号功率分量， $\sigma_w^2 \mathbf{I}_{M_p}$  为白化噪声分量。由于理论协方差矩阵无法直接获得，可计算样本协方差矩阵：

$$\hat{\mathbf{R}}_{p,k_p} = \frac{1}{L} \sum_{l=1}^L \mathbf{y}_{p,k_p}(l)\mathbf{y}_{p,k_p}^H(l) \quad (7)$$

得到接收信号协方差矩阵后，为了避免特征值分解带来的巨量计算负担，避免使用Root-MUSIC<sup>[21]</sup>等经典算法。考虑计算第  $k_p$  个子阵与第  $k_p + i$  个子阵之间的互协方差矩阵如下：

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_{p,k_p,k_p+i} &= \mathbb{E}(\mathbf{y}_{p,k_p}(n)\mathbf{y}_{p,k_p+i}^H(n)) \\ &= P_s \mathbf{a}_{p,k_p}(\theta)\mathbf{a}_{p,k_p+i}^H(\theta) + \sigma_w^2 \mathbf{I}_{M_p} \end{aligned} \quad (8)$$

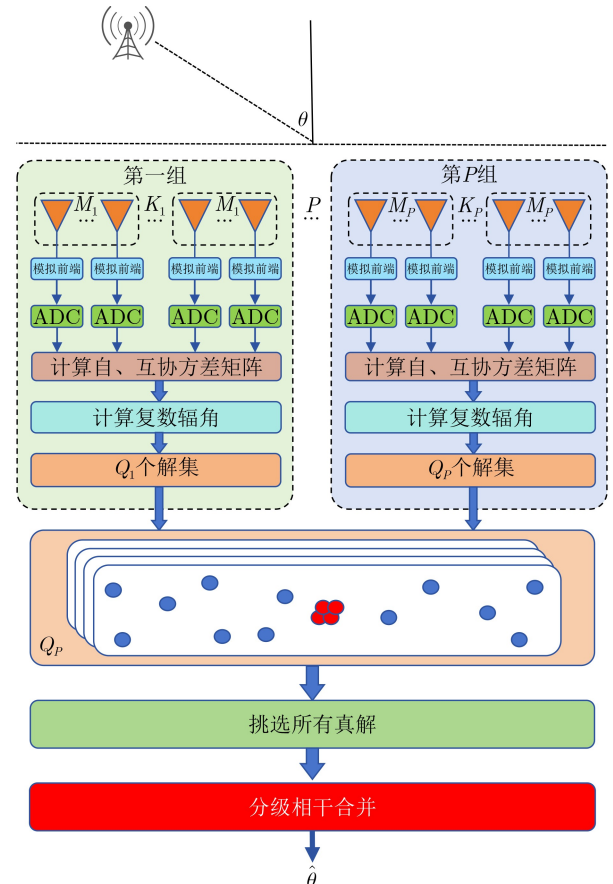


图2 复合分级全局近邻匹配DOA估计算法结构

其中,  $1 \leq i \leq K_p - k_p$  且共会计算  $Q_p = K_p - (K_p - 1)/2$  组互协方差矩阵。对每组互协方差矩阵, 通过计算能够得到与自协方差矩阵之间存在如下关系:

$$\mathbf{R}_{p,k_p,k_p+i} = e^{-j\frac{2\pi}{\lambda}iM_p d \sin \theta} \frac{(\mathbf{R}_{p,k_p} + \mathbf{R}_{p,k_p+i})}{2} \quad (9)$$

因此, 传统实现通常可以得到:

$$\boldsymbol{\psi} = \mathbf{R}_{p,k_p,k_p+i}^{-1} \frac{(\mathbf{R}_{p,k_p} + \mathbf{R}_{p,k_p+i})}{2} = e^{-j\frac{2\pi}{\lambda}iM_p d \sin \theta} \mathbf{E} \quad (10)$$

其中  $\mathbf{E}$  为单位矩阵, 并通过其迹可获得相位信息。然而, 直接对  $\mathbf{R}_{p,k_p,k_p+i}$  进行矩阵求逆会带来较高的计算复杂度。特别是在水下等复杂环境中, 目标和平台可能处于运动状态, 海洋信道也会不断变化, 因此能够保持统计平稳的观测时间往往较短, 实际可利用的有效快拍数比较有限。此外, 复杂环境传播中多径效应明显且时变性强, 数据很难长时间稳定获取。因此, 此处采用单快拍处理方式, 根据外积矩阵的伪逆闭式表达式, 可得  $\boldsymbol{\psi}$  的迹  $\zeta$  为:

$$\zeta = \frac{\mathbf{y}_{p,k_p}^H \left( \frac{\mathbf{R}_{p,k_p} + \mathbf{R}_{p,k_p+i}}{2} \right) \mathbf{y}_{p,k_p+i}}{\|\mathbf{y}_{p,k_p}\|_2^2 \|\mathbf{y}_{p,k_p+i}\|_2^2} \quad (11)$$

因此, 能够得到包含真解的集合为:

$$\theta_{k_p,k_p+i,j} = \arcsin \left( \frac{\lambda(\arg \zeta + 2\pi j)}{2\pi i M_p d} \right), \quad j \in \{1, \dots, (k_p+i - k_p)M_p - 1\}. \quad (12)$$

### 3.3 真解匹配判别

由上文分析可知, 每个分组会产生  $Q_p$  个解的集合, 遍历  $P$  个分组, 共会产生  $\sum_{p=1}^P Q_p$  个解集。由于入射角度方向的一致性, 在每个解集中均会存在一个真解及多个伪解, 即相位模糊。如何快速消除相位模糊问题并找到唯一对应的真解是亟需解决的一个问题。因此, 这里考虑利用分组群集的方式, 通过将每组第  $z$  个解集  $\Phi_{p,z}$  群集, 共  $P$  个解集合并得到一个大集合:

$$\Phi = \{\Phi_{1,z}, \Phi_{2,z}, \dots, \Phi_{P,z}\} \quad (13)$$

考虑到阵列结构中存在接收信号噪声误差, 可以推断出候选解中相邻最近的  $P$  个点, 对应的即为  $P$  个真解, 具体筛选过程为:

$$\Phi_{true} = \arg \min_{\theta_{j_p} \in \Phi} \sum_{p=1}^{P-1} \|\theta_{j_p} - \theta_{j_{p+1}}\|^2 \quad (14)$$

其中,  $\Phi_{true} = \{\hat{\theta}_{1,z}, \dots, \hat{\theta}_{P,z}\}$ ,  $\hat{\theta}_{p,z}$  为第  $p$  个小组第  $z$  个解集对应的真解。需要注意的是, 由于

$\arcsin$  的定义域限制了解必须在  $[-1, 1]$  范围内, 因此式(14)中加上  $2\pi j$  后, 部分分支会把比值推到大于1, 对应的复数可能超过  $[-90^\circ, 90^\circ]$ , 成为不稳定的伪解, 进而导致距离最小的误判。因此, 需要先过滤分支解集中由于展开产生的边缘解, 防止相位环绕边界, 保证选出的是同一物理目标的连续解。

与此同时, 由式(14)也能够发现当  $P$  个分组中的各  $M_p$  值互相不互素时, 它们各自产生的相位歧义分支会以公约周期在角度轴上重复对齐, 不仅在真实入射角  $\theta$  处重合, 还会在若干假角度处再次对齐。这样, 最小距离规则就会在这些假对齐点上同样生效, 算法无法区分真解与伪解, 容易陷入错误匹配。因此, 为了保证只有真实解唯一对齐, 需要选取  $M_p$  互为素数, 这样就能使得相位歧义分支周期不会在真解以外的角度上重复重合。

### 3.4 分级相干合并

根据上述分析, 虽然得到了每组中一个集合的真解, 但每组中选中不同的互相关解集会带来不同的DOA估计精确度, 导致这一因素的主要原因在于, 互相关子阵之间的距离越大则测向阵列孔径越大, 进一步使得DOA方差减小, 精确度提升。此外, 多路互相关解的噪声误差在统计上是相互独立或弱相关的, 因此, 考虑进一步引入分级相干合并方法。

首先, 将  $P$  个真解  $\hat{\theta}_{p,z}$  分别逆向代入  $P$  组中所有的解集, 通过近邻匹配的方式挑选出每组  $Q_p$  个解集中的真解, 第  $p$  组中  $Q_p$  个真解即:

$$\{\hat{\theta}_{p,1}, \dots, \hat{\theta}_{p,Q_p}\} = \arg \min_{\theta_{p,q,j} \in \Phi_{p,q}} \|\theta_{p,q,j} - \hat{\theta}_{p,z}\|^2 \quad (15)$$

其中,  $\Phi_{p,q}$  为第  $p$  组的第  $q$  个解集。在子阵级, 第  $p$  组的DOA估计值可以通过将  $Q_p$  个真解进行相干合并得到:

$$\hat{\theta}_p = \sum_{q=1}^{Q_p} w_q \hat{\theta}_{p,q} \quad (16)$$

其中,  $w_q$  为各组对应的加权系数, 可以表示为:

$$w_q = \frac{1/\text{CRLB}_q}{\sum_{q=1}^{Q_p} (1/\text{CRLB}_q)} = \frac{\bar{d}_q}{\sum_{q=1}^Q \bar{d}_q}, \quad q = 1, \dots, Q_p. \quad (17)$$

式(17)采用基于CRLB<sup>[22]</sup>的加权系数, 其依据在于不同候选真解对应的估计精度不同。基线越长, 对应的理论误差下界越低, 说明该真解精度更高。由上式可发现权重满足:

$$w_q \propto \frac{1}{\text{CRLB}_q} \propto \bar{d}_q, \quad (18)$$

因此，CRLB较小的真解在相干合并中将得到更大的权重。CRLB<sub>q</sub>为第p个组第q个解集对应的克拉美罗下界，定义为：

$$\begin{aligned} \text{CRLB}_q &= \frac{\lambda}{\sqrt{8\pi\sqrt{LSNR}|\cos\theta|\bar{d}_q}} \times \frac{180}{\pi} \\ &\leq \sqrt{\text{VAR}\{\hat{\theta}\}} \times \frac{180}{\pi} \end{aligned} \quad (19)$$

其中， $\bar{d}_q$ 为第k个子阵和第k+i个子阵之间的基线长度，可表示为：

$$\bar{d}_q = iM_p d \quad (20)$$

可以观察到，基线越长，对应互相关解的CRLB越低。以此收集P个分组得到的P个较为精确的解 $\{\hat{\theta}_1, \dots, \hat{\theta}_P\}$ 。在分组层级，再通过将P个真解进行相干合并得到最终的DOA估计值，即：

$$\hat{\theta} = \sum_{p=1}^P w_p \hat{\theta}_p = \sum_{p=1}^P \frac{\bar{d}_p}{\sum_{p=1}^P \bar{d}_p} \hat{\theta}_p, p = 1, 2, \dots, P. \quad (21)$$

$\bar{d}_p$ 为第p个组的等效基线长度。

## 4 复合分级互相关协方差合并算法

### 4.1 总体结构

CHA-GNNM算法虽然以较小的计算复杂度实现了DOA估计，但由于其算法过程中没有考虑组与组之间的互相关性，存在一定的性能损失。因此，提出了一种改进算法CHA-CCM，该算法对全阵列分组时进行均分，使得每个小组的阵元数保持相等，可以被视为多个大子阵。多个大子阵之间可以利用互相关及自相关关系构建多个大候选解集，每个小组中的多个小子阵又能同样构建多个小候选解集。然后，通过小解集互质群集找到粗略解，带回各小解集得到较为精确的初始DOA估计。最后，通过初始DOA估计消除大解集中的伪解，融合得到精准DOA估计。该方法既避免了高复杂度，又解决了CHA-GNNM算法的性能损失问题，有效提升了DOA估计精度，具体算法流程如图3所示。

### 4.2 双层候选解集构建

如图3，所有阵元被均匀分为P个相同的小组，P个小组的 $M_p$ 个阵元选择互相共质。有：

$$\begin{aligned} N &= PN_p = \sum_{p=1}^P K_p M_p, \\ \forall 1 \leq i < j \leq P, \quad \text{gcd}(M_i, M_j) &= 1 \end{aligned} \quad (22)$$

所有阵元的输出信号经过ADC及并行的模拟前端传输后可表示为：

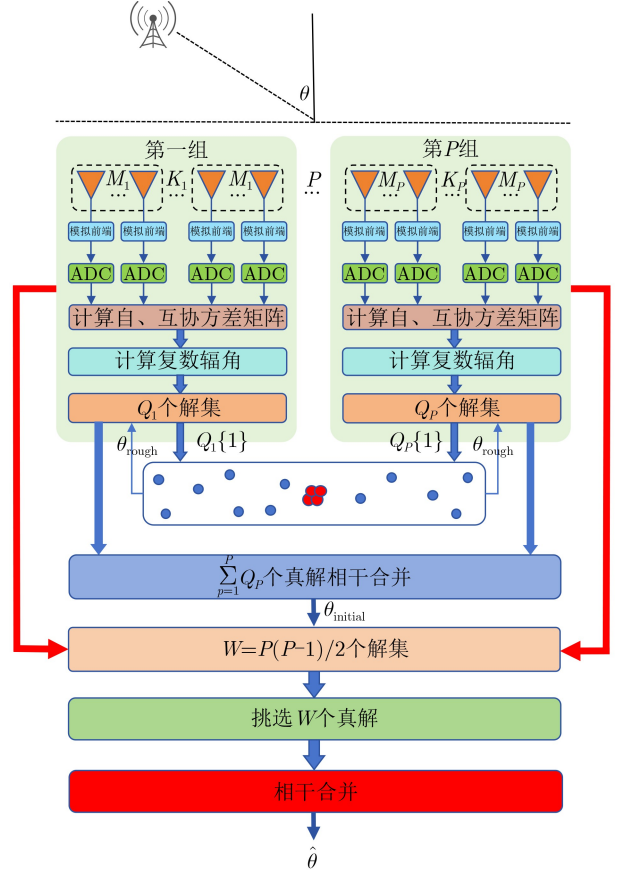


图3 复合分级互相关协方差合并DOA估计算法结构

$$\mathbf{y}(n) = \mathbf{a}(\theta)s(n) + \mathbf{w}(n) \quad (23)$$

其中 $\mathbf{a}(\theta)$ 定义为 $N \times 1$ 维的阵列流形矢量，可表示为：

$$\mathbf{a}(\theta) = \left[ 1, e^{j2\pi d \sin(\theta)}, \dots, e^{j2\pi(N-1)d \sin(\theta)} \right]^T \quad (24)$$

其中 $d = \lambda/2$ 为阵元间的距离， $\lambda$ 为波长。因此，可计算协方差矩阵 $\mathbf{R} = \mathbb{E}[\mathbf{y}(n)\mathbf{y}^H(n)]$ ，对协方差矩阵按小组能够分块得到：

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{1,1} & \mathbf{R}_{1,2} & \dots & \mathbf{R}_{1,P} \\ \mathbf{R}_{2,1} & \mathbf{R}_{2,2} & \dots & \mathbf{R}_{2,P} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{R}_{P,1} & \mathbf{R}_{P,2} & \dots & \mathbf{R}_{P,P} \end{bmatrix} \quad (25)$$

其中，第p个小组的自协方差矩阵为：

$$\mathbf{R}_{p,p} = \mathbb{E}[\mathbf{y}_p(n)\mathbf{y}_p^H(n)] \quad (26)$$

第p个小组与第p+i个小组之间的互协方差矩阵为：

$$\mathbf{R}_{p,p+i} = \mathbb{E}[\mathbf{y}_p(n)\mathbf{y}_{p+i}^H(n)] \quad (27)$$

这种方式极大程度上避免了在每次获取组层面或子阵层面的自协方差和互协方差矩阵时，都需重复从原始快拍数据重新计算协方差矩阵的问题，只通过索引从总协方差矩阵里取出所需的各组层级和

各子阵层级的自协方差和互协方差矩阵。这样大幅减少了重复运算，内层循环里只剩下简单的矩阵取块操作，明显减少了运算量，大幅提升了算法的整体运算效率。

通过这种方式共会得到  $T = P(P-1)/2$  组互协方差矩阵。通过计算能够得到与自协方差矩阵之间存在如下关系：

$$\mathbf{R}_{p,p+i} = e^{-j\frac{2\pi}{\lambda}iN_p d \sin\theta} (\mathbf{R}_p + \mathbf{R}_{p+i})/2 \quad (28)$$

因此，可以进一步得到：

$$\mathbf{J} = \mathbf{R}_{p,p+i}^{-1} (\mathbf{R}_p + \mathbf{R}_{p+i})/2 = e^{-j\frac{2\pi}{\lambda}iMd \sin\theta} \mathbf{E} \quad (29)$$

进一步能够计算包含真解的集合为：

$$\Phi_t = \arcsin\left(\frac{\lambda(\arg\vartheta + 2\pi\alpha)}{2\pi Md}\right), \quad (30)$$

$$\alpha \in \{1, \dots, iM-1\}, t = 1, \dots, T.$$

其中  $\vartheta$  为  $\mathbf{J}$  的迹，由此可得到  $T$  个小组的解集为：

$$\Phi_N = \{\Phi_1, \dots, \Phi_T\} \quad (31)$$

基于以上分析，进而可以得到小组内部子阵级的自协方差和互协方差矩阵。在第  $p$  个小组内部，按子阵可以拆分得到：

$$\mathbf{y}_p(n) = [\mathbf{y}_{p,1}^T(n) \quad \mathbf{y}_{p,2}^T(n) \quad \dots \quad \mathbf{y}_{p,K_p}^T(n)]^T \quad (32)$$

那么又可以在子阵层面分块表示成：

$$\mathbf{R}_{pp} = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{p,1,1} & \mathbf{R}_{p,1,2} & \dots & \mathbf{R}_{p,1,K_p} \\ \mathbf{R}_{p,2,1} & \mathbf{R}_{p,2,2} & \dots & \mathbf{R}_{p,2,K_p} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{R}_{p,K_p,1} & \mathbf{R}_{p,K_p,2} & \dots & \mathbf{R}_{p,K_p,K_p} \end{bmatrix} \quad (33)$$

其中，第  $p$  个小组中第  $k$  个子阵的自协方差矩阵为：

$$\mathbf{R}_{p,k,k} = \mathbb{E}[\mathbf{y}_{p,k}(n)\mathbf{y}_{p,k}^H(n)] \quad (34)$$

第  $p$  个小组中第  $k$  个子阵与第  $k+j$  个子阵之间的互协方差矩阵为：

$$\mathbf{R}_{p,k,k+j} = \mathbb{E}[\mathbf{y}_{p,k}(n)\mathbf{y}_{p,k+j}^H(n)] \quad (35)$$

第  $p$  个小组中，共会计算  $Q_p = K_p(K_p-1)/2$  组互协方差矩阵。为方便后续近邻筛选真实解，这里取每组中第一子阵与第二子阵之间的组合，根据式(14)能够得到  $P$  个包含真解的集合：

$$\Phi = \{\Phi_{1,1}, \dots, \Phi_{P,1}\} \quad (36)$$

### 4.3 初始估计构造

由于入射角度方向的一致性，在每个解集中均会存在一个真解及多个伪解，考虑到阵列结构中存在接收信号噪声误差，可以推断出候选解中相邻最近的  $P$  个点，对应的即为  $P$  个真解，具体筛选过程为：

$$\Phi_{rough} = \{\theta_{rough,1}, \dots, \theta_{rough,P}\} \\ = \arg \min_{S \subset \Phi, |S|=P} \sum_{\substack{\theta_x, \theta_y \in S \\ x \neq y}} \|\theta_x - \theta_y\|^2 \quad (37)$$

其中， $\theta_{rough,p}$  为第  $p$  个小组第 1 个解集对应的真解。第  $P$  组中对应阵元数  $M_P$  最大，精确度最高，因此选取  $\theta_{rough} = \theta_{rough,P}$  作为粗略角度估计。然后将  $\theta_{rough}$  带回  $P$  组的各解集中筛选得到  $\sum_{p=1}^P Q_p$  个真解，再进行相干合并得到初始 DOA 估计值  $\theta_{initial}$ 。

### 4.4 消歧融合估计

得到分组层级的  $T$  个解集  $\Phi_N$  与初始角度估计  $\theta_{initial}$  后，可以进一步利用  $\theta_{initial}$  筛选  $T$  个解集中的真解，即：

$$\{\hat{\theta}_1, \dots, \hat{\theta}_T\} = \arg \min_{\theta_{t,v} \in \Phi_t} \|\theta_{t,j} - \theta_{initial}\|^2, \\ t = 1, \dots, T, v = 1, \dots, iM \quad (38)$$

由式(21)，最后可以通过将  $T$  个真解进行相干合并得到精确 DOA 估计值：

$$\hat{\theta} = \sum_{t=1}^T \frac{\bar{d}_t}{\sum_{t=1}^T \bar{d}_t} \hat{\theta}_t, t = 1, \dots, T. \quad (39)$$

其中， $\bar{d}_t$  为第  $t$  个解集，即第  $p$  组和  $p+i$  组的等效基线长度，可以表示为：

$$\bar{d}_t = iMd \quad (40)$$

## 5 计算复杂度分析

为了分析所提出两种低复杂度算法 CHA-GNNM、CHA-CCM 的计算复杂度优势，将传统全数字 Root-MUSIC 算法<sup>[21]</sup>和文献[9]中的 I-DFT 方法作为基准，比较几种算法的计算复杂度<sup>[23]</sup>。假设阵元数为  $N$ ，搜索范围为  $[-90^\circ, 90^\circ]$ ，搜索步长为  $\vartheta$ ，快拍数为  $L$ 。传统 Root-MUSIC 算法的计算复杂度为：

$$C_{RM} \approx 45.5N^3 + 2N^2L + 2N^2(\text{FLOPs}) \quad (41)$$

文献[9]的 I-DFT 方法的计算复杂度为：

$$C_{\text{I-DFT}} = N \log(N) + N + G(3N) + G(\text{FLOPs}) \quad (42)$$

其中， $G$  表示搜索网格点数。CHA-GNNM 算法的计算复杂度为：

$$C_{CHA-GNNM} \approx \sum_{p=1}^P \left( \frac{K_p(K_p-1)}{2} M_p^2 + K_p^2 M_p^2 L + K_p^2 M_p \right) + \sum_{1 \leq i < j \leq P} M_i M_j (\text{FLOPs}) \quad (43)$$

CHA-CCM算法的计算复杂度为：

$$C_{CHA-CCM} \approx N^2 L + N^2 + \frac{P(P-1)}{2} N_p^2 + \sum_{p=1}^P \frac{K_p(K_p-1)}{2} M_p^2 \approx \left( L + 1 + \frac{P-1}{2P} + \sum_{p=1}^P \frac{K_p-1}{2P^2 K_p} \right) \cdot N^2 (\text{FLOPs}) \quad (44)$$

根据以上公式分析可以得出，所提算法能够实现远低于传统算法的计算复杂度，当阵元数目越多，算法的复杂度优势越大。为更直观展现几种算法的复杂度差距及复杂度主要构成，图4给出了几种算法在阵元数315，单快拍时的复杂度构成图，其他绘制参数与第6.1节表1一致，该图主要用于展示固定参数设置下算法的复杂度构成差异。为更全面反映不同阵元规模下的复杂度变化规律，第6节图7给出了不同阵元时复杂度的数值对比结果。

由图可知，主要复杂度项是指各算法复杂度公式中对总复杂度起决定作用的部分，其他复杂度项则表示除主要项之外的其余复杂度组成。特征值分解步骤在Root-MUSIC算法中占据大部分的计算复杂度。局部搜索步骤在文献[9]中的I-DFT方法占主要复杂度。所提的CHA-GNNM算法不需要对全阵列进行特征值分解即能得到最终DOA估计值，其复杂度主要来源于子阵层候选解集构建。CHA-CCM算法由于考虑了组与组之间的子阵互相关性，因此

主导复杂度来源于组层候选解集的构建。所提两种算法的这一复杂度优势将为大规模阵列下的全数字DOA估计走向更多的应用提供可能。

## 6 仿真分析

为了更直观地展现所提低复杂度DOA估计算法的可行性和性能优势，本章将Root-MUSIC<sup>[21]</sup>和CRLB<sup>[22]</sup>作为比较基准，对CHA-GNNM、CHA-CCM进行了验证与分析。由于所提方法面向大规模阵列条件下的相位模糊消除与快速方位估计问题，性能不仅体现在计算复杂度的降低上，还体现在模糊消除能力和方向估计精度的提升上。因此，本章从三个方面进行仿真验证，具体包括相位模糊消除仿真、算法误差性能仿真和算法计算效率仿真。需要说明的是，本文仿真验证均在单信号源条件下进行，与上文理论推导保持一致。通过这些仿真结果，可以较为全面地反映所提算法在大规模阵列场景下的有效性及应用优势。

### 6.1 仿真环境及参数设置

本节仿真实验在MATLAB R2024a环境下完成，所用计算机配置为：处理器R9-7845HX，显卡RTX5070，内存32G。倘若一个入射角度为21.021°的远场辐射源撞击到均匀线性阵列，阵列参数划分情况及相关仿真参数设置具体如表1所示：

### 6.2 相位模糊消除仿真

为更直观展示近邻匹配消除相位模糊的方法，图5给出了3D角度散点图， $x$ 轴为解集数， $y$ 轴为分组数， $z$ 轴为候选角度。

如图所示，假设每个小组的解集数相同，当将 $P$ 个组所有解集的候选解罗列在空间中时，从 $x$ 轴角度观察，每个解集对应的分组均存在箭头所指向 $P$ 个距离最近的点。由于辐射源角度的一致性，每个集合中均存在一个真解，因此，这些点即为 $P$ 个

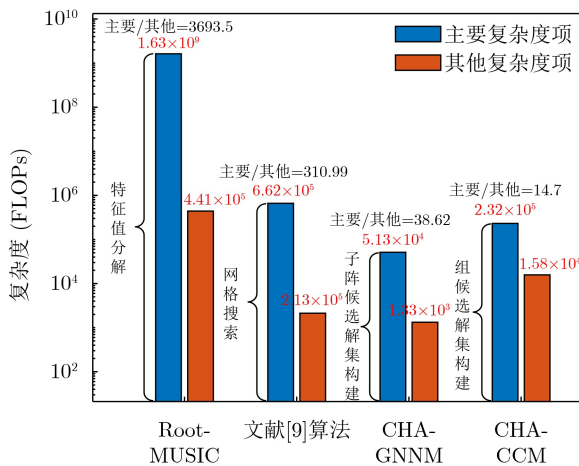


图4 算法复杂度构成图

表1 仿真参数表

参数	设定值
总阵元数 $N$	315
分组数 $P$	3组
第一组阵元数 $N_1$	105
第一组子阵阵元数 $M_1$	3
第二组阵元数 $N_2$	105
第二组子阵阵元数 $M_2$	5
第三组阵元数 $N_3$	105
第三组子阵阵元数 $M_3$	7
辐射源角度	21.021°
蒙特卡洛实验次数	1000次

组所对应的真实角度，当把观察视角调整为 $x$ 、 $z$ 二维坐标时，这些真解点将接近重合。

### 6.3 算法误差性能仿真

为进一步印证图5中所得出的散点距离最小结论，图6给出了所提两个低复杂度算法的算法误差性能仿真，并以Root-MUSIC算法和CRLB作为对比。图6(a)是在阵元数315，快拍数1时均方根误差与信噪比之间的关系曲线。图6(b)是在信噪比20 dB，快拍数1时均方根误差与总阵元数之间的关系曲线。图6(c)是在阵元数315，信噪比20 dB时均方根误差与快拍数之间的关系曲线。

由图可以观察到，在不同场景下，所提CHA-

GNNM算法可以准确挑选出每组中所有的真解并得到较为精准的DOA估计，但由于此算法只考虑了各组子阵之间的相关关系，因此在图6(a)中一定信噪比条件下相较CRLB存在2.5-3倍的性能损失，而在6(b)阵元数量及6(c)快拍数增多时，性能差距会逐渐缩小。所提的CHA-CCM则通过改进算法结构，能够在不同仿真场景下达到逼近CRLB的DOA估计性能。

### 6.4 算法计算效率仿真

为进一步分析所提算法计算效率优势，图7给出了算法计算效率仿真。图7(a)描述了阵元数量 $N = 124 \sim 3724$ 时，几种算法在信噪比20dB，快拍数1时的方向估计计算复杂度与阵元数之间的关系曲线。图7(b)描述了几种算法在MATLAB软件运算时间与阵元数量的关系曲线。

由图7(a)可知，当阵元数量趋于大规模时，几种算法的计算复杂度均大幅提升，而所提的CHA-CCM算法能够相比传统Root-MUSIC算法有接近4个数量级的复杂度降低。CHA-GNNM算法虽然存在一定性能损失，但其复杂度更低，能够快速锁定目标方位。此外，当进一步提高分组数或分块数时，复杂度将得到进一步降低。

由图7(b)结果表明，所提算法在实际运算时间

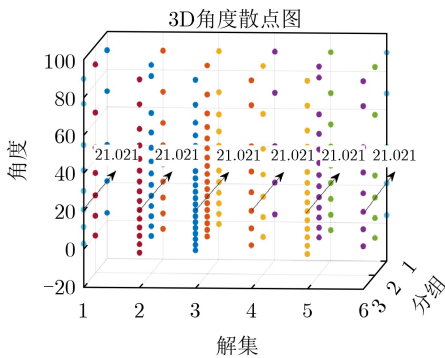
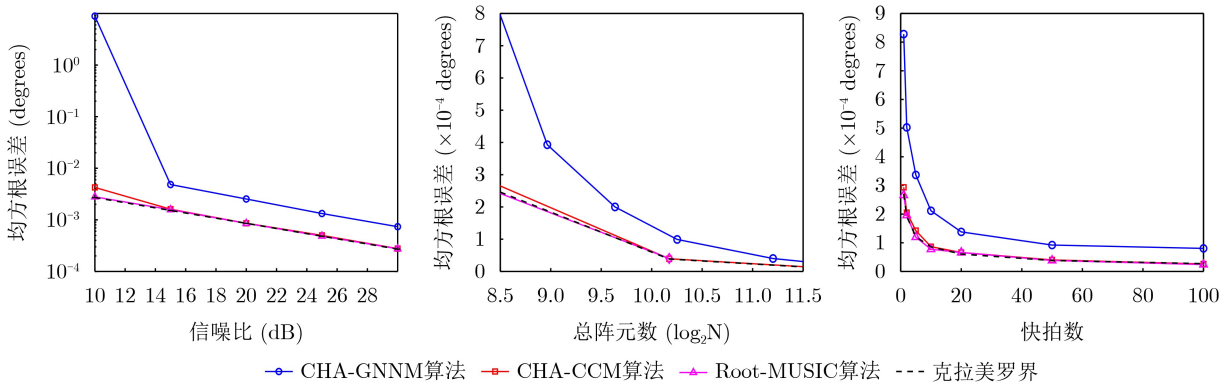
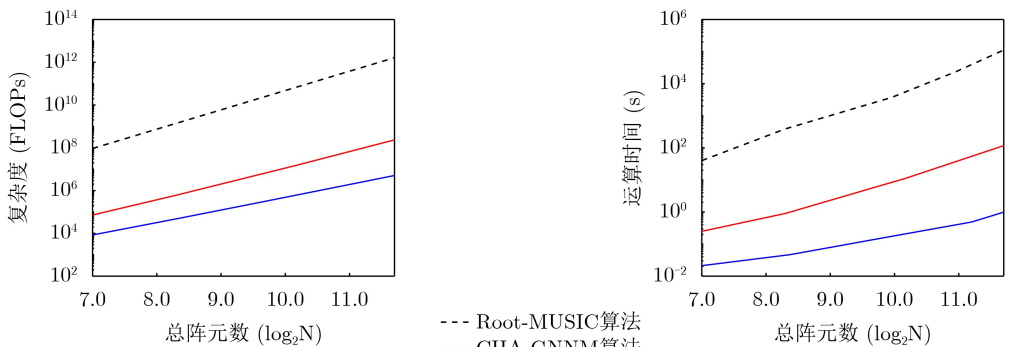


图5 3D候选角度散点图



(a) 均方根误差与信噪比间的关系曲线 (b) 均方根误差与阵元数间的关系曲线 (c) 均方根误差与快拍数间的关系曲线

图6 算法误差性能仿真



(a) 计算复杂度与阵元数间的关系曲线 (b) 运算时间与阵元数间的关系曲线

图7 算法计算效率仿真

上同样具有较好的效率优势, 其时间变化趋势由 MATLAB 的 TIC-TOC 机制记录, 与图 7(a) 所示复杂度分析结果总体一致。需要说明的是, 理论复杂度主要反映算法运算量随阵元规模增长的变化规律, 而实际运算时间除受理论复杂度影响外, 还与软件当前分配性能、软件矩阵运算库优化程度等因素有关。因此, 运行时间结果主要用于对理论复杂度分析的补充, 其差异不一定与 FLOPs 复杂度差异完全一致。

## 7 小结

为应对阵元规模持续增长所带来的计算复杂度急剧上升问题, 本文构建了一种面向大规模阵列的复合分级阵列结构, 并结合复合分级结构的阵列特点, 提出了两种快速 DOA 估计算法。两种算法均基于阵列分组之间的差异性以及同一信号源在不同组间观测结果所满足的一致性原则, 通过对多组相位信息进行关联与判断, 在较低计算复杂度条件下实现了相位模糊的有效消除, 从而完成目标方位的快速估计。其中, CHA-GNNM 算法具有计算流程相对简单和运行速度较快等特点, 因此能够高效地实现目标方位的快速锁定。CHA-CCM 算法则针对复合分级阵列结构的分组方式进行了均分调整, 在保持分级结构低复杂度优势的基础上, 更充分地利用不同分组间的内在互相关信息。同时, 通过对信号处理流程的针对性简化, 减少了不必要的计算步骤, 在复杂度可控的情况下提高了 DOA 估计的稳健性和精度。

综上, 提出的复合分级阵列结构及两种快速 DOA 估计方法, 为大规模阵列下的高效方位估计提供了新的思路。该结构能够较快完成相位模糊消除, 并实现目标方位的精确估计, 在大规模阵列信号处理的工程应用中具有一定的实际价值。需要指出的是, 本文方法的结构推导和参数匹配主要针对单目标场景展开。在多目标条件下, 多个目标对应的候选解可能同时出现, 且不同基线或子阵组合得到的估计结果之间可能存在交叉匹配和相互干扰, 因此候选解集构造和融合准则仍需进一步优化。后续研究将围绕多目标情况下的候选解筛选、稳健匹配和联合估计方法开展扩展, 以提高算法在复杂场景下的适用性和稳定性。

## 参考文献

- [1] ETTER P C. Underwater Acoustic Modeling and Simulation[M]. 5th ed. Boca Raton: CRC Press, 2018: 257-259.
- [2] ZEKAVAT R and BUEHRER R M. Handbook of Position Location[M]. Hoboken: Wiley-IEEE Press, 2012: 320-356.
- [3] 梁国龙, 滕远鑫, 王晋晋, 等. 一种适用于半互质阵的高精度波达方向估计方法[J]. 电子与信息学报, 2024, 46(8): 3228-3237. doi: 10.11999/JEIT231139.
- [4] LIANG Guolong, TENG Yuanxin, WANG Jinjin, et al. A high precision direction of arrival estimation method applied to semi-coprime arrays[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2024, 46(8): 3228-3237. doi: 10.11999/JEIT231139.
- [4] 范旭慧, 王宇翼, 王安义, 等. 鲁棒自适应稀疏阵列波束形成[J]. 电子与信息学报, 2026, 48(1): 202-211. doi: 10.11999/JEIT250952.
- [5] FAN Xuhui, WANG Yuyi, WANG Anyi, et al. Robust adaptive beamforming for sparse arrays[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2026, 48(1): 202-211. doi: 10.11999/JEIT250952.
- [5] 商志刚, 曲星昊, 马璐, 等. 水声通信定位一体化研究综述[J]. 声学学报, 2026, 51(2): 465-477. doi: 10.12395/0371-0025.2025322.
- [5] SHANG Zhigang, QU Xinghao, MA Lu, et al. A review of research on underwater acoustic integrated communication and localization[J]. *Acta Acustica*, 2026, 51(2): 465-477. doi: 10.12395/0371-0025.2025322.
- [6] 刘帅, 许媛媛, 闫锋刚, 等. 泰勒展开与交替投影最大似然结合的离网格 DOA 估计算法[J]. 电子与信息学报, 2024, 46(8): 3219-3227. doi: 10.11999/JEIT231376.
- [6] LIU Shuai, XU Yuanyuan, YAN Fenggang, et al. Off-grid DOA estimation algorithm based on Taylor-expansion and alternating projection maximum likelihood[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2024, 46(8): 3219-3227. doi: 10.11999/JEIT231376.
- [7] 高山, 章伟裕, 郭良浩, 等. 分步波束形成和反卷积联合的面阵波达方向估计方法[J]. 声学学报, 2026, 51(3): 878-890. doi: 10.12395/0371-0025.2024011.
- [7] GAO Shan, ZHANG Weiyu, GUO Lianghao, et al. Direction of arrival estimation jointing two-stage beamforming and deconvolution for an area array[J]. *Acta Acustica*, 2026, 51(3): 878-890. doi: 10.12395/0371-0025.2024011.
- [8] JIAO Lulu, YANG Xinghai, QUAN Tianqi, et al. High-precision DOA estimation for underwater acoustic signals based on sparsity adaptation[J]. *Frontiers in Marine Science*, 2022, 9: 1022494. doi: 10.3389/fmars.2022.1022494.
- [9] CAO Renzheng, LIU Binyue, GAO Feifei, et al. A low-complex one-snapshot DOA estimation algorithm with massive ULA[J]. *IEEE Communications Letters*, 2017, 21(5): 1071-1074. doi: 10.1109/LCOMM.2017.2652442.
- [10] LI Baobao, ZHANG Xiaofei, LI Jianfeng, et al. DOA estimation of non-circular source for large uniform linear

- array with a single snapshot: Extended DFT method[J]. *IEEE Communications Letters*, 2021, 25(12): 3843–3847. doi: [10.1109/LCOMM.2021.3120211](https://doi.org/10.1109/LCOMM.2021.3120211).
- [11] YANG Xiao, LIU Licheng, and WANG Yide. A new low complexity DOA estimation algorithm for massive MIMO systems[C]. 2016 IEEE International Conference on Consumer Electronics-China (ICCE-China), Guangzhou, China, 2016: 1–4. doi: [10.1109/ICCE-China.2016.7849735](https://doi.org/10.1109/ICCE-China.2016.7849735).
- [12] CHEN Yiwen, JIE Qijuan, ZHANG Yiqiao, *et al.* Two rapid power iterative DOA estimators for UAV emitter using massive/ultra-massive receive array[J]. *Drones*, 2023, 7(6): 361. doi: [10.3390/drones7060361](https://doi.org/10.3390/drones7060361).
- [13] CHEN Yiwen, ZHAN Xichao, SHU Feng, *et al.* Two low-complexity DOA estimators for massive/ultra-massive MIMO receive array[J]. *IEEE Wireless Communications Letters*, 2022, 11(11): 2385–2389. doi: [10.1109/LWC.2022.3204173](https://doi.org/10.1109/LWC.2022.3204173).
- [14] CHUANG Shengfu, WU Wenrong, and LIU Yenting. High-resolution AoA estimation for hybrid antenna arrays[J]. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 2015, 63(7): 2955–2968. doi: [10.1109/TAP.2015.2426795](https://doi.org/10.1109/TAP.2015.2426795).
- [15] SHU Feng, QIN Yaolu, LIU Tingting, *et al.* Low-complexity and high-resolution DOA estimation for hybrid analog and digital massive MIMO receive array[J]. *IEEE Transactions on Communications*, 2018, 66(6): 2487–2501. doi: [10.1109/TCOMM.2018.2805803](https://doi.org/10.1109/TCOMM.2018.2805803).
- [16] ZHANG Ruoyu, SHIM B, and WU Wen. Direction-of-arrival estimation for large antenna arrays with hybrid analog and digital architectures[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2022, 70: 72–88. doi: [10.1109/TSP.2021.3119768](https://doi.org/10.1109/TSP.2021.3119768).
- [17] SHU Feng, SHI Baihua, CHEN Yiwen, *et al.* A new heterogeneous hybrid massive MIMO receiver with an intrinsic ability of removing phase ambiguity of DOA estimation via machine learning[J]. *IEEE Transactions on Machine Learning in Communications and Networking*, 2025, 3: 17–29. doi: [10.1109/TMLCN.2024.3506874](https://doi.org/10.1109/TMLCN.2024.3506874).
- [18] HUANG Hongji, YANG Jie, HUANG Hao, *et al.* Deep learning for super-resolution channel estimation and DOA estimation based massive MIMO system[J]. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 2018, 67(9): 8549–8560. doi: [10.1109/TVT.2018.2851783](https://doi.org/10.1109/TVT.2018.2851783).
- [19] CHEN Yiwen, ZHENG Yuxiang, ZHANG Yiqiao, *et al.* Deep-learning-aided low-complexity DOA estimators for ultra-massive MIMO overlapped receive array[C]. 2023 IEEE 6th International Conference on Pattern Recognition and Artificial Intelligence (PRAI), Haikou, China, 2023: 1201–1205. doi: [10.1109/PRAI59366.2023.10332046](https://doi.org/10.1109/PRAI59366.2023.10332046).
- [20] HU Die, ZHANG Yonghao, HE Lianghua, *et al.* Low-complexity deep-learning-based DOA Estimation for hybrid massive MIMO systems with uniform circular arrays[J]. *IEEE Wireless Communications Letters*, 2020, 9(1): 83–86. doi: [10.1109/LWC.2019.2942595](https://doi.org/10.1109/LWC.2019.2942595).
- [21] RAO B D and HARI K V S. Performance analysis of root-MUSIC[J]. *IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, 1989, 37(12): 1939–1949. doi: [10.1109/29.45540](https://doi.org/10.1109/29.45540).
- [22] STOICA P and NEHORAI A. MUSIC, maximum likelihood, and Cramer-Rao bound[J]. *IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, 1989, 37(5): 720–741. doi: [10.1109/29.17564](https://doi.org/10.1109/29.17564).
- [23] HUNGER R and REPORT T. Floating Point Operations in Matrix-Vector Calculus[M]. München: Technische Universität München, 2007: 5–14.
- 陈艺文: 男, 硕士, 研究方向为水声定位技术。  
董阳泽: 男, 研究员, 研究方向为信号与信息处理。  
陈夏华: 男, 实习研究员, 研究方向为水声信号处理。  
凌文昌: 男, 实习研究员, 研究方向为智能信号处理、人工智能。  
熊逸文: 男, 硕士, 研究方向为阵列信号处理技术。

责任编辑: 余 蓉

## Low-Complexity Phase Ambiguity Resolution DOA Estimation Algorithm for Composite Hierarchical Receiver Array Structure

CHEN Yiwen    DONG Yangze    CHEN Xiaohua    LING Wenchang    XIONG Yiwen

(Guangdong Provincial Laboratory of Southern Ocean Science and Engineering (Zhanjiang) Zhanjiang 524000, China)

### Abstract:

**Objective** Direction of Arrival (DOA) estimation is a key technique in sonar target localization. With the continuously increasing demand for high-precision direction estimation in complex environments, the number of array elements used for estimation is being scaled up. While the direction-finding accuracy and resolution are improved, a heavy computational burden is also imposed on conventional DOA estimation algorithms. To address this issue, a low-complexity composite hierarchical receiving array structure is constructed in this paper, and two rapidly phase ambiguity resolution methods are proposed: the composite hierarchical global

nearest-neighbor matching (CHA-GNNM) and the composite hierarchical cross-correlation covariance merging (CHA-CCM).

**Methods** The CHA-GNNM algorithm gets multiple candidate solution sets by exploiting the auto-covariance and cross-covariance relationships among the subarrays within each group. The true solution in each candidate set is identified according to nearest-neighbor matching and the consistency characteristics of the signal source. Then, the final DOA estimation is obtained through multilevel coherent combination. In this way, phase ambiguity resolution and angle matching are completed at a relatively low computational cost. However, since the correlation information among all array elements is not fully considered, some performance loss exists in the estimation results. To achieve better DOA estimation performance, the CHA-CCM adjusts the composite hierarchical structure into evenly partitioned groups, and these groups can be regarded as several large subarrays, and multiple large candidate solution sets can be obtained from the cross-correlation relationships among them. Then, the array elements in each group are divided into multiple small subarrays, and multiple small candidate solution sets are obtained by calculating the auto-covariance and cross-covariance relationships among the subarrays within each group. Furthermore, a rough solution is then determined through coprime clustering, and a more accurate initial DOA estimation is given by the small candidate solution sets. Finally, the pseudo-solutions in the large candidate solution sets are removed by the initial DOA estimation and an accurate DOA estimation is obtained. In this way, by combining a low-complexity covariance block-processing strategy, the high computational complexity is avoided and higher-accuracy direction estimation is achieved.

**Results and Discussions** Simulation results show that, as the number of array elements increases, the two proposed algorithms significantly reduce the computational burden, and phase ambiguity is effectively eliminated through the special array construction (Fig.4). Among them, coarse direction estimation is achieved by the CHA-GNNM algorithm with a complexity reduction of nearly six orders of magnitude (Fig.6) relative to the conventional Root-MUSIC algorithm, and it is more suitable for scenarios that require high real-time performance. By contrast, with only a small increase in computational cost (Fig.6), the CHA-CCM algorithm attains DOA estimation performance close to the CRLB above a certain signal-to-noise ratio threshold (Fig.5), and a favorable balance is achieved between estimation accuracy and computational complexity.

**Conclusions** To address the sharp increase in computational complexity caused by the increasing number of array elements, a composite hierarchical array structure for large-scale arrays is constructed in this paper. By hierarchically grouping the array elements, the structural characteristics of the hierarchical array are exploited, and a new implementation approach is provided for low-complexity direction finding. Based on the characteristics of the composite hierarchical array, two fast DOA estimation algorithms are proposed. In both algorithms, effective phase ambiguity resolution is achieved under low computational complexity by exploiting the inter-group differences of the array and the consistency of the observations of the same source across different groups, so that rapid direction estimation is accomplished. In the CHA-GNNM algorithm, the phase-difference relationships among subarrays in the composite hierarchical array are mainly utilized, and ambiguity resolution and angle matching are carried out in a relatively direct manner. This method is characterized by a relatively simple computational procedure, low implementation difficulty, and fast execution speed, and thus rapid target direction finding is achieved with high efficiency. However, since the cross-correlation information among all array elements is not fully exploited, and the statistical characteristics of the array are not sufficiently utilized, some performance degradation is incurred under complicated signal conditions. To further improve the estimation performance, the CHA-CCM algorithm is proposed. In this algorithm, the composite hierarchical array is adjusted to an evenly partitioned form. While the low-complexity advantage of the hierarchical structure is retained, cross-correlation information is further introduced at the group level, so that the intrinsic relationships among different groups are more fully utilized. In addition, the signal processing procedure is simplified in a targeted manner, and unnecessary computational steps are reduced. As a result, the robustness and accuracy of DOA estimation are improved while the computational complexity remains controllable. Compared with CHA-GNNM, a small amount of computational speed is sacrificed in CHA-CCM, and a more favorable balance between computational complexity and direction-finding performance is achieved. In summary, the proposed composite hierarchical structure and the two fast DOA estimation algorithms provide a new approach for efficient direction finding in large-scale arrays. CHA-GNNM is more suitable for applications with relatively real-time requirements, whereas CHA-CCM is more suitable for applications with higher demands on estimation accuracy and robustness. The proposed structure can achieve efficient phase ambiguity resolution and accurate target direction estimation, and it also has theoretical and practical value for engineering applications of large-scale array signal processing.

**Key words:** DOA; Massive array; Computational complexity; Nearest neighbor matching