

# 机动群目标箱粒子 $\delta$ -GLMB跟踪算法研究

甘林海<sup>①③</sup> 王刚<sup>①</sup> 李志汇<sup>②</sup> 孙文<sup>①</sup> 王宝堂<sup>③</sup>

<sup>①</sup>(空军工程大学 西安 710051)

<sup>②</sup>(国防科技大学电子对抗学院 合肥 230037)

<sup>③</sup>(94654部队 南京 210023)

**摘要:** 针对非线性量测条件下的多机动群目标跟踪问题, 提出了一种基于交互式多模型的伽马箱粒子 $\delta$ -广义标签多伯努利(Interactive Multiple Model Gamma Box Particle  $\delta$ -Generalized Labeled Multi-Bernoulli, IMM-GBP- $\delta$ -GLMB)算法。基于箱粒子滤波框架和区间分析理论, 以区间覆盖代替多点概率近似, 实现对量测不确定性和扩展状态的高效表示; 通过改进似然函数和引入交互式多模型分别增强对群目标扩展外形和质心运动状态的跟踪能力, 提升了算法的跟踪精度。最后, 结合随机有限集理论推导了算法的 $\delta$ -GLMB形式。仿真结果表明, 所提算法以8.5%左右的跟踪精度代价, 获得了3.8倍的时效性提升; 对3个群目标和2个群目标的平均跟踪时间增长速度为原算法的96%, 对群目标数量增加具有较好的时间鲁棒性, 所提算法具有较好的实用价值。

**关键词:** 群目标; 广义标签多伯努利; 箱粒子滤波; 交互式多模型; 伽马高斯逆威夏特

中图分类号: TN953

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2026)00-0001-10

DOI: 10.11999/JEIT251273

CSTR: 32379.14.JEIT251273

## 1 引言

扩展目标的反射源具有整体运动的特征, 且回波通常比较密集, 可将其看作特殊的密集群目标<sup>[1]</sup>。文献<sup>[2]</sup>对群目标跟踪技术进行回顾, 系统介绍了近年来群目标跟踪模型和技术的发展情况。联合概率数据关联<sup>[3]</sup>、多假设跟踪<sup>[4]</sup>等传统多目标跟踪方法, 本质是单目标滤波与数据关联方法的结合, 通常计算较为复杂且需要已知目标数目。基于随机有限集(Random Finite Set, RFS)框架的多目标跟踪方法, 如: 概率假设密度滤波器<sup>[5]</sup>、GLMB滤波器<sup>[6]</sup>等, 直接对多目标的状态进行最优或次优估计, 可较好地解决未知数目的目标跟踪问题,  $\delta$ -GLMB作为GLMB方法的一种近似实现, 是多目标跟踪领域的研究热点。

箱粒子滤波(Box Particle Filter, BPF)方法以区间化的箱粒子替代传统点粒子描述目标概率密度, 在处理量测不确定性问题时, 具有更强的鲁棒性和更高的计算效率<sup>[7]</sup>。文献<sup>[8]</sup>提出了一种基于箱粒子滤波的多目标跟踪方法, 但没有对目标航迹进行估计。文献<sup>[9]</sup>提出一种基于RFS的BPF方法, 实现了多传感器在非线性量测条件下对多目标的航迹跟踪。文献<sup>[10]</sup>研究了基于BPF的扩展目标跟踪问题, 但未考虑目标机动运动的影响。文献<sup>[11]</sup>提出基于BPF的多模型标签多伯努利算法, 该算法缺乏对目标外形的估计, 且未对不同模型加标签, 导致各箱粒子与运动模型之间不能一一对应。

本文提出一种IMM-GBP- $\delta$ -GLMB算法, 利用区间化的箱粒子描述群目标的量测分布和扩展状态, 提升了计算效率; 通过增强似然函数对扩展外形几何特性的刻画, 提升了对扩展状态的跟踪精度; 通过对箱粒子运动状态与运动模型的联合估计, 提升了对机动群目标运动状态的跟踪精度。

## 2 模型建立

### 2.1 质心状态和扩展状态模型

假设群目标量测比率 $\gamma$ 服从Gamma分布, 质心状态 $x$ 服从高斯分布, 扩展状态 $\mathbf{X}$ 服从逆Wishart分布, 则群目标状态 $\xi = (\gamma, \mathbf{x}, \mathbf{X})$ 服从伽马高斯逆威夏特(Gamma Gaussian Inverse Wishart, GGIW)分布<sup>[12]</sup>, 定义

$$[x] = [x, \bar{x}] = \{x \in \mathbb{R}, \underline{x} \leq x \leq \bar{x}\} \quad (1)$$

为一个区间变量。 $[x]$ 为实数集 $\mathbb{R}$ 上, 上下界分别为 $\underline{x}$ 和 $\bar{x}$ 的一个闭合连通子集,  $x$ 在区间 $[\underline{x}, \bar{x}]$ 上服从均匀分布。目标质心状态的运动模型可描述为

$$[\mathbf{x}_k] = [f]([\mathbf{x}_{k-1}], [\mathbf{w}_{k-1}]) \quad (2)$$

式中,  $[\mathbf{x}] = [x_1] \times [x_2] \cdots \times [x_d]$ 为 $d$ 维向量 $\mathbf{x}$ 的区间化表示;  $\mathbf{w}_k$ 表示服从高斯分布的过程噪声向量; 下标 $k$ 为目标运动时刻;  $f$ 为非线性状态转移函数;  $[f]$ 为函数 $f$ 的包含函数, 满足 $f([\mathbf{x}_k]) \subseteq [f]([\mathbf{x}_k])$ 。

群目标扩展状态演化模型可表示为<sup>[13]</sup>

$$\mathbf{X}_k = f_x(\mathbf{X}_{k-1}, A, \mathbf{w}_{k,k}) \quad (3)$$

式中,  $\mathbf{X}_k \in \mathbb{S}_{++}^d$ 为 $d \times d$ 维的对称正定矩阵;  $f_x$ 为

扩展状态的状态转移函数； $\mathbf{A}$ 为群目标扩展状态的状态转移矩阵； $\mathbf{w}_{e,k}$ 为扩展状态的过程噪声向量。在群目标运动过程中扩展外形大小保持不变的情况下，若目标做匀速直线运动，则 $\mathbf{A}$ 为一个单位矩阵，若目标做匀速转弯运动， $\mathbf{A}$ 为一个旋转矩阵， $E[\mathbf{X}_k] = \mathbf{A} \times E[\mathbf{X}_{k-1}] \times \mathbf{A}^T$ 。

## 2.2 量测模型

建立非线性量测模型为

$$\mathbf{z}_k = h_k(\mathbf{x}_k, \mathbf{v}_k) \quad (4)$$

$\mathbf{z}_k$ 为传感器量测； $h_x(\cdot)$ 为非线性量测方程； $\mathbf{v}_k$ 为服从协方差为 $\mathbf{R}_k$ 的高斯量测噪声。

箱粒子滤波方法以区间化的量测代替传统点量测，采用 $3\sigma$ 准则设定量测区间大小， $h_k(\mathbf{x}_k, \mathbf{v}_k)$ 通常不会位于区间量测的中间(考虑传感器存在系统误差时)，区间化的量测模型可表示为<sup>[14]</sup>

$$[\mathbf{z}_k] = \left[ h_k(\mathbf{x}_k, \mathbf{v}_k) - \frac{3}{2}\Delta, h_k(\mathbf{x}_k, \mathbf{v}_k) + \frac{1}{2}\Delta \right] \quad (5)$$

$\Delta = 3\sigma_v$ ， $\sigma_v$ 为量测噪声标准差向量。

## 2.3 似然函数

假设群目标量测比率、质心状态、扩展状态相互独立，则 $k$ 时刻群目标的后验概率密度可表示为

$$p(\xi_k | \mathbf{z}_k) = p(\gamma_k | \mathbf{z}_k) p(\mathbf{x}_k | \mathbf{z}_k) p(\mathbf{X}_k | \mathbf{z}_k) \quad (6)$$

式中， $p(\gamma_k | \mathbf{z}_k)$ 表示量测比率的概率密度函数，服从Gamma分布； $p(\mathbf{x}_k | \mathbf{z}_k)$ 表示质心状态的概率密度函数，服从高斯分布； $p(\mathbf{X}_k | \mathbf{z}_k)$ 表示扩展状态的概率密度函数，服从逆威夏特分布<sup>[12]</sup>。由假设可知

$$p([\mathbf{z}_k] | [\mathbf{x}_k^{(i)}], [\mathbf{X}_k^{(i)}]) \propto p([\mathbf{z}_k] | [\mathbf{x}_k^{(i)}]) \cdot p([\mathbf{z}_k] | [\mathbf{X}_k^{(i)}]) \quad (7)$$

式中， $[\mathbf{X}_k] = [f_x](\mathbf{x}_k, \mathbf{X}_k)$ 表示包含扩展状态椭圆 $\mathbf{X}_k$ 的矩形箱体，如图1(a)所示；上标 $i$ 表示箱粒子的编号。质心状态的量测似然函数可表示为<sup>[15]</sup>

$$p([\mathbf{z}_k] | [\mathbf{x}_k^{(i)}]) = \frac{|[h_{CP}]([\mathbf{x}_k^{(i)}], [\mathbf{z}_k], [\mathbf{v}_k])|}{|[\mathbf{x}_k^{(i)}]|} \quad (8)$$

$[h_{CP}]([\mathbf{x}_k^{(i)}], [\mathbf{z}_k], [\mathbf{v}_k])$ 表示经过 $[\mathbf{z}_k] = h_k([\mathbf{x}_k^{(i)}])$ ,

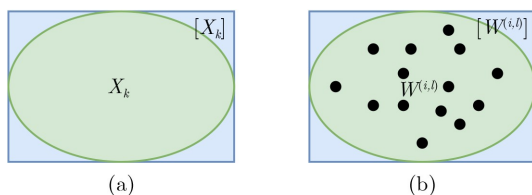


图 1 扩展状态和量测单元区间化表示

$[\mathbf{v}_k]$ 约束的 $[\mathbf{x}_k^{(i)}]$ ， $||\cdot||$ 表示求区间向量的尺寸(各维区间大小的乘积)。

一个群目标通常可产生多个量测，通过距离划分方法<sup>[15]</sup>可将多个距离较近的量测划分到同一量测单元，计算目标对量测单元的似然函数，可减小算法计算量。假设 $W^{(i,l)} = \{\mathbf{z}_j\}_{j=1}^{|W^{(i,l)}|}$ 表示第 $i$ 种划分对应的第 $l$ 个量测单元，当 $M$ 表示一个集合时， $|M|$ 表示 $M$ 包含的非空子集个数。

扩展状态的似然函数可表示为<sup>[16]</sup>

$$p([\mathbf{z}_k] | [\mathbf{X}_k]) \approx \frac{|[h_{x,y,k}^{-1}(\mathbf{z}_k)] \cap [W^{(i,l)}]|}{|[W^{(i,l)}]|} \quad (9)$$

$h_{x,y,k}^{-1}(\mathbf{z}_k)$ 为式(4)的逆函数，表示量测 $\mathbf{z}_k$ 的位置，且仅包含 $x$ 和 $y$ 两个坐标维度。 $[W^{(i,l)}]$ 为量测子集 $W^{(i,l)}$ 中的量测在空间分布的区间化表示，如图1(b)所示，图中，“.”表示量测。

$$[W^{(i,l)}] = [f_{W^{(i,l)}}](\bar{\mathbf{z}}_k^{W^{(i,l)}}, \mathbf{Z}_k^{W^{(i,l)}}) \quad (10)$$

$$\mathbf{z}_k^W = \frac{1}{|W|} \sum_{\mathbf{z}_k^{(i)} \in W} \mathbf{z}_k^{(i)} \quad (11)$$

$$\mathbf{Z}_k^W = \sum_{\mathbf{z}_k^{(i)} \in W} (\mathbf{z}_k^{(i)} - \bar{\mathbf{z}}_k^W) (\mathbf{z}_k^{(i)} - \bar{\mathbf{z}}_k^W)^T \quad (12)$$

$[f_{W^{(i,l)}}]$ 为将 $W^{(i,l)}$ 区间化表示的函数。

进一步得到扩展状态似然函数的近似表示

$$p([W^{(i,l)}] | [\mathbf{X}_k]) \approx \prod_{\mathbf{z}_k^{(j)} \in W^{(i,l)}} \frac{|[h_{x,y,k}^{-1}(\mathbf{z}_k^{(j)})] \cap [W^{(i,l)}]|}{|[W^{(i,l)}]|} \quad (13)$$

式(13)中，等号右边只体现了量测子集与扩展状态的面积之间的关系，与二者外形之间的相似性无关，即任何目标与该量测单元发生关联时，若重叠面积相等，则扩展状态的似然函数一致。针对这一问题，本节提出一种新的扩展状态似然函数描述

$$p([W^{(i,l)}] | [\mathbf{X}_k]) \approx p(S_{W^{(i,l)}} | S_X) p(\varphi_{W^{(i,l)}} | \varphi_X) \quad (14)$$

式中， $p(S_{W^{(i,l)}} | S_X)$ 和 $p(\varphi_{W^{(i,l)}} | \varphi_X)$ 分别表示量测单元和目标扩展状态在尺寸和角度上的似然函数，令

$$p(S_{W^{(i,l)}} | S_X) = \frac{\min(r_{W_a}, r_{X_a})}{\max(r_{W_a}, r_{X_a})} \cdot \frac{\min(r_{W_b}, r_{X_b})}{\max(r_{W_b}, r_{X_b})} \quad (15)$$

$$P(\varphi_{W^{(i,l)}} | \varphi_X) = \lambda \exp\left(-2 \sin\left(\frac{|\varphi_{W^{(i,l)}} - \varphi_X|}{2}\right) / s^2\right) \quad (16)$$

式中， $r_{W_a}$ 和 $r_{X_a}$ 分别表示 $W^{(i,l)}$ 和 $\mathbf{X}_k$ 所表示椭圆的

长半轴； $r_{W_b}$ 和 $r_{X_b}$ 分别表示 $W^{(i,l)}$ 和 $\mathbf{X}_k$ 所表示椭圆的短半轴。 $\varphi_{W^{(i,l)}}$ 和 $\varphi_X$ 表示两椭圆与X轴的夹角， $\lambda$ 为尺度系数， $s$ 为一个长度标量，本节中取 $\lambda = 2$ ， $s = \pi/4$ 。需要说明的是，目前为止，未见公开发表的文献上有关于扩展状态和量测分布的确切关系描述，但 $W^{(i,l)}$ 内量测的分布情况能够在一定程度上反映扩展外形的大小和方向，提高似然函数对二者相似性描述的准确度。

由此可得群目标第 $i$ 个粒子对量测单元 $W^{(P,l)}$ 的似然函数

$$\tilde{g}\left([W^{(P,l)}]|\xi_k^{(i)}\right) = p\left([W^{(P,l)}]|\gamma_k^{(i)}\right) \cdot p\left([W^{(P,l)}]|\left[\mathbf{x}_k^{(i)}\right], \left[\mathbf{X}_k^{(i)}\right]\right) \quad (17)$$

### 3 预测与更新

#### 3.1 单群目标的预测和更新密度

假设 $k$ 时刻群目标的后验概率密度服从 $\delta$ -GLMB分布，标签为 $\ell$ 的目标由一组带权值的箱粒子 $\left\{\omega_k^{(\ell,i)}, \left[\xi_k^{(\ell,i)}\right]\right\}_{i=1}^{N(\ell)}$ 表示， $N(\ell)$ 是标签为 $\ell$ 的群目标的箱粒子数。

$$p^{(s)}(\xi, \ell) \approx \sum_{i=1}^{N(\ell)} \omega^{(\ell,i)} U_{[\xi^{(\ell,i)}]}(\xi) \quad (18)$$

$U_{[\xi^{(\ell,i)}]}(\xi)$ 表示 $[\xi^{(\ell,i)}]$ 中均匀分布的概率密度函数； $\varsigma = (\theta_1, k)$ 表示航迹与量测从初始时刻到当前时刻的关联映射序列； $\theta$ 表示航迹与量测的关联映射。

##### 3.1.1 预测概率密度

为简化表达，省略下标“ $k$ ”，并用下标“ $+$ ”表示下一时刻。群目标Gamma箱粒子 $\delta$ -GLMB滤波器的预测概率密度可表示为

$$\pi(\mathcal{X}_+) = \Delta(\mathcal{X}_+) \sum_{(I_+, \varsigma) \in \mathcal{F}(\mathbb{L}_+) \times \Xi} w_+^{(I_+, \varsigma)}(L(\mathcal{X}_+)) \cdot \delta_{I_+}(L(\mathcal{X}_+)) \left[p_+^{(s)}(\cdot)\right]^{\mathcal{X}_+} \quad (19)$$

式中

$$w_+^{(I_+, \varsigma)}(L_+) = w_S^{(I_+, \varsigma)}(L_+ \cap \mathbb{L}) w_B(L_+ \cap \mathbb{B}_+) \quad (20)$$

$$p_+^{(s)}(\xi_+, \ell_+) = 1_{\mathbb{L}}(\ell) p_S^{(s)}(\xi_+, \ell_+) + (1 - 1_{\mathbb{L}}(\ell)) \cdot p_B(\xi_+, \ell_+) \quad (21)$$

$$p_S^{(s)}(\xi_+, \ell_+) = \frac{\int \mathfrak{S} d\xi}{\eta_S^{(s)}(\ell_+)} \quad (22)$$

$$\eta_S^{(s)}(\ell_+) = \int \int \mathfrak{S} d\xi' d\xi_+ \quad (23)$$

$$w_S^{(I, \varsigma)}(J) = \left[\eta_S^{(s)}\right]^J \sum_{I \subseteq \mathbb{L}} 1_I(J) \left[q_S^{(s)}\right]^{I-J} w^{(I, \varsigma)}(J) \quad (24)$$

$$q_S^{(s)}(\ell) = \int q_S(\xi, \ell) p^{(s)}(\xi, \ell) d\xi \quad (25)$$

$$1_A(B) = \begin{cases} 1, & B \subseteq A \\ 0, & B \not\subseteq A \end{cases} \quad (26)$$

$$\mathfrak{S} = p_S(\xi, \ell) f(\xi_+|\xi, \ell) p^{(s)}(\xi, \ell) \approx p_S(\xi, \ell) [f](\xi_+|\xi, \ell) \sum_{i=1}^{N(\ell_+)} \omega^{(\ell_+, i)} U_{[\xi^{(\ell_+, i)}]}(\xi) \quad (27)$$

$$\int \mathfrak{S} d\xi \approx \sum_{i=1}^{N(\ell)} \omega_S^{(\ell, i)} p\left(\gamma_+^{(\ell, i)}|Z\right) \cdot U_{[f]}\left([\mathbf{x}^{(\ell, i)}], [\mathbf{X}^{(\ell, i)}], [\mathbf{w}^{(\ell, i)}], [\mathbf{w}_e^{(\ell, i)}]\right)(\mathbf{x}_+, \mathbf{X}_+) \quad (28)$$

$$\eta_S^{(s)}(\ell_+) \approx \int \sum_{i=1}^{N(\ell)} \omega_S^{(\ell, i)} p\left(\gamma_+^{(\ell, i)}|Z\right) \cdot U_{[f]}\left([\mathbf{x}^{(\ell, i)}], [\mathbf{X}^{(\ell, i)}], [\mathbf{w}^{(\ell, i)}], [\mathbf{w}_e^{(\ell, i)}]\right) \cdot (\mathbf{x}_+, \mathbf{X}_+) d\xi_+ \quad (29)$$

$$\omega_S^{(\ell, i)} = \frac{p_S(\xi, \ell) \omega^{(\ell, i)}}{\sum_{i=1}^{N(\ell)} p_S(\xi, \ell) \omega^{(\ell, i)}} \quad (30)$$

存活目标和新生目标的概率密度可分别表示为

$$p_S^{(s)}(\xi_+, \ell_+) = \sum_{i=1}^{N(\ell_+)} \omega_S^{(\ell_+, i)} U_{[\xi_{S,+}^{(\ell_+, i)}]}(\xi) \quad (31)$$

$$p_B(\xi_+, \ell_+) = \sum_{i=1}^{N_{\Gamma}(\ell_+)} \omega_B^{(\ell_+, i)} U_{[\xi_{B,+}^{(\ell_+, i)}]}(\xi, r) \quad (32)$$

$\xi_{B,+}^{(\ell, i)}$ 为当前时刻新生目标在下一时刻的状态； $\omega_B$ 表示新生粒子的权值； $N_{\Gamma}$ 为每个新生目标的箱粒子数。 $\mathcal{X} = \{(\xi, \ell)_i\}, i = 1, 2, 3, \dots, |\mathcal{X}|$ 为空间 $\mathbb{X} \times \mathbb{L}$ 上的随机有限集； $\Xi$ 为一个离散空间，表示所有航迹与量测的关联历史， $\varsigma \in \Xi$ 。 $[f](\cdot)$ 表示群目标质心状态和扩展状态的区间化演化函数。 $\mathbf{w}^{(i)}$ 和 $\mathbf{w}_e^{(i)}$ 分别表示质心状态和扩展状态的过程噪声， $\xi_{S,+}^{(\ell, i)}$ 为存活粒子在下一时刻的状态； $N(\ell_+)$ 表示预测的箱粒子数目。

##### 3.1.2 更新概率密度

令 $\mathcal{U}_{\theta(\ell_+)}(Z_+) = W^{(P,l)}$ 表示与标签为 $\ell_+$ 的群目标相关联的量测单元。在考虑漏检和杂波条件下，单个群目标的量测似然函数为

$$\psi_{[\mathcal{U}(Z_+)]}(\xi_+, \ell_+; \theta_+) = \begin{cases} \frac{p_D(\xi_+, \ell_+) \sum_{i=1}^{N(\ell_+)} \omega^{(\ell_+, i)} \tilde{g}([\mathcal{U}_{\theta}(\ell_+)](Z_+)] | \xi_+, \ell_+, i)}{[k]_{\mathcal{U}_{\theta}(\ell_+)}^{(Z_+)}} \\ \theta(\ell_+) > 0 \\ q_D(\xi_+, \ell_+), \\ \theta(\ell_+) = 0 \end{cases}, \quad (33)$$

$$\omega^{(\ell_+, i)} = \mathbf{1}_{\mathbb{L}}(\ell) \omega_S^{(\ell, i)} + \mathbf{1}_{\mathbb{B}_+}(\ell) \omega_B^{(\ell, i)} \quad (34)$$

式中,  $p_D(\xi, \ell)$  为目标的检测概率;  $q_D(\xi, \ell) = 1 - p_D(\xi, \ell)$  表示漏检概率;  $k$  表示杂波强度函数。

由贝叶斯公式

$$\pi(\xi_+ | Z_+) = \frac{\pi(\xi_+) \psi_{Z_+}(Z_+ | \xi_+)}{\int \pi(\xi) \psi_{Z_+}(Z_+ | \xi) d\xi} \quad (35)$$

将式(19)和式(33)代入式(35), 得到单群目标的后验标签密度为

$$p^{(\varsigma, \theta)}(\xi_+, \ell_+ | \mathcal{U}(Z_+)) = \frac{p^{(\varsigma)}(\xi_+, \ell_+) \psi_{[\mathcal{U}(Z_+)]}(\xi_+, \ell_+; \theta)}{\eta_{[\mathcal{U}(Z_+)]}^{(\varsigma, \theta)}(\ell_+)} \quad (36)$$

$$\eta_{\mathcal{U}(Z_+)}^{(\varsigma, \theta)}(\ell_+) = \int p^{(\varsigma)}(\xi_+, \ell_+) \psi_{[\mathcal{U}(Z_+)]}(\xi_+, \ell_+; \theta) d\xi_+ = \frac{p_D(\ell_+) \eta^{(\aleph^{(\varsigma)}(\ell_+), [\mathcal{U}_{\theta}(\ell_+)](Z_+))}}{[k]_{\mathcal{U}_{\theta}(\ell_+)}^{(Z_+)}} \quad (37)$$

$$\eta^{(\aleph^{(\varsigma)}(\ell_+), [\mathcal{U}_{\theta}(\ell_+)](Z_+))} = \sum_{i=1}^{N(\ell_+)} \omega^{(\ell_+, i)} \cdot \eta_{+, \gamma}^{(\aleph^{(\varsigma)}(\ell_+), i, \mathcal{U}_{\theta}(\ell_+)(Z_+))} \cdot \eta_{+, \mathbf{x}, \mathbf{X}}^{(\aleph^{(\varsigma)}(\ell_+), i, [\mathcal{U}_{\theta}(\ell_+)](Z_+))} \quad (38)$$

$$\eta_{+, \gamma}^{(m, i, W)} = \frac{\Gamma(\alpha_W^{(m, i, W)}) (\beta_+^{(m, i)})^{\alpha_+^{(m, i)}}}{\Gamma(\alpha_+^{(m, i)}) (\beta_W^{(m, i, W)})^{\alpha_W^{(m, i, W)}} |W|!} \quad (39)$$

$$\eta_{+, \mathbf{x}, \mathbf{X}}^{(m, i, [W])} \approx \frac{\left| [\mathbf{z}_k^W(i, l)] \cap [\mathbf{x}_+^{(m, i)}] \right| \min(r_{W_a^{(i, l)}}, r_{X_{a, +}^{(m, i)}})}{\left| [\mathbf{x}_+^{(m, i)}] \right| \max(r_{W_a^{(i, l)}}, r_{X_{a, +}^{(m, i)}})} \cdot \frac{\min(r_{W_b^{(i, l)}}, r_{X_{b, +}^{(m, i)}})}{\max(r_{W_b^{(i, l)}}, r_{X_{b, +}^{(m, i)}})} \lambda e^{-\frac{2 \sin^2 \left( \frac{|\varphi_{W(i, l)} - \varphi_X|}{2} \right)}{s^2}} \quad (40)$$

$\aleph^{(\varsigma)}(\ell)$  是标签为  $\ell$ 、关联映射历史为  $\varsigma$  的群目标

所对应的预测密度的索引。式(39)为Gamma分布的定义,  $\alpha_+^{(m, i)}$ 、 $\beta_+^{(m, i)}$  为Gamma分布  $\gamma \sim \mathcal{GAM}(\gamma; \alpha, \beta)$  的预测参数,  $\alpha_W^{(m, i, W)}$ 、 $\beta_W^{(m, i, W)}$  为Gamma分布的更新参数; 式(40)由式(8)、式(14)得到。更新后第  $i$  个箱粒子的权值为

$$\omega^{(\ell_+, i, \theta)} = \frac{\omega^{(\ell_+, i)} \eta_{k, \gamma}^{(\aleph^{(\varsigma)}(\ell_+), i, \mathcal{U}_{\theta}(\ell_+)(Z_+))} \eta_{+, \mathbf{x}, \mathbf{X}}^{(\aleph^{(\varsigma)}(\ell_+), i, [\mathcal{U}_{\theta}(\ell_+)](Z_+))}}{\eta_+^{(\aleph^{(\varsigma)}(\ell_+), [\mathcal{U}_{\theta}(\ell_+)](Z_+))}} \quad (41)$$

### 3.2 IMM-GBP- $\delta$ -GLMB滤波器预测和更新

多机动目标系统可以看作是单个目标以不同运动模型发生演化的跳跃马尔科夫系统, 同一目标不同运动模型间的转移遵循马尔科夫链概率准则。目标在运动过程中不仅依赖当前模型发生演化, 还可能从当前模型以一定的转移概率和相应的状态转移函数转移到其他运动模型。假设模型索引  $r \in \mathcal{R}$ ,  $\mathcal{R}$  为所有模型的离散空间, 模型转移概率与状态转移概率相互独立。将模型索引看作目标状态的一部分, 则目标的标签状态集可表示为  $\tilde{\mathcal{X}} = \{(\xi, r, \ell)\}$ , 联合转移函数可表示为

$$\phi(\xi_+, r_+ | \xi, r, \ell) = f(\xi_+ | \xi, r_+, \ell) \Pi(r_+ | r) \quad (42)$$

式中,  $\Pi(r_+ | r)$  为模型的转移密度函数,  $\sum_{r_+ \in \mathbb{R}} \Pi(r_+ | r) = 1$ ;  $f(\xi_+ | \xi, r_+, \ell)$  为状态的条件转移密度。

令  $\mathbf{X} = (\xi, r)$ , 则

$$\int h(\mathbf{X}) d\mathbf{X} = \sum_{r \in \mathcal{R}} \int h(\xi, r) d\xi \quad (43)$$

$h(\cdot)$  为关于  $(\xi, r)$  的任意函数。

#### 3.2.1 预测

假设当前时刻多群目标后验概率密度服从  $\delta$ -GLMB分布, 则预测的多群目标密度可表示为

$$\pi(\tilde{\mathcal{X}}_+) = \Delta(\tilde{\mathcal{X}}_+) \sum_{(I_+, \varsigma) \in \mathcal{F}(\mathbb{L}_+) \times \Xi} w_+^{(I_+, \varsigma)} (\mathcal{L}(\tilde{\mathcal{X}}_+)) \delta_{I_+}(\mathcal{L}(\tilde{\mathcal{X}}_+)) [p_+^{(\varsigma)}(\cdot)]^{\tilde{\mathcal{X}}_+} \quad (44)$$

式中

$$w_+^{(I_+, \varsigma)}(L_+) = w_S^{(I_+, \varsigma)}(L_+ \cap \mathbb{L}) w_B(L_+ \cap \mathbb{B}_+) \quad (45)$$

$$p_+^{(\varsigma)}(\xi_+, r_+, \ell_+) = \mathbf{1}_{\mathbb{L}}(\ell_+) p_S^{(\varsigma)}(\xi_+, r_+, \ell_+) + \mathbf{1}_{\mathbb{B}_+}(\ell_+) \cdot p_B^{(\varsigma)}(\xi_+, r_+, \ell_+) \quad (46)$$

$$p_+^{(\varsigma)}(\xi_+, r_+, \ell_+) = \sum_{r \in \mathcal{R}} \langle p_S(\cdot, r, \ell) [\phi](\xi_+, r_+ | \cdot, r, \ell), p^{(\varsigma)}(\cdot, r, \ell) \rangle = \frac{\eta_S^{(\varsigma)}(\ell_+)}{\eta_S^{(\varsigma)}(\ell_+)} \quad (47)$$

$$\begin{aligned}
p_B^{(s)}(\xi_+, r_+, \ell_+) &= p_B^{(s)}(r_+, \ell_+) p_B^{(s)}(\xi_+ | r_+, \ell_+) \\
&\approx p_B^{(s)}(r_+, \ell_+) \sum_{i=1}^{N_T(r_+, \ell_+)} \omega_B^{(r_+, \ell_+, i)} \\
&\quad \cdot U_{[\xi_{B,+}^{(\ell_+, i)}, r_+]}(\xi, r) \quad (48)
\end{aligned}$$

$$\eta_S^{(s)}(\ell_+) = \sum_{r \in \mathcal{R}} \langle p_S(\cdot, r, \ell), p^{(s)}(\cdot, r, \ell) \rangle \quad (49)$$

$$w_S^{(I+, s)}(J) = [\eta_S^{(s)}]^J \sum_{I \subseteq \dots} 1_I(J) [1 - \eta_S^{(s)}]^{I-J} w^{(I, s)}(J) \quad (50)$$

式中,  $U_{[\xi_{B,+}^{(\ell_+, i)}, r_+]}(\xi, r)$  为新生箱粒子,  $p_S^{(s)}(\xi_+, r_+, \ell_+)$  表示存活目标的概率密度,  $p_B^{(s)}(\xi_+, r_+, \ell_+)$  表示新生目标的概率密度,  $p_S(\cdot, r, \ell)$  是状态为  $(\cdot, r, \ell)$  的目标的存活概率密度,  $[\phi](\cdot)$  为函数  $\phi(\cdot)$  的包含函数,  $p_B^{(s)}(r_+, \ell_+)$  表示新生目标模型的概率密度,  $\langle f, g \rangle = \int f(x) g(x) dx$  表示标准内积函数。

**证明1** 假设存活目标集合  $\mathbf{S}$  和新生目标集合  $\mathbf{B}$  分别服从条件LMB RFS分布<sup>[17]</sup>

$$f_S(\mathbf{S} | \tilde{\mathcal{X}}) \pi(\tilde{\mathcal{X}}) = \Delta(\tilde{\mathcal{X}}) \Delta(\mathbf{S}) 1_{\mathcal{L}(\tilde{\mathcal{X}})} \cdot (\mathcal{L}(\mathbf{S})) [\mathbf{H}(\mathbf{S}; \cdot)]^{\tilde{\mathcal{X}}} \quad (51)$$

$$f_B(\mathbf{B}) = \Delta(\mathbf{B}) w_B(\mathcal{L}(\mathbf{B})) [p_B]^\mathbf{B} \quad (52)$$

式中

$$\begin{aligned}
\mathbf{H}(\mathbf{S}; \xi, r, \ell) &= \sum_{(\xi_+, r_+, \ell_+) \in \mathbf{S}} \delta_\ell(\ell_+) p_S(\xi, r, \ell) [\phi] \\
&\quad \cdot (\xi_+, r_+ | \xi, r, \ell) + [1 - 1_{\mathcal{L}(\mathbf{S})}(\ell)] \\
&\quad \cdot q_S(\xi, r, \ell) \quad (53)
\end{aligned}$$

预测密度转移核可表示为

$$\begin{aligned}
f(\tilde{\mathcal{X}}_+ | \tilde{\mathcal{X}}) \pi(\tilde{\mathcal{X}}) &= f_S(\tilde{\mathcal{X}} \cap \mathbb{X} \times \mathcal{R} \times \mathbb{L}) \\
&\quad \cdot f_B(\tilde{\mathcal{X}} - \mathbb{X} \times \mathcal{R} \times \mathbb{L}) \quad (54)
\end{aligned}$$

令  $\tilde{\mathcal{X}}_S = \tilde{\mathcal{X}} \cap \mathbb{X} \times \mathcal{R} \times \mathbb{L}$ ,  $\tilde{\mathcal{X}}_B = \tilde{\mathcal{X}} \cap \mathbb{B}_+$ , 且  $\tilde{\mathcal{X}}_+ = \tilde{\mathcal{X}}_S \cap \tilde{\mathcal{X}}_B$ , 则有<sup>[18]</sup>

$$\begin{aligned}
\pi(\tilde{\mathcal{X}}_+) &= \int f(\tilde{\mathcal{X}}_+ | \tilde{\mathcal{X}}) \pi(\tilde{\mathcal{X}}) d\tilde{\mathcal{X}} \\
&= f_B(\tilde{\mathcal{X}}_B) \int \Delta(\tilde{\mathcal{X}}_S) 1_{\mathcal{L}(\tilde{\mathcal{X}})}(\mathcal{L}(\tilde{\mathcal{X}}_S)) \\
&\quad \cdot [\mathbf{H}(\tilde{\mathcal{X}}_S; \cdot)]^{\tilde{\mathcal{X}}} \Delta(\tilde{\mathcal{X}}) \sum_{(I, s) \in \mathcal{F}(\mathbb{L}) \times \Xi} w^{(I, s)} \\
&\quad \cdot (\mathcal{L}(\tilde{\mathcal{X}}_S)) \delta_I(\mathcal{L}(\tilde{\mathcal{X}}_S)) [p^{(s)}(\cdot)]^{\tilde{\mathcal{X}}} d\tilde{\mathcal{X}} \\
&= \Delta(\tilde{\mathcal{X}}_S) \Delta(\tilde{\mathcal{X}}_B) w_B(\mathcal{L}(\tilde{\mathcal{X}}_B)) [p_B]^{\tilde{\mathcal{X}}_B} \\
&\quad \cdot \sum_{(I, s) \in \mathcal{F}(\mathbb{L}) \times \Xi} \sum_{J \in \mathcal{F}(\mathbb{L})} w^{(I, s)}(J) \delta_I(J) \\
&\quad \cdot 1_J(\mathcal{L}(\tilde{\mathcal{X}}_S)) [\mathbf{H}(\tilde{\mathcal{X}}_S; \cdot, \ell) p^{(s)}(\cdot, \ell)]^{\tilde{\mathcal{X}}} \quad (55)
\end{aligned}$$

令  $\Delta(\tilde{\mathcal{X}}_+) = \Delta(\tilde{\mathcal{X}}_S) \Delta(\tilde{\mathcal{X}}_B)$ , 当且仅当  $I = J$  时, 上式求和不为0, 由此可得式(44)。

群目标预测概率密度  $p^{(s)}(\xi_+, r_+, \ell_+)$  的主要计算流程如表1所示。

表中,  $p^{(s)}(r, \ell)$  和  $p^{(s)}(\xi | r, \ell)$  分别表示模型概率密度和状态的条件概率密度, 满足

$$p^{(s)}(\xi, r, \ell) = p^{(s)}(r, \ell) p^{(s)}(\xi | r, \ell) \quad (60)$$

表 1 群目标预测概率密度的主要计算流程

**输入:**  $\{\Pi(r_+ | r), p^{(s)}(\xi, r, \ell), p_S(\cdot, r, \ell), [f](\xi_+ | \cdot, r_+, \ell)\}$

### 1. 输入交互

①求解模型的预测概率密度

$$p_S^{(s)}(r_+, \ell) = \sum_{r \in \mathcal{R}} \Pi(r_+ | r) p^{(s)}(r, \ell) \quad (56)$$

②模型的条件概率密度

$$p_S^{(s)}(r_+ | r, \ell) = \Pi(r_+ | r) p^{(s)}(r, \ell) / p_S^{(s)}(r_+, \ell) \quad (57)$$

③混合估计

$$p^{(s)}(\xi_0 | r_+, \ell) = \sum_{r \in \mathcal{R}} p^{(s)}(\xi | r, \ell) p_S^{(s)}(r_+ | r, \ell) \quad (58)$$

### 2. 滤波器预测

$$\begin{aligned}
p_S^{(s)}(\xi_+, r_+, \ell_+) &= \frac{\langle p_S(\cdot, r, \ell) [f](\xi_+ | \cdot, r_+, \ell), p^{(s)}(\cdot | r_+, \ell) \rangle}{\langle p_S(\cdot, r, \ell), p^{(s)}(\cdot | r_+, \ell) \rangle} \\
&= \delta_\ell(\ell_+) p_S^{(s)}(r_+, \ell_+) p_S^{(s)}(\xi_+ | r_+, \ell_+) \\
&\approx \delta_\ell(\ell_+) p_S^{(s)}(r_+, \ell_+) \sum_{i=1}^{N(r_+, \ell_+)} \omega_S^{(r_+, \ell_+, i)} U_{[\xi_{S,+}^{(\ell_+, i)}, r_+]}(\xi | r) \quad (59)
\end{aligned}$$

**输出:** 联合新生目标的概率密度  $p_B^{(s)}(\xi_+, r_+, \ell_+)$ , 得到  $p_+^{(s)}(\xi_+, r_+, \ell_+)$ 。

$\omega_S^{(r_+, \ell_+, i)}$  为存活箱粒子的概率, 式(59)与式(47)等价。

### 3.2.2 更新

IMM-GBP- $\delta$ -GLMB滤波器的后验概率密度可表示为

$$\pi(\tilde{\mathcal{X}}|Z) = \Delta(\tilde{\mathcal{X}}) \sum_{(I, s) \in \mathcal{F}(\mathbb{L}) \times \Xi} \sum_{i=1}^{|\tilde{\mathcal{X}}|+1} \sum_{\substack{\mathcal{U}(Z) \in \mathcal{P}_i(Z) \\ \theta \in \Theta(\mathcal{U}(Z))}} w_{\mathcal{U}(Z)}^{(I, s, \theta)}(\mathcal{L}(\tilde{\mathcal{X}})) \delta_I(\mathcal{L}(\tilde{\mathcal{X}})) \left[ p^{(s, \theta)}(\cdot | \mathcal{U}(Z)) \right]^{\tilde{\mathcal{X}}} \quad (61)$$

式中

$$w_{\mathcal{U}(Z)}^{(I, s, \theta)}(L) = \frac{w^{(I, s)}(L) \left[ \eta_{[\mathcal{U}(Z)]}^{(s, \theta)} \right]^L}{\sum_{(I, s) \in \mathcal{F}(\mathbb{L}) \times \Xi} \sum_{J \subseteq \dots} \sum_{i=1}^{|\mathcal{X}|+1} \sum_{\substack{\mathcal{U}(Z) \in \mathcal{P}_i(Z) \\ \theta \in \Theta(\mathcal{U}(Z))}} w^{(I, s)}(J) \left[ \eta_{[\mathcal{U}(Z)]}^{(s, \theta)} \right]^J} \quad (62)$$

$$\psi_{[\mathcal{U}(Z)]}(\cdot; \theta) = \begin{cases} \frac{p_D(\cdot) \sum_{i=1}^{N(r, \ell)} \omega^{(r, \ell, i, \theta)} \tilde{g}([\mathcal{U}_{\theta(\ell)}(Z)] | \cdot, i)}{[k]^{|\mathcal{U}_{\theta(\ell)}(Z)|}}, & \theta(\ell) > 0 \\ 1 - p_D(\cdot), & \theta(\ell) = 0 \end{cases} \quad (63)$$

$$p^{(s, \theta)}(\xi, r, \ell | \mathcal{U}_{\theta(\ell)}(Z)) = \frac{p^{(s)}(\xi, r, \ell) \psi_{[\mathcal{U}(Z)]}(\xi, r, \ell; \theta)}{\eta_{[\mathcal{U}(Z)]}^{(s, \theta)}(\ell)} \quad (64)$$

$$\eta_{[\mathcal{U}(Z)]}^{(s, \theta)}(\ell) = \sum_{r \in \mathbb{R}} \langle p^{(s)}(\cdot, r, \ell), \psi_{[\mathcal{U}(Z)]}(\cdot, r, \ell; \theta) \rangle \quad (65)$$

$p_D(\xi, r, \ell)$  表示状态为群目标的检测概率,  $\psi_{[\mathcal{U}(Z)]}(\xi, r, \ell; \theta)$  为多群目标的似然函数。  $k$  为杂波强度函数。假设量测包含距离和方位角信息, 即  $z = [r; \vartheta]$ , 目标质心状态包含位置和速度信息,  $\mathbf{x} = [x; \dot{x}; y; \dot{y}]$ 。

#### 证明3:

对于离散标签空间  $\mathbb{L}$ , 令  $\mathbb{A}$  表示  $A$  的状态空间,  $\mathbf{A}$  表示状态集合,  $\mathcal{F}(\mathbb{A})$  表示  $\mathbb{A}$  的所有有限子集,  $\mathcal{F}_n(\mathbb{A})$  表示  $\mathbb{A}$  中所有包含  $n$  个元素的子集, 则集合界分函数  $f: \mathcal{F}(\mathbb{A} \times \mathbb{L}) \rightarrow \mathbb{R}$  为<sup>[17]</sup>

$$f(\mathbf{A}) d\mathbf{A} = \sum_{i=0}^{\infty} \int_{\mathbb{A}^i} f(\{(A_1, \ell_1), \dots, (A_i, \ell_i)\}) d(A_1, \dots, A_i) \quad (66)$$

多群目标BPF的量测似然函数的概率密度函数可表示为<sup>[21]</sup>

$$\tilde{g}(Z | \mathcal{X}) = g_C(Z) \sum_{i=1}^{|\mathcal{X}|+1} \sum_{\substack{\mathcal{U}(Z) \in \mathcal{P}_i(Z) \\ \theta \in \Theta(\mathcal{U}(Z))}} [\psi_{[\mathcal{U}(Z)]}(\cdot; \theta)]^{\mathcal{X}} \quad (67)$$

式中,  $g_C(K) = e^{-(k, 1)} k^K$ ,  $k$  为杂波区间量测  $[z_C]$  的强度函数

由贝叶斯公式

$$\pi(\tilde{\mathcal{X}}_+ | Z_+) = \frac{\pi(\tilde{\mathcal{X}}_+) \tilde{g}(Z_+ | \tilde{\mathcal{X}}_+)}{\int \pi(\tilde{\mathcal{X}}) \tilde{g}(Z_+ | \tilde{\mathcal{X}}) d\tilde{\mathcal{X}}} \quad (68)$$

$$\begin{aligned} & \pi(\tilde{\mathcal{X}}_+) g(Z_+ | \mathcal{X}_+) \\ &= \Delta(\tilde{\mathcal{X}}_+) g_C(Z_+) \sum_{(I_+, s) \in \mathcal{F}(\mathbb{L}_+) \times \Xi} \sum_{i=1}^{|\tilde{\mathcal{X}}_+|+1} \\ & \quad \sum_{\substack{\mathcal{U}(Z_+) \in \mathcal{P}_i(Z_+) \\ \theta \in \Theta(\mathcal{U}(Z_+))}} w_+^{(I_+, s)}(\mathbf{L}(\tilde{\mathcal{X}}_+)) \delta_{I_+}(\mathbf{L}(\tilde{\mathcal{X}}_+)) \\ & \quad \cdot \left[ \eta_{[\mathcal{U}(Z_+)]}^{(s, \theta)}(\ell) \right]^{L(\tilde{\mathcal{X}}_+)} \left[ p^{(s, \theta)}(\cdot | \mathcal{U}(Z_+)) \right]^{\tilde{\mathcal{X}}_+} \quad (69) \end{aligned}$$

$$\int \pi(\tilde{\mathcal{X}}_+) g(Z_+ | \mathcal{X}_+) d\mathcal{X}_+$$

$$\begin{aligned} &= g_C(Z_+) \sum_{(I_+, s) \in \mathcal{F}(\mathbb{L}_+) \times \Xi} \sum_{L_+ \in \mathbb{L}_+} \sum_{i=1}^{|\mathbb{L}_+|+1} \sum_{\substack{\mathcal{U}(Z_+) \in \mathcal{P}_i(Z_+) \\ \theta \in \Theta(\mathcal{U}(Z_+))}} \\ & \quad \cdot w_+^{(I_+, s)}(L_+) \delta_{I_+}(L_+) \left[ \eta_{[\mathcal{U}(Z_+)]}^{(s, \theta)}(\ell) \right]^{L_+} \quad (70) \end{aligned}$$

因此

$$\begin{aligned} \pi(\tilde{\mathcal{X}}_+ | Z_+) &= \Delta(\tilde{\mathcal{X}}_+) \sum_{(I_+, s) \in \mathcal{F}(\mathbb{L}_+) \times \Xi} \sum_{i=1}^{|\tilde{\mathcal{X}}_+|+1} \\ & \quad \sum_{\substack{\mathcal{U}(Z_+) \in \mathcal{P}_i(Z_+) \\ \theta \in \Theta(\mathcal{U}(Z_+))}} w_{\mathcal{U}(Z_+)}^{(I_+, s, \theta)}(\mathbf{L}(\tilde{\mathcal{X}}_+)) \delta_{I_+} \\ & \quad \cdot (\mathbf{L}(\tilde{\mathcal{X}}_+)) \left[ p^{(s, \theta)}(\cdot | \mathcal{U}(Z_+)) \right]^{\tilde{\mathcal{X}}_+} \quad (71) \end{aligned}$$

式(61)成立。

#### 4 重采样

在完成分量修剪和状态提取后, 为防止粒子退化, 需要执行重采样步骤。传统粒子滤波方法是通过对粒子复制的方法保留高权值粒子, 舍弃低权值粒子; 通过在传播过程中对粒子状态添加噪声来保证粒子的多样性。箱粒子滤波方法在传播过程中加入的区间化噪声是相同的(区间化噪声的中心和区间宽度由噪声均值和标准差决定), 通常通过随机子划分方法<sup>[9]</sup>和较大区间划分方法<sup>[10]</sup>进行箱粒子的重采样, 将高权值的箱粒子根据采样次数划分成若干小的箱体。本文采用较大区间划分方法, 根据需要划分的总次数, 按各维度区间由大到小的顺序依次进行划分, 得到需要的箱粒子数 $N_P$ 。采样后, 各箱粒子的权值为 $1/N_P$ 。

#### 5 仿真实验

假设3个群目标初始质心状态分别为:  $\mathbf{x}_1^{(1)} = [750 \text{ m}; -45 \text{ m/s}; -230 \text{ m}; 12 \text{ m/s}]$ ,  $\mathbf{x}_1^{(2)} = [-300 \text{ m}; 40 \text{ m/s}; -400 \text{ m}; 40 \text{ m/s}]$ ,  $\mathbf{x}_1^{(3)} = [-500 \text{ m}; -35 \text{ m}; 500 \text{ m}; 20 \text{ m/s}]$ 。k时刻, 第i个群目标的扩展状态为 $\mathbf{X}_k^{(i)} = \mathbf{rot}_k \text{diag}([a_i, b_i]^2) \mathbf{rot}_k^T$ ,  $\mathbf{rot}_k$ 为旋转矩阵, 由椭圆长轴与坐标夹角决定;  $a_i, b_i$ 分别表示扩展椭圆的长半轴和短半轴,  $(a_1, b_1) = (20, 5) \text{ m}$ ,  $(a_2, b_2) = (16, 4) \text{ m}$ ,  $(a_3, b_3) = (10, 5) \text{ m}$ ; 量测比率分别为 $\gamma_k^{(1)} = 20$ ,  $\gamma_k^{(2)} = 10$ ,  $\gamma_k^{(3)} = 10$ 。目标新生时刻为 $t_{\text{birth}} = \{1, 5, 15\} \text{ s}$ , 消亡时刻为 $t_{\text{death}} = \{50, 45, 60\} \text{ s}$ , 轨迹如图2所示。

采用1个匀速直线运动模型和2个匀速转弯运动模型进行跟踪, 各模型对应的过程噪声为 $\sigma_w = \{1 \text{ m/s}^2, 10 \text{ m/s}^2, 10 \text{ m/s}^2\}$ ,  $\sigma_{X_r} = \{1 \text{ m}, 3 \text{ m}, 3 \text{ m}\}$ ,  $\sigma_{X_a} = \{0.01, 0.05, 0.05\} \times \pi/180 \text{ rad}$ , CT模型的转弯速率分别为 $\pm 0.5 \text{ rad/s}$ , 各模型对应的扩展状态随时间变化的敏捷度分别为 $\tau = 8, 5, 5$ , 伽

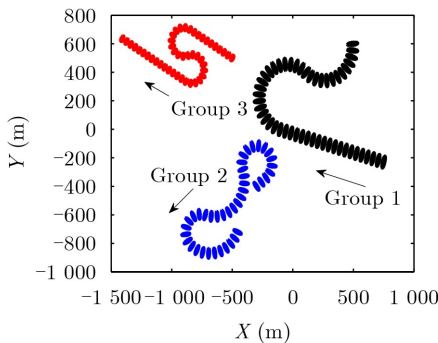


图2 目标真实运动轨迹

马分布预测的指数衰减因子分别为 $\eta = 5, 6, 6$ 。量测噪声协方差为 $\mathbf{R} = \text{diag}([\sigma_r, \sigma_\theta]^2)$ ,  $\sigma_r = 2.5 \text{ m}$ ,  $\sigma_\theta = 0.1 \times \pi/180 \text{ rad}$ 。分布区域为 $[-2000 \ 1000] \text{ m} \times [-1000 \ 1500] \text{ m}$ 。模型初始概率分别为0.5, 0.25, 0.25, 转移概率矩阵 $\mathbf{II} = \begin{bmatrix} 0.9 & 0.05 & 0.05 \\ 0.05 & 0.9 & 0.05 \\ 0.05 & 0.05 & 0.9 \end{bmatrix}$ 。

假设在任意观测时刻, 新生GCIW分量的数目均为3, 且位置为真实群目标的初始位置, 新生概率为0.03。群目标的检测概率为0.99, 存活概率为0.95。所有新生分量运动状态的初始协方差均为 $P_0 = \text{diag}([100^2 \ 45^2])$ ,  $\mathcal{IW}(\mathbf{X}_0; v_0, \mathbf{V}_0)$ 分布的初始参数为 $v_0 = 10$ ,  $\mathbf{V}_0 = \text{diag}([11])$ 。GAM( $\gamma_0; \alpha_0, \beta_0$ )分布的初始参数为 $\alpha_0 = 10, \beta_0 = 1$ 。杂波服从均值 $\lambda_k = 10$ 的泊松分布。测量噪声标准差为0.1, 采样间隔为1s。

将基于序贯蒙特卡洛方法的粒子滤波算法记作IMM-SMC- $\delta$ -GLMB, 计算过程中采样的粒子数目为1500, 本文算法记作IMM-GBP- $\delta$ -GLMB, 计算过程中采样的箱粒子数目为15, 对算法进行50次蒙特卡罗实验仿真, 得到性能对比如图3~图7所示。

从图3~图6可以看出, 两种算法都能够对机动多群目标的质心状态、扩展状态、量测比率以及目标数目进行较有效估计, 但由于BPF方法每个粒子本质上表示一个区间范围, 在状态提取过程中误差

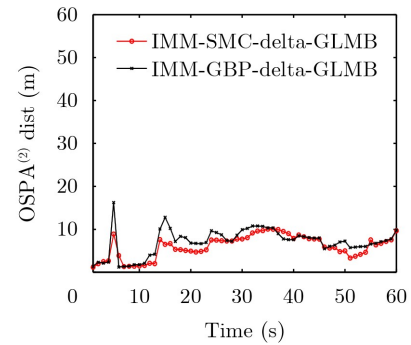


图3 质心OSPA<sup>(2)</sup>距离

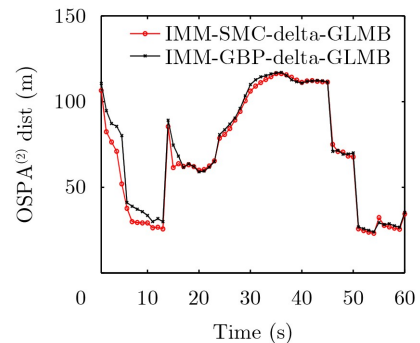


图4 扩展状态OSPA<sup>(2)</sup>距离

稍大, 因此IMM-SMC- $\delta$ -GLMB方法跟踪性能优于IMM-GBP- $\delta$ -GLMB方法: 质心OSPA<sup>(2)</sup>均值分别为6.2m和6.8m, 性能相差8.8%; 量测比率OSPA<sup>(2)</sup>分别为2.73m和2.98m, 性能相差8.4%。图3-图5、图7中, 在第5s、15s、45s、50s均发生了跟踪性能或时间的突变, 这是因为此时目标数目发生了变化, 数目增多, 则总体跟踪误差和跟踪时间增加, 数目减少则相反。从图7中可以看出, IMM-GBP- $\delta$ -GLMB方法的计算时间明显少于IMM-SMC- $\delta$ -GLMB方法, 平均运行时间为其20.8%, 时效性提高了3.8倍, 这是由于IMM-GBP- $\delta$ -GLMB方法的每个箱粒子表示一个区间范围, 采样很少的箱粒子就能很好地描述目标的概率密度分布, 从而减少算

法计算时间; 通过分析可以发现, 对于3个目标和2个目标的跟踪场景, 所提算法用时分别为0.99 s和3.74 s, IMM-SMC- $\delta$ -GLMB方法用时分别为4.65 s和18.08 s, 用时分别增加2.78倍和2.89倍, 耗时增长速度为原算法的96%, 所提算法对目标数目增加的时间鲁棒性略优于原算法。通过仿真结果可知, IMM-GBP- $\delta$ -GLMB方法以略逊于IMM-SMC- $\delta$ -GLMB方法的跟踪精度(8.5%左右), 获得了相当的估计鲁棒性和高效的运算效率, 在实时性要求较高的实际应用中更具优势。

## 6 结论

本文针对非线性量测条件下多机动群目标的跟踪问题, 提出了IMM-GBP- $\delta$ -GLMB算法, 通过 $\delta$ -GLMB实现对未知数目的多群目标跟踪, 利用箱粒子滤波方法实现对受噪声影响的非线性量测的建模, 并通过改进扩展状态似然函数, 对目标扩展状态进行更准确估计; 引入IMM算法增强了算法对目标机动的跟踪能力, 将运动模型纳入目标运动状态中, 准确地反映了各箱粒子的运动状态变化。所提算法对目标数目变化的鲁棒性与IMM-SMC- $\delta$ -GLMB相当, 在所给仿真场景下, 能够以8.5%左右的性能代价获得3.8倍的实时性提高, 具备较强的工程实用价值。

## 参考文献

- [1] XIONG Chao, HU Moufa, LU Huanzhang, *et al.* Distributed multi-sensor fusion for multi-group/extended target tracking with different limited fields of view[J]. *Applied Sciences*, 2024, 14(21): 9627. doi: [10.3390/app14219627](https://doi.org/10.3390/app14219627).
- [2] 甘林海, 王刚, 刘进忙, 等. 群目标跟踪技术综述[J]. *自动化学报*, 2020, 46(3): 411-426. doi: [10.16383/j.aas.c180052](https://doi.org/10.16383/j.aas.c180052).  
GAN Linhai, WANG Gang, LIU Jinmang, *et al.* An overview of group target tracking[J]. *Acta Automatica Sinica*, 2020, 46(3): 411-426. doi: [10.16383/j.aas.c180052](https://doi.org/10.16383/j.aas.c180052).
- [3] CHEN Jian, HE Jiacheng, WANG Gang, *et al.* A maritime multitarget tracking method with non-Gaussian measurement noises based on joint probabilistic data association[J]. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, 2025, 74: 9002812. doi: [10.1109/TIM.2025.3551023](https://doi.org/10.1109/TIM.2025.3551023).
- [4] GUO Wen, JIN Yuelong, SHAN Bin, *et al.* Multi-cue multi-hypothesis tracking with re-identification for multi-object tracking[J]. *Multimedia Systems*, 2022, 28(3): 925-937. doi: [10.1007/s00530-022-00895-w](https://doi.org/10.1007/s00530-022-00895-w).
- [5] 薛昱, 冯西安. 一种纯方位多目标跟踪的联合多高斯混合概率假设密度滤波器[J]. *电子与信息学报*, 2024, 46(11): 4295-4304. doi: [10.11999/JEIT240201](https://doi.org/10.11999/JEIT240201).

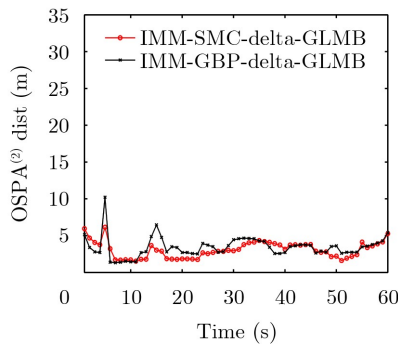


图 5 量测比率OSPA<sup>(2)</sup>距离

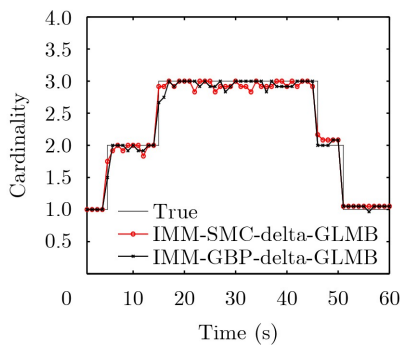


图 6 目标数目估计

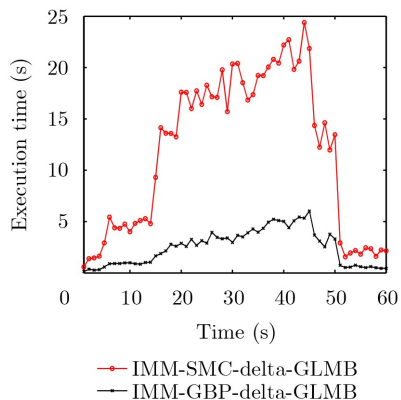


图 7 算法执行时间

- XUE Yu and FENG Xi'an. Joint multi-Gaussian mixture probability hypothesis density filter for bearings-only multi-target tracking[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2024, 46(11): 4295–4304. doi: [10.11999/JEIT240201](https://doi.org/10.11999/JEIT240201).
- [6] ZHAO Jun, GUI Renzhou, and DONG Xudong. Generalized labeled multi-Bernoulli filter-based passive localization and tracking of radiation sources carried by unmanned aerial vehicles[J]. *Drones*, 2024, 8(3): 96. doi: [10.3390/drones8030096](https://doi.org/10.3390/drones8030096).
- [7] 王宁, 段睿, 周笑仪. 量测不确定性条件下的箱粒子滤波目标跟踪方法[J]. *电子与信息学报*, 2024, 46(9): 3654–3661. doi: [10.11999/JEIT231439](https://doi.org/10.11999/JEIT231439).
- WANG Ning, DUAN Rui, and ZHOU Xiaoyi. A target tracking method based on box-particle filter under measurement uncertainty[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2024, 46(9): 3654–3661. doi: [10.11999/JEIT231439](https://doi.org/10.11999/JEIT231439).
- [8] ZOU Zhibin, SONG Liping, and SONG Zhilong. Labeled box-particle PHD filter for multi-target tracking[C]. 2017 3rd IEEE International Conference on Computer and Communications (ICCC), Chengdu, China, 2017: 1725–1730. doi: [10.1109/CompComm.2017.8322835](https://doi.org/10.1109/CompComm.2017.8322835).
- [9] 张永权, 李志彬, 张文博, 等. 多源传感器箱粒子LMB滤波算法[J]. *西安电子科技大学学报*, 2024, 51(4): 51–66. doi: [10.19665/j.issn1001-2400.20240104](https://doi.org/10.19665/j.issn1001-2400.20240104).
- ZHANG Yongquan, LI Zhibin, ZHANG Wenbo, *et al.* Multi-source sensor box particle LMB filtering algorithm[J]. *Journal of Xidian University*, 2024, 51(4): 51–66. doi: [10.19665/j.issn1001-2400.20240104](https://doi.org/10.19665/j.issn1001-2400.20240104).
- [10] DE FREITAS A, MIHAYLOVA L, GNING A, *et al.* A box particle filter method for tracking multiple extended objects[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2019, 55(4): 1640–1655. doi: [10.1109/TAES.2018.2874147](https://doi.org/10.1109/TAES.2018.2874147).
- [11] LI Miao, LIN Zaiping, AN Wei, *et al.* Box-particle labeled multi-Bernoulli filter for multiple extended target tracking[J]. *Radioengineering*, 2016, 25(3): 527–535. doi: [10.13164/re.2016.0527](https://doi.org/10.13164/re.2016.0527).
- [12] JIAO Qinqin and YANG Xiaojun. Distributed variational measurement update for extended target tracking with random matrix[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2024, 60(4): 3792–3806. doi: [10.1109/TAES.2024.3368405](https://doi.org/10.1109/TAES.2024.3368405).
- [13] ZHANG Cuihua and YANG Guanghong. Event-based remote state estimation for nonlinear systems: A box particle filtering method[J]. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2024, 54(4): 2472–2482. doi: [10.1109/TCYB.2022.3218330](https://doi.org/10.1109/TCYB.2022.3218330).
- [14] ZHANG Yongquan, JI Hongbing, and HU Qi. A box-particle implementation of standard PHD filter for extended target tracking[J]. *Information Fusion*, 2017, 34: 55–69. doi: [10.1016/j.inffus.2016.06.007](https://doi.org/10.1016/j.inffus.2016.06.007).
- [15] XIE Xingxiang, ZHAO Xiongwei, SONG Zhumei, *et al.* Posterior Cramér–Rao lower bounds for extended target tracking with PMBM conjugate recursion[J]. *Electronics Letters*, 2024, 60(18): e70041. doi: [10.1049/ell2.70041](https://doi.org/10.1049/ell2.70041).
- [16] ZHANG Yongquan, JI Hongbing, GAO Xinbo, *et al.* An ellipse extended target CBMeMBe filter using gamma and box-particle implementation[J]. *Signal Processing*, 2018, 149: 88–102. doi: [10.1016/j.sigpro.2018.03.002](https://doi.org/10.1016/j.sigpro.2018.03.002).
- [17] VO B T and VO B N. Labeled random finite sets and multi-object conjugate priors[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2013, 61(13): 3460–3475. doi: [10.1109/TSP.2013.2259822](https://doi.org/10.1109/TSP.2013.2259822).
- [18] BEARD M, VO B T, and VO B N. Bayesian multi-target tracking with merged measurements using labelled random finite sets[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2015, 63(6): 1433–1447. doi: [10.1109/TSP.2015.2393843](https://doi.org/10.1109/TSP.2015.2393843).
- [19] ZHANG Yongquan, JI Hongbing, and HU Qi. A fast ellipse extended target PHD filter using box-particle implementation[J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2018, 99: 57–72. doi: [10.1016/j.ymssp.2017.05.044](https://doi.org/10.1016/j.ymssp.2017.05.044).
- 甘林海：男，博士，工程师，研究方向为目标跟踪、电子对抗。  
王刚：男，教授，博士生导师，研究方向为态势评估、指挥信息系统。  
李志汇：男，副教授，硕士生导师，研究方向为雷达信号处理、空时自适应处理、波形优化。  
孙文：男，副教授，硕士生导师，研究方向为任务规划。  
王宝堂：男，硕士，工程师，研究方向为电子对抗。

责任编辑：马秀强

## Box Particle Filter $\delta$ -GLMB Algorithm for Multiple Maneuvering Group Targets Tracking

GAN Linhai<sup>①③</sup>    WANG Gang<sup>①</sup>    LI Zhihui<sup>②</sup>  
SUN Wen<sup>①</sup>    WANG Baotang<sup>③</sup>

<sup>①</sup>(Air Defense and Antimissile School, Air Force Engineering University, Xi'an, 710051, China)

<sup>②</sup>(College of Electronic Engineering, National University of Defense Technology, Hefei 230037, China)

<sup>③</sup>(Unit 94654 of PLA, NAN Jing 210023, China)

#### Abstract:

**Objective** Targets that move in a coordinated manner or have similar motion patterns and exhibit certain collective motion characteristics are often referred to as group targets. Dense group targets, characterized by a large number of closely spaced individuals, suffer from poor measurement resolvability, severe measurement overlap, and frequent target disappearance and reappearance, making it difficult to establish stable tracks for individual targets within the group. Therefore, such groups are typically treated as a whole to jointly estimate the kinematic state of their centroid and their extended shape. To enhance the tracking accuracy and computational efficiency for multiple maneuvering group targets under nonlinear measurements, an interacting multiple model group box-particle  $\delta$ -generalized labeled multi-Bernoulli (IMM-GBP- $\delta$ -GLMB) algorithm is proposed. The tracking efficiency under nonlinear measurements is improved through the box particle filter (BPF) method. By improving the likelihood function of the GPB algorithm and introducing the IMM algorithm, the tracking capability for the extended shape and the centroid kinematic state of group targets is respectively enhanced, and the tracking accuracy of the algorithm is improved. Finally, by integrating with the GLMB filter, the tracking of multiple maneuvering group targets with unknown number is achieved.

**Methods** To address the limitation of existing algorithms, which primarily capture the area-based overlap relationship between the predicted extended state of group targets and the measurement distribution while neglecting shape similarity, the likelihood function of the BPF is modified. The improved algorithm achieves higher prediction accuracy by incorporating geometric parameters — such as the semi-major axis, semi-minor axis, and inclination angle — into the likelihood function, thereby enhancing the modeling of similarity between the predicted extended state and the measurement distribution. This is particularly beneficial in scenarios involving maneuvering group targets, where the inclination angle of the extended shape changes frequently as the group maneuvers. Based on modeling group motion with the IMM, a model index is appended to the kinematic state of each box particle's centroid. By jointly estimating the model index and the centroid kinematic state in each iteration of the algorithm, we realize tracking of the mode transitions of individual box particles, which further improves tracking accuracy. Finally, we embed the improved IMM-GBP filter into the labeled random finite set framework and derive the IMM-GBP- $\delta$ -GLMB algorithm, which enables effective tracking of multiple maneuvering group targets.

**Results and Discussions** Simulation experiments are conducted to compare the proposed algorithm (IMM-GBP- $\delta$ -GLMB) with the IMM sequential Monte Carlo  $\delta$ -GLMB (IMM-SMC- $\delta$ -GLMB) filter. While comparable estimation accuracy in terms of centroid state, extended state, measurement rate, and target number for multiple group targets is maintained, emphasis is placed on computational efficiency. In the given simulation scenario, the proposed algorithm achieves a 3.8-fold improvement in timeliness, at the cost of a loss of about 8.5% in tracking accuracy. For the scenarios with two and three group targets, the average tracking time growth rate of the proposed algorithm is 96% of that of the IMM-SMC- $\delta$ -GLMB filter, showing good temporal robustness to increasing group target numbers. Hence, the proposed algorithm has strong practical value.

**Conclusions** This paper addresses the tracking problem of multiple maneuvering group targets under nonlinear measurement conditions by proposing the IMM-GBP- $\delta$ -GLMB algorithm. The main contributions are as follows: (1) By improving the likelihood function of the BPF, we enhance the algorithm's ability to measure the similarity between the target's extended shape and the measurement distribution, which in turn improves the tracking accuracy of the group target state. (2) By labeling the motion model for each box particle, we track the transition of the target's motion state during the filtering process. This allows the filter to achieve higher tracking accuracy with fewer box particles, thereby improving computational efficiency. (3) Integrating the IMM-GBP method into the  $\delta$ -GLMB framework yields the final IMM-GBP- $\delta$ -GLMB filter and realizes effective tracking of multiple maneuvering group targets.

**Key words:** Group target; Generalized labeled multi-Bernoulli; Box particle filter; Interacting multiple model; Gamma Gaussian inverse Wishart