

# 基于主动波导不变量分布的改进扩展卡尔曼滤波跟踪方法

孙同晶<sup>①</sup> 朱庆煜<sup>①</sup> 王治撰<sup>\*②③</sup>

<sup>①</sup>(杭州电子科技大学自动化学院 杭州 310018)

<sup>②</sup>(上海交通大学船舶与海洋工程学院 上海 200240)

<sup>③</sup>(水下测控技术国防科技重点实验室 大连 116013)

**摘要:** 在复杂的海洋环境中, 目标的可知信息受环境噪声、混响等的干扰严重, 导致目标跟踪效果较差, 而从这些干扰中提取目标的可利用特征及其困难。该文将目标与环境的耦合特征融入目标跟踪算法中, 提出了一种基于主动波导不变量分布的改进扩展卡尔曼滤波跟踪方法。首先基于浅海波导中目标散射特性基本理论, 推导了收发分置条件下的主动波导不变量表征的数学模型, 获得了距离、频率以及主动波导不变量分布的约束关系; 然后将该约束加入到扩展卡尔曼滤波的状态向量中, 通过增加新的约束来提高目标运动模型与真实目标运动轨迹的契合度进而提高目标跟踪的精度; 最后通过仿真实验和实测数据验证了该方法的跟踪性能, 结果显示: 该方法较常规扩展卡尔曼滤波跟踪方法能够更好地提高目标跟踪精度, 仿真中结果的优化率约能达到50%, 实测数据处理结果的优化率约在60%左右。

**关键词:** 水下目标跟踪; 扩展卡尔曼滤波; 浅海波导; 目标干涉特性; 主动波导不变量

**中图分类号:** TN011.6

**文献标识码:** A

**文章编号:** 1009-5896(2025)03-0001-10

**DOI:** 10.11999/JEIT240595

## 1 引言

水下目标跟踪<sup>[1]</sup>作为海洋科学、军事战略以及海洋资源开发等领域的核心技术之一, 在战时监视、声纳探测、水下武器对抗、海洋资源开发等领域均具有重要的研究和应用价值。但海洋环境的复杂多变, 水下目标信号微弱等, 使得水下目标跟踪面临着目标可知信息受干扰严重、可利用特征难以获取的问题。

扩展卡尔曼滤波<sup>[2]</sup>是基于卡尔曼滤波<sup>[3]</sup>提出来的, 它的基本思想是通过构建状态方程与观测值预测下一个目标状态, 在目标跟踪以及系统参数预测中的具有广泛的应用。Li等人<sup>[4]</sup>着重介绍了系统中约束的添加, 并提出一种新的转移模型以及通过计算滤波器复杂度的来评价的方法。周云等人<sup>[5]</sup>将卡尔曼滤波与压缩感知进行结合, 有效改进了车辆跟踪过程中出现的漂移情况。白冬杰<sup>[6]</sup>利用扩展卡尔曼滤波对雷达回波解算并实现了多车的有效跟踪。吴叶丽等人<sup>[7]</sup>通过改进扩展卡尔曼滤波中测量协方差噪声矩阵的估计, 提高了移动小车姿态的解算精度。成春彦等人<sup>[8]</sup>将扩展卡尔曼滤波应用到双站纯方位水下目标跟踪系统中, 并分析了站间距离与方

量测对跟踪效果的影响。丁凯<sup>[9]</sup>利用前视声纳的前后帧差异修改卡尔曼滤波跟踪器的增益, 并较好地实现了对目标运动的估计。以上方法均是首先预设目标的运动模型, 然后对跟踪算法进行改良以提高跟踪效率。由于水下目标运动往往与预设的运动模型有偏差, 导致了跟踪器在最初预设的时候就会有基础误差。找到一种目标状态与环境相耦合的特征, 并利用该特征来降低这种误差就变得尤为关键。

波导不变量是一种反映目标运动状态与环境耦合特征的重要参数。前苏联学者Chuprov首先提出被动声场中的不变性原理<sup>[10]</sup>, 他指出在声强的距离-频率域的干涉条纹可以观察到近似恒定强度条纹, 而条纹的斜率可用一个标量来决定, 在被动声纳中可以看做近似一致, 该标量就被称为波导不变量 $\beta$ 。相关学者分别对波导不变量进行了研究。Brooks等人利用干涉条纹斜率估计波导不变量<sup>[11]</sup>。Sell等人<sup>[12]</sup>分析了距离相关条件下的波导不变量特征。Turgut等人<sup>[13]</sup>利用两个有一定距离阵元接收到的干涉条纹图估计波导不变量并分析目标测距的能力。李永飞等人<sup>[14]</sup>利用稀疏重建对扭曲的含内波环境干涉条纹进行重构并估计了波导不变量。余赞等人<sup>[15]</sup>利用 $\beta$ 在双阵元上实现了被动测距。宋雪晶<sup>[16]</sup>同样利用 $\beta$ 提出多种目标被动定位方法。为探究主动声纳声场的不变性原理, Quijano等人<sup>[17,18]</sup>与Zurk等人<sup>[19]</sup>的研究团队将被动声纳干涉特征波导不变量 $\beta$ 推广到主动声纳中, 并通过海上试验验证了主动波导不变量 $\gamma$ , 接着通过水池实验验证了主动声纳

收稿日期: 2024-07-12; 改回日期: 2024-12-04; 网络出版: 2024-12-07

\*通信作者: 王治撰 15142594278@163.com

基金项目: 国家自然科学基金联合基金(U22A2044)

Foundation Item: The Joint Fund of National Natural Science Foundation of China (U22A2044)

中的不变性原理, He等人<sup>[20]</sup>在主动波导不变量 $\gamma$ 近似1的这一前提下, 将频率看作约束添加到扩展卡尔曼滤波跟踪器中。然而, 在主动工作模式下, 尤其是收发分置状态下, 主动波导不变量与通常研究的波导不变量不同, 不能粗略地近似为某个常数, 它的准确表述将对目标跟踪效果产生很大的影响。为了提高水下目标跟踪精度, 本文推导了能够表征目标与环境耦合特性的主动波导不变量分布的理论模型, 并将其融入到目标跟踪算法中, 通过增加频率-距离干涉特征约束来提高跟踪算法的性能。

## 2 主动波导不变量及其提取方法

### 2.1 主动波导不变量理论模型

在收发分置条件下(如图1所示), 目标的入射模态会与目标的散射模态发生耦合作用, 目标回波散射场声压 $p$ 可表示为<sup>[21]</sup>

$$p(r_1, z_t; r_2, z_r; z_s; \omega) = \sum_m \sum_n B_{mn} S_{mn} e^{i(k_m r_1 + k_n r_2)} \quad (1)$$

其中,  $r_1$ 与 $r_2$ 分别为声源到目标距离以及目标到接收器的距离,  $m$ 与 $n$ 表示为模态耦合阶数,  $z_t$ ,  $z_r$ 和 $z_s$ 分别为目标、接收器和声源的深度,  $k_m$ 与 $k_n$ 为水平波数,  $\omega$ 为信号频率,  $B_{mn}$ 表示模态函数的耦合,  $S_{mn}$ 表示散射函数的耦合,  $B_{mn}$ 展开为如下

$$B_{mn} = C^2 \frac{\psi_m(z_s) \psi_m(z_t)}{\sqrt{k_m r_1}} \frac{\psi_n(z_r) \psi_n(z_t)}{\sqrt{k_n r_2}} \quad (2)$$

其中,  $C$ 为归一化系数,  $\psi(z)$ 为对应深度的模态函数,  $m$ 与 $n$ 其最大值范围可由信号频率、海深和对应位置的声速共同决定。声场干涉条纹的强度 $I = |pp^*|$ 表示为

$$I = \sum_{m,n} \sum_{p,q} B_{mn} B_{pq} S_{mn} S_{pq} e^{i(k_m r_1 + k_n r_2 - k_p r_1 - k_q r_2)} \quad (3)$$

在干涉条纹结构中某单一条纹上各点声强为一常量, 即单条纹声强满足:

$$dI = \frac{\partial I}{\partial \omega} d\omega + \frac{\partial I}{\partial r} dr = 0 \quad (4)$$

参考波导不变量的定义式以及干涉条纹声强关系式(4)得到主动声呐波导不变量 $\gamma$ 的表达式为

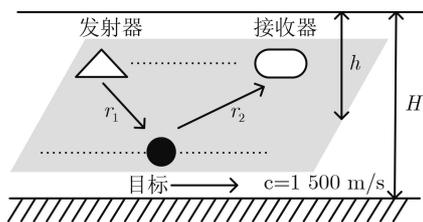


图1 主动声呐工作模式

$$\gamma = \frac{r}{\omega} \frac{d\omega}{dr} = -\frac{r}{\omega} \frac{\partial I / \partial r}{\partial I / \partial \omega} \quad (5)$$

对于主动声呐工作环境, 其声波传播路径可以分为 $r_1$ 和 $r_2$ , 式(5)中 $r = r_1 + r_2$ 。

式(5)中声强对距离与频率的偏导可结合式(3)分别求得, 结果分别为如下

$$\frac{\partial I}{\partial r} = -\sum_{m,n} \sum_{p,q} B_{mn} B_{pq} S_{mn} S_{pq} \sin[\alpha_{mnpq}] \times \omega \left[ \left( \frac{1}{v_m} + \frac{1}{v_n} \right) - \left( \frac{1}{v_p} + \frac{1}{v_q} \right) \right] \quad (6)$$

$$\frac{\partial I}{\partial \omega} = -\sum_{m,n} \sum_{p,q} B_{mn} B_{pq} S_{mn} S_{pq} \sin[\alpha_{mnpq}] \times \left[ \left[ \left( \frac{1}{u_m} + \frac{1}{u_n} \right) - \left( \frac{1}{u_p} + \frac{1}{u_q} \right) \right] \frac{r}{2} + \left[ \left( \frac{1}{u_m} - \frac{1}{u_n} \right) - \left( \frac{1}{u_p} - \frac{1}{u_q} \right) \right] \frac{r_d}{2} \right] \quad (7)$$

其中,  $v$ 与 $u$ 分别代表波导的相速度与群速度, 下标 $mnpq$ 代表不同模态下的值。式(7)中的 $r_d = r_1 - r_2$ 。 $\alpha_{mnpq}$ 为信号的三角函数形式中变量, 其表达式为如下

$$\alpha_{mnpq} = (k_m - k_p) r_1 + (k_n - k_q) r_2 \quad (8)$$

联立式(5)–式(8)即可得到 $\gamma$ 的理论公式

$$\gamma = \beta + \frac{a-b}{b} \beta = \beta + \delta \quad (9)$$

其中,  $\beta$ 为环境声场波导不变量,  $\delta$ 是群速度、相速度、散射特性和模式函数的函数,  $a$ 与 $b$ 的值为如下

$$a = \sum_{m,n} \sum_{p,q} B_{mn} B_{pq} S_{mn} S_{pq} \times \sin[\alpha_{mnpq}] \cdot \left( \frac{1}{v_{mn}} - \frac{1}{v_{pq}} \right) \quad (10)$$

$$b = \sum_{m,n} \sum_{p,q} B_{mn} B_{pq} S_{mn} S_{pq} \sin[\alpha_{mnpq}] \times \left[ \left( \frac{1}{u_{mn}} - \frac{1}{u_{pq}} \right) + \frac{r_d}{r} \left( \frac{1}{u_{mq}} - \frac{1}{u_{np}} \right) \right] \quad (11)$$

定义 $u_{ij}$ 与 $v_{ij}$ 为如下含义

$$\left. \begin{aligned} \frac{2}{u_{ij}} &= \frac{1}{u_i} + \frac{1}{u_j} \\ \frac{2}{v_{ij}} &= \frac{1}{v_i} + \frac{1}{v_j} \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

当模态数较少时, 各阶简正波的相速度与群速度近似相等, 以此为前提, 当 $r_1$ 与 $r_2$ 相等时, 可看作 $\gamma \approx \beta$ , 或者当 $u_{mq} = u_{np}$ , 即为忽略模态间耦合, 即为 $\delta \approx 0$ 。结合以上两种情况并考虑到式(9)中包含散射函数、模态函数、相速度与群速度的复杂程

度，将 $\delta$ 这一常数忽略不计，并采用离散化思想将条纹的每点处的距离 $r$ 与频率 $\omega$ 与前一时刻的值做差值来进行计算主动波导不变量 $\gamma$ ，如式(13)

$$\gamma = \frac{r(t-1)\Delta\omega(t)}{\omega(t-1)\Delta r(t)} \quad (13)$$

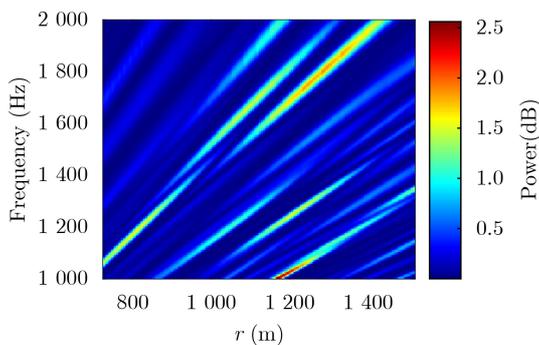
由式(13)看出频率与距离关系成类似正比的关系，若将 $\gamma$ 分布代入式(13)，即可求得干涉条纹图中 $\omega$ 与 $r$ 的关系。该关系即为条纹的变化趋势，相关仿真说明在下节给出。

## 2.2 主动波导不变量的提取

对于一个环境声场，其演算过程可看作被动声呐系统，其中波导不变量 $\beta$ 是一个具体的值，然而对于主动声呐目标声场，由于系统中目标的存在使得干涉条纹结构发生改变，因此主动波导不变量 $\gamma$ 应该是一个分布。当目标运动时，随着 $r_1$ 与 $r_2$ 的变化，干涉条纹由两个过程的耦合产生变化(如图2所示)。可以观察到条纹整体变化趋势与运动轨迹一致同为斜线，其因为收发分置声场声压由两个过程决定如式(1)，又有式(13)中距离 $r$ 与频率 $\omega$ 的关系，因此可以利用主动波导不变量 $\gamma$ 对运动模型添加约束，本节将对如何提取 $\gamma$ 进行说明。

本文利用Radon变换来提取主动波导不变量的分布特征。对于弯曲的声场干涉条纹无法计算条纹斜率，结合式(13)离散化的主动波导不变量公式考虑使用曲线条纹的切线斜率相关计算替代条纹斜率进行波导不变量分布的计算。Radon变换相当于对函数 $f(x, y)$ 做空间投影<sup>[22]</sup>。它通过对函数 $f(x, y)$ 在平面上沿在任意方向做线性积分，将直角坐标系 $x-y$ 投影到参数坐标系 $\rho-\theta$ 中，进而得到经过边缘检测后的干涉条纹图中曲线的各点的切线斜率角。对于任意一点处的斜率，其法线与 $x$ 轴的夹角为 $\theta$ ，当对应的 $\rho$ 为正时，该点切线的斜率角为 $\sigma = \theta - \pi/2$ 。即曲线在该点的切线斜率为：

$$l = \tan(\sigma) \quad (14)$$



(a) 仿真的主动声场干涉条纹

但经过图像检测后的坐标比例为1:1，还原到原干涉条纹的切线斜率需要将原坐标 $(r-\omega)$ 的比例系数考虑进去，即可得到式(15)。

$$\frac{\Delta\omega}{\Delta r} = \varepsilon l \quad (15)$$

其中， $\varepsilon$ 即为考虑条纹图中横纵坐标 $(r-\omega)$ 比例系数，将 $\varepsilon = \omega/r$ 结合式(15)代入式(13)中可得

$$\gamma = \frac{r}{\omega} \frac{\Delta\omega}{\Delta r} = \frac{r}{\omega} \varepsilon l \quad (16)$$

结合式(14)，即可得到利用Radon变换得到的主动波导不变量分布计算公式

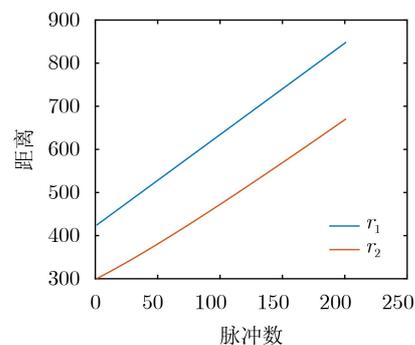
$$\gamma = \frac{r}{\omega} \varepsilon \tan(\sigma) \quad (17)$$

其中， $r$ 与 $\omega$ 分别为提取 $\gamma$ 时干涉条纹曲线上每点对应的距离及频率，为提取 $\gamma$ 分布也要对各点的 $r$ 与 $\omega$ 进行提取，本文采用对单一条纹手动选点并进行曲线拟合的方式来实现对 $r$ 与 $\omega$ 值的提取。由于干涉条纹中频率为发射信号的范围以及便于说明，提取 $f = \omega/2\pi$ 代替提取 $\omega$ 值。

## 3 基于主动波导不变量分布的扩展卡尔曼滤波跟踪(ID-EKF)方法

卡尔曼滤波(Kalman Filter, KF)主要由系统状态模型与观测模型两部分组成，并通过预测和更新这两个步骤的迭代对目标状态进行估计，而扩展卡尔曼滤波(Extended Kalman Filter, EKF)是应用卡尔曼滤波的框架将非线性函数在当前估计状态附近进行线性化，并用线性化后的模型来进行预测和更新。由于水下目标加速度变化缓慢可以将其看作为匀速运动模型。因此本文基于式(18)的观测方程 $\mathbf{Z}$ 和式(19)的状态转移方程 $\mathbf{X}$ 进行扩展卡尔曼跟踪器的优化

$$\mathbf{Z}(t) = \begin{bmatrix} x(t) \\ y(t) \end{bmatrix} = h(\mathbf{X}(t)) + \mathbf{V}(t) \quad (18)$$



(b) 运动轨迹

图2 仿真条纹与运动轨迹对比

$$\mathbf{X}(t+1) = \begin{bmatrix} x(t+1) \\ y(t+1) \\ \dot{x}(t+1) \\ \dot{y}(t+1) \end{bmatrix} + \mathbf{W}(t) \quad (19)$$

其中,  $h$  为非线性观测向量的函数,  $x(t)$ ,  $y(t)$  分别表示目标水平方位;  $\dot{x}(t+1)$ ,  $\dot{y}(t+1)$  表示目标在  $t+1$  时刻沿  $x$  轴与  $y$  轴的轴向速度。当水下目标加速度较小时, 可看作  $\dot{x}(t+1) \approx \dot{x}(t)$  与  $\dot{y}(t+1) \approx \dot{y}(t)$ 。  $\mathbf{V}(t)$ ,  $\mathbf{W}(t)$  分别为系统的观测噪声和过程噪声, 且均服从式(20)的条件

$$\left. \begin{array}{l} \mathbf{V}(t) \sim N(0, \mathbf{R}(t)) \\ \mathbf{W}(t) \sim N(0, \mathbf{Q}(t)) \end{array} \right\} \quad (20)$$

其中,  $\mathbf{R}(t)$ ,  $\mathbf{Q}(t)$  分别为过程噪声协方差矩阵和观测噪声协方差矩阵, 且假设均为高斯白噪声由式(13)可以观察到当只把  $\Delta f(t)$  看作因变量其他变量看作自变量, 即可得到主动波导不变量中关于频率的方程

$$\Delta f(t) = \gamma \frac{f(t)\Delta r(t)}{r(t)} \quad (21)$$

根据式(21), 可将  $f(t)$  看作状态方程中的变量并将其加到式(18)即可得到基于主动波导不变量分布的扩展卡尔曼滤波跟踪器(Invariant Distribution-Extended Kalman Filter, ID-EKF)的状态变量方程。

$$\mathbf{X}(t) = \begin{bmatrix} x(t) \\ y(t) \\ \dot{x}(t) \\ \dot{y}(t) \\ f(t) \end{bmatrix} + \mathbf{W}(t) \quad (22)$$

式(21)中  $\Delta f = f(t+1) - f(t)$ , 经过变换并将式(21)代入即可得到  $f(t+1)$  的状态转移方程

$$f(t+1) = f(t) + \Delta f = f(t) \left[ 1 + \gamma \frac{\Delta r(t)}{r(t)} \right] \quad (23)$$

其中,  $r(t)$  可以被表示为式(24),  $(x_r, y_r)$  表示为接收器位置,  $(x_s, y_s)$  表示为声源位置

$$r(t) = r_1(t) + r_2(t) = \sqrt{[x(t) - x_s]^2 + [y(t) - y_s]^2} + \sqrt{[x(t) - x_r]^2 + [y(t) - y_r]^2} \quad (24)$$

由此可以得出基于主动波导不变量扩展卡尔曼滤波的状态转移方程:

$$\mathbf{X}(t+1) = \begin{bmatrix} x(t) + \Delta t \dot{x}(t) \\ y(t) + \Delta t \dot{y}(t) \\ \dot{x}(t) \\ \dot{y}(t) \\ f(t+1) \end{bmatrix} + \mathbf{W}(t) \quad (25)$$

在式(25)中的  $f(t+1)$  表达式已在式(23)给出, 其中  $f(t)$  可以通过状态更新进而得到, 同目标的方位和速度一样状态变量  $f(t)$  也需要给定一个初始值来进行迭代计算, 获取初始值的说明在第4节给出。同样的, 将  $f(t)$  这一变量也添加到观测方程中

$$\mathbf{Z}(t) = \begin{bmatrix} x(t) \\ y(t) \\ f(t) \end{bmatrix} = h(\mathbf{X}(t)) + \mathbf{V}(t) \quad (26)$$

式(26)观测方程中  $f(t)$  是通过目标声场干涉条纹提取得到, 具体方法在第4节给出。由此将过程噪声  $\mathbf{W}$  与观测噪声  $\mathbf{V}$  中的协方差矩阵  $\mathbf{R}$  与  $\mathbf{Q}$  推广到

$$\mathbf{Q}(t) = \begin{bmatrix} \sigma_x^2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_y^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{\dot{x}}^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sigma_{\dot{y}}^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \sigma_{fQ}^2 \end{bmatrix} \quad (27)$$

$$\mathbf{R}(t) = \begin{bmatrix} \sigma_x^2 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_y^2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_f^2 \end{bmatrix} \quad (28)$$

式(27)过程噪声协方差中除了有表明目标位置与速度的过程噪声变量外, 还有着由于环境不均匀导致的频率  $f$  的过程噪声变量  $\sigma_{fQ}^2$ , 通过改变  $\sigma_{fQ}^2$  的值可以增加或减小环境对模型系统的不确定性,  $\sigma_{fQ}^2$  即为主动波导不变量  $\gamma$  对于某些环境改变产生的误差范围。式(28)中同样有表明目标位置的观测噪声变量, 以及观测噪声频率变量  $\sigma_f^2$ 。

## 4 仿真分析与试验验证

### 4.1 仿真分析

#### 4.1.1 仿真场景

以刚性球作为水下目标进行仿真。选取浅海环境, 深度为60 m, 刚性球直径0.6 m, 设备布放在15 m的同一水平面上, 声源信号带宽为4~8 kHz, 以声源位置为原点(0,0), 接收器为(40,0), 目标初始位置为(0,40)。考虑到水下目标的运动性质, 选取常速(Constant Velocity, CV)运动模型, 刚性球目标在  $x$  轴上的运动速度为2.75 m/s, 在  $y$  轴上无运动速度, 即为目标运动方向与声源接收器的连线平行, 具体布放见图3。

#### 4.1.2 实现流程

首先根据上述场景仿真出声场干涉条纹图; 再进行Radon变换并计算距离  $r$  与频率  $f$ ; 将Radon变换后的条纹切线斜率  $l$ 、距离  $r$  与频率  $f$  代入到式(12), 计算主动波导不变量  $\gamma$  分布; 最后将  $\gamma$  分布代入到ID-EKF中实现跟踪, 具体实现流程如图4所示。

### 4.1.3 仿真结果

仿真获得的声场干涉条纹如图5所示。接着对干涉条纹进行Radon变换用来提取主动波导不变量分布，首先对图像进行滤波处理、边缘检测以及边缘平滑处理，再利用检测后图像将  $x$ - $y$  域转到  $\rho$ - $\theta$  域，结果展示如图6。

图6(b)做强度阈值处理可以过滤掉多余切线线条，阈值选择结果如图6(c)，利用图6(c)可计算切线斜率结合式(16)即可得到主动波导不变量分布，结果如图7。图7(a)、图7(b)分别为  $\rho$ - $\theta$  域和  $x$ - $y$  域  $\gamma$  分布，两者的分布区别主要体现在展示方向不同，分别为角度体现与距离上的体现，图7(b)为图7(a)经过逆Radon变换得到的，图7的主动波导不变量分布是每个条纹的计算结果，对于ID-EKF算法中只需提取其中一条条纹即可。通过对单条纹的  $r$  与  $f$  的提取并计算  $\gamma$  分布之后，可对ID-EKF算法进行初始化参数的设置，设定的设备初始位置、目标初始位置以及目标运动状况与干涉条纹仿真的工况一致，并假设跟踪器中的观测噪声与过程噪声均为高斯白噪声，其协方差矩阵  $Q$  和  $R$  为

$$Q(k) = \begin{bmatrix} 0.1^2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.1^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.01^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.01^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 4 \end{bmatrix} \quad (29)$$

$$R(k) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 10 \end{bmatrix} \quad (30)$$

在设置过程噪声协方差矩阵  $Q$  中，由于目标移动速度较慢，所以设定的前四项方差较小，设定前4项方差  $\sigma_x = \sigma_y = 0.1$  m,  $\sigma_{\dot{x}} = \sigma_{\dot{y}} = 0.01$  m/s。对于过程频率方差  $\sigma_f Q$ ，由于计算  $\gamma$  需要3个参数分别为条纹上各点的切线斜率  $\tan(\sigma)$ ,  $r$  与  $f$ ，因此设置其偏大， $\sigma_f Q = 2$  Hz。在观测噪声协方差矩阵  $R$  中，设定  $\sigma_x = \sigma_y = 1$  m，由于仿真信号频率范围为4k~8k Hz，因此设定的  $\sigma_f^2$  偏大，设  $\sigma_f^2 = 10$  Hz。

为验证ID-EKF算法的性能，将其与EKF以及基于不变量理论的增强扩展卡尔曼滤波(Invariance Extended Kalman Filter, IEKF)算法<sup>[20]</sup>进行对比。确保仿真在同一条件下进行，3种算法的协方差矩阵的相同变量大小一致。为避免个别实验数据对仿真造成的影响过大，采用Monte Carlo模拟思想进行20次仿真实验并取平均值做最后结果，仿真结果如图8所示。

结果与分析：从图8(a)跟踪轨迹中可以看到ID-

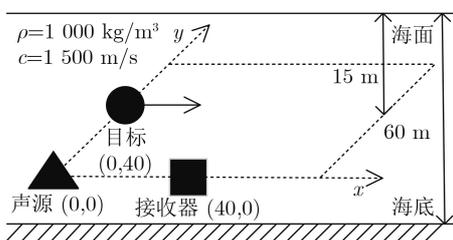


图3 仿真工况

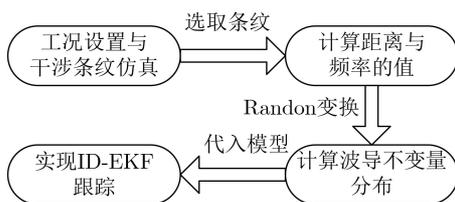


图4 基于仿真模型的目标跟踪实现流程

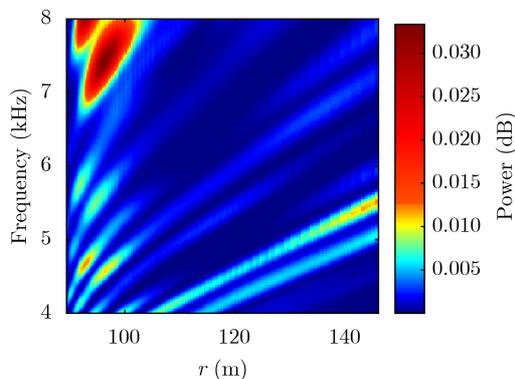
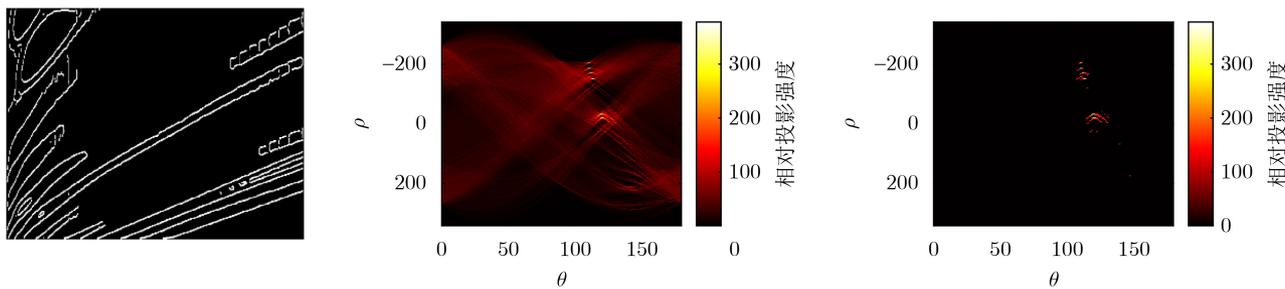


图5 仿真的声场干涉条纹图



(a) 边缘检测

(b) Radon变换结果

(c) 阈值选择结果

图6 Radon变换过程

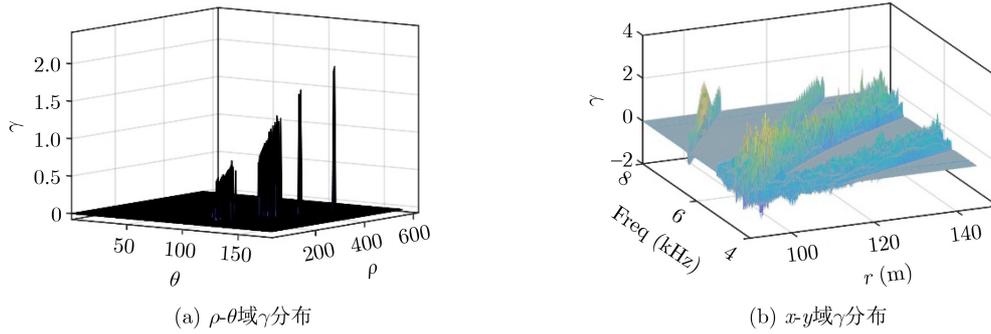


图7 主动波导不变量分布图

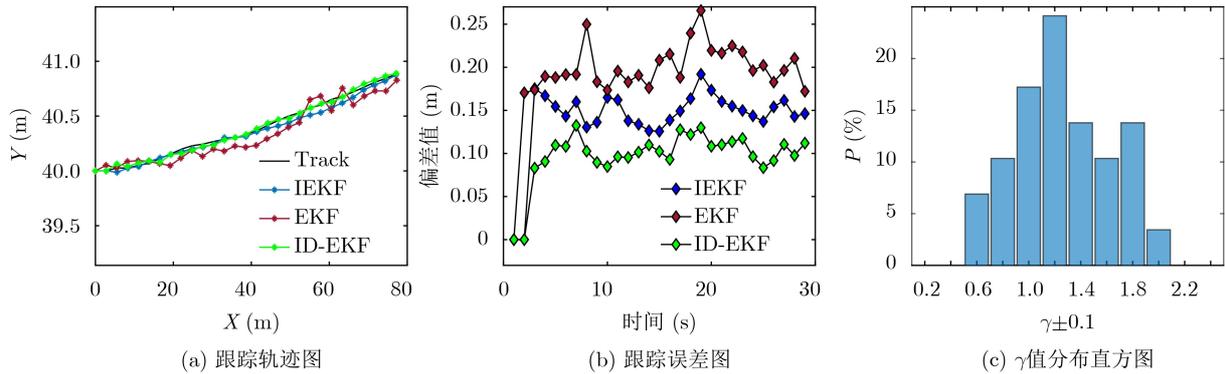


图8 仿真结果

EKF比EKF, IEKF更接近真实轨迹, 在图8(b)预估后位置均方误差也可以看到ID-EKF误差更小。表2可看出ID-EKF相对EKF的估计精度整体提高了约50%, 以及相对IEKF的估计精度整体提高了约30%。图8(b)中, 在约10~20 s处ID-EKF与IEKF算法的跟踪误差接近, 这是因为IEKF算法在状态方程中设置的主动波导不变量分布 $\gamma$ 为1且在该区间干涉条纹中提取的 $\gamma$ 约为1, 但并非提取 $\gamma$ 约为1时两种算法跟踪效果一致, 这是因为最初进行目标跟踪时ID-EKF跟踪误差更小更能较好的预估下一步的目标状态。图8(c)为提取单条纹上的 $\gamma$ 值的占比分布图,  $\gamma$ 约为1时的占比不到20%, 由于仿真单条纹切线斜率是递减的, 因此提取的 $\gamma$ 分布也呈递减现象。当 $\gamma$ 分布在递减过程中 $\gamma$ 分布有着接近1及远离1的过程, 在两个过程中当 $\gamma$ 值与1相差较大时ID-EKF较IEKF跟踪误差更小, ID-EKF的收敛性也较为明显。上述现象说明提取的 $\gamma$ 值的精确度是提升ID-EKF跟踪效果的关键。

## 4.2 实测试验验证

### 4.2.1 试验场景

试验地点是新安江实验场, 实验场的平均湖深为50 m, 发射与接收设备以及目标均布放在水下10 m处, 换能器(声源)与水听器(接收器)布放位置如图9所示, 以换能器为原点(0,0), 并利用所在平

表1 3种算法仿真的估计位置与真值误差表(m)

算法名称	估计位置和真值偏差-均值	估计位置和真值偏差-峰值
EKF	0.19	0.25
IEKF	0.13	0.19
ID-EKF	0.09	0.13

表2 算法仿真对比优化表(%)

算法对比名称	均值优化率	峰值优化率
IEKF相对EKF	31.58	24.00
ID-EKF相对EKF	52.63	48.00
ID-EKF相对IEKF	30.77	31.58

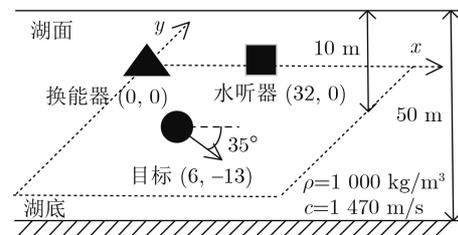


图9 试验布放及工况

台设置坐标系, 水听器布放到(32,0)位置, 利用浮台将目标固定到水下10 m处利用拖拉的方式使目标移动, 目标起点定为(6, -13)处, 并向换能器与水听器的连线向下偏移约35°方向运动。

测试参数及目标状态如表3所示。

### 4.2.2 数据处理与结果分析

对接收端回波信号进行分段整合、滤波处理以及稀疏重构等预处理后可得到原信号进行降低噪声和干扰后的净化信号，对其进行空-频变换即可得到 $r-\omega$ 域的声场干涉条纹。

图10(a)为采集的回波信号经匹配滤波后得到的匹配滤波轨迹图，图中高亮部分即为匹配到的信号，其中不仅包含目标回波信号，还有干扰回波以及直达波。通过观察可进一步得到有效目标回波信号：前400脉冲时可以看到目标轨迹，但该段信号还包含着直达波。因此本次试验采取部分信号处理的方法，截取部分为图10(a)中红框部分，即脉冲在400~1000之间，接收器范围选取40~100 m。信号处理结果如图10(b)所示，可以看到条纹后半段由于目标越来越远而变得模糊不清，较难提取条纹的主动波导不变量分布 $\gamma$ ，因此选取40~60 m距离范围的干涉条纹进行试验验证。截取干涉条纹图如图10(c)所示，图中红线部分即为选取的单一条纹，

由于实测数据处理得到的条纹图达不到仿真条纹图平滑程度，图10(c)的红线提取采用手动选点以及最大值搜索的联合边缘曲线拟合方法。选取单条纹后即可分别对 $f$ 值与 $r$ 值的提取，结合式(17)即可实现主动波导不变量 $\gamma$ 分布的提取， $\gamma$ 分布的提取过程与结果如图11。

图11(c)中提取的主动波导不变量 $\gamma$ 分布呈递减分布，利用提取后的 $\gamma$ 分布与频率 $f$ 代入到ID-EKF算法中。由于试验工况与仿真场景类似，噪声协方差数值设置为与仿真大部分一致，除了将观测噪声协方差矩阵中 $\sigma_f^2$ 设置为100 Hz，这是因为试验中发射信号的频率范围在40~80 kHz使得提取频率数值误差偏大。发射器位置为(0,0)，接收器位置为(32,0)。初始值的设置根据选取条纹及试验过程中利用的红外测距仪得到的距离同时决定，经过计算后目标初始位置(38,-44)， $x$ 轴方向速度与 $y$ 轴速度分别约为0.17 m/s, -0.21 m/s。

经过20次的采用Monte Carlo模拟思想的实验测试，获得图12所示目标跟踪结果，结果表明3种算

表 3 测试参数及目标

信号参数					目标及其运动状态
信号形式	频率(kHz)	脉冲间隔(ms)	脉宽(ms)	采样率(kHz)	球体目标模型(1.2 m直径)，由近及远运动
LFM	40~80	400	5	512	

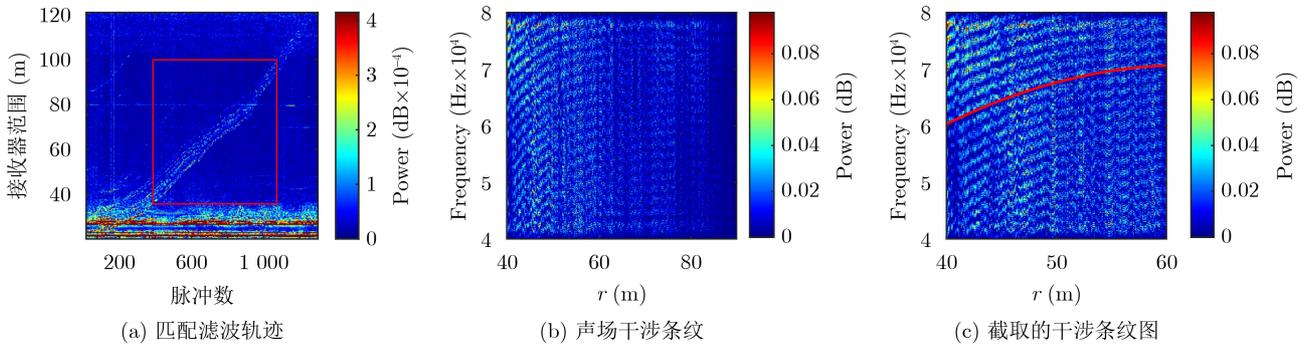


图 10 声场干涉条纹结果图

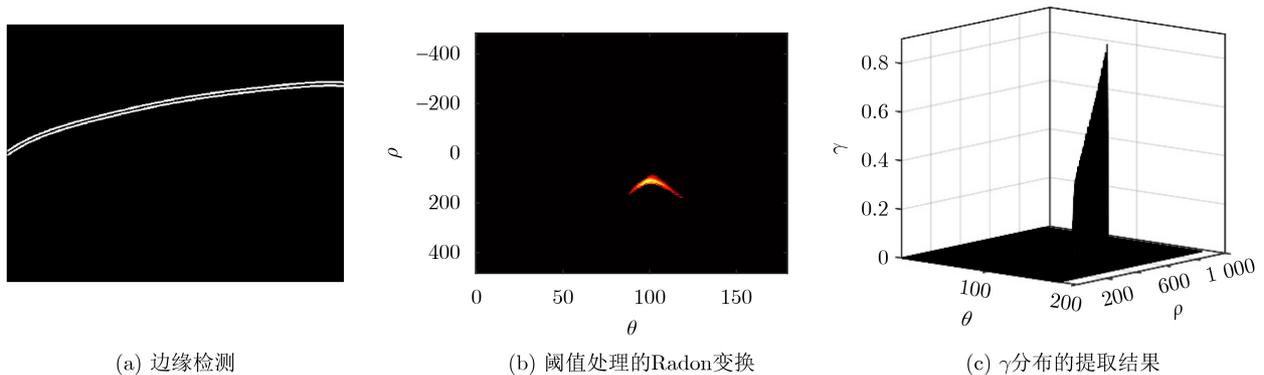


图 11 截取条纹图的 $\gamma$ 分布的提取过程

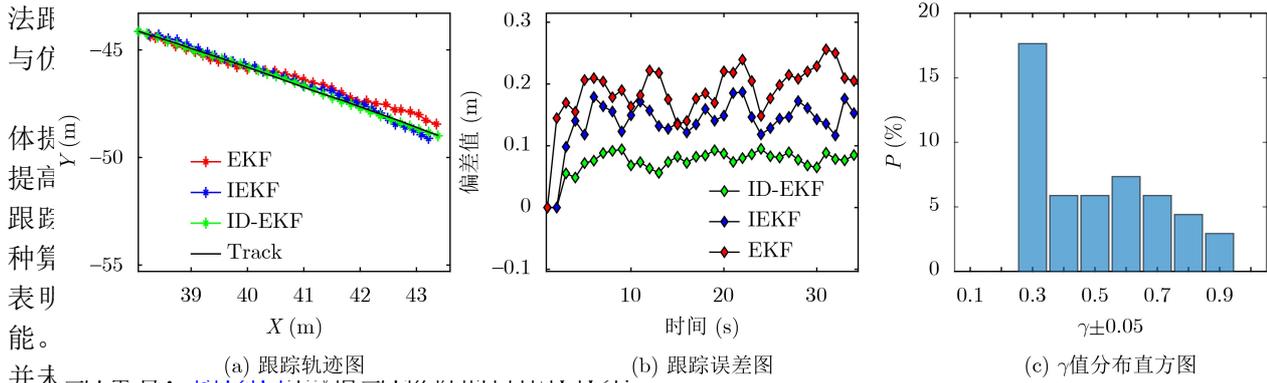


图12 跟踪性能对比结果  
(a) 跟踪轨迹图 (b) 跟踪误差图 (c)  $\gamma$ 值分布直方图

到10%，且 $\gamma$ 集中分布在0.3左右。从图12(b)可以看到ID-EKF较IEKF的跟踪误差更小，有着更好的收敛性。同时观察到IEKF与EKF的跟踪误差接近，这说明提取的 $\gamma$ 值与IEKF理论值 $\gamma \approx 1$ 不接近时，未能较好地发挥约束条件频率 $f$ 的作用，导致IEKF与EKF跟踪效果接近。试验结果与仿真结论一致： $\gamma$ 的提取值对整个算法的跟踪效果有明显的影响，提取更加精确的 $\gamma$ 值是提升ID-EKF算法效果的关键。

## 5 结束语

本文基于浅海波导中的目标和环境耦合的干涉特性，提出了基于主动波导不变量分布的扩展卡尔曼滤波跟踪方法(ID-EKF)，并采用理论仿真数据和湖上实测数据验证了方法的性能。结论如下：本文通过Radon变换分别提取了仿真与试验干涉条纹的主动波导不变量分布 $\gamma$ ，并利用提取的 $\gamma$ 值实现了ID-EKF跟踪。仿真与试验的跟踪结果分别说明了两种 $\gamma$ 值的分布情况：(1) $\gamma$ 值分布与1有重合情况，(2) $\gamma$ 值分布与1相差较大情况。情况1的ID-EKF较IEKF的优化率约为30%，情况2的ID-EKF较IEKF的优化率达到40%以上，该现象主要是由于在情况1中提取的 $\gamma$ 分布部分接近理论值1，因此ID-EKF与IEKF跟踪误差较接近暨优化率较低于情况2。两种情况均表明 $\gamma$ 值对于跟踪算法精度的提升起到关

表4 3种算法试验的估计位置与真值误差表(m)

算法名称	估计位置和真值偏差-均值	估计位置和真值偏差-峰值
EKF	0.195	0.256
IEKF	0.142	0.187
ID-EKF	0.079	0.095

表5 算法试验对比优化表(%)

算法对比名称	均值优化率	峰值优化率
IEKF相对EKF	27.179	26.953
ID-EKF相对EKF	59.487	62.891
ID-EKF相对IEKF	44.366	49.197

键性作用，后续将研究提取更准确的 $\gamma$ 值以实现更高精度的跟踪算法。

## 参考文献

- [1] 郭戈, 王兴凯, 徐慧朴. 基于声呐图像的水下目标检测、识别与跟踪研究综述[J]. 控制与决策, 2018, 33(5): 906-922. doi: 10.13195/j.kzyjc.2017.1678.  
GUO Ge, WANG Xingkai, and XU Huipu. Review on underwater target detection, recognition and tracking based on sonar image[J]. *Control and Decision*, 2018, 33(5): 906-922. doi: 10.13195/j.kzyjc.2017.1678.
- [2] KALMAN R E and BUCY R S. New results in linear filtering and prediction theory[J]. *Journal of Basic Engineering*, 1961, 83(1): 95-108. doi: 10.1115/1.3658902.
- [3] KALMAN R E. A new approach to linear filtering and prediction problems[J]. *Journal of Basic Engineering*, 1960, 82(1): 35-45. doi: 10.1115/1.3662552.
- [4] LI Tiancheng, SU Jinya, LIU Wei, et al. Approximate Gaussian conjugacy: Parametric recursive filtering under nonlinearity, multimodality, uncertainty, and constraint, and beyond[J]. *Frontiers of Information Technology & Electronic Engineering*, 2017, 18(12): 1913-1939. doi: 10.1631/FITEE.1700379.
- [5] 周云, 胡锦涛, 赵瑜, 等. 基于卡尔曼滤波改进压缩感知算法的车辆目标跟踪[J]. 湖南大学学报: 自然科学版, 2023, 50(1): 11-21. doi: 10.16339/j.cnki.hdxzbkb.2023002.  
ZHOU Yun, HU Jinnan, ZHAO Yu, et al. Vehicle target tracking based on Kalman filtering improved compressed sensing algorithm[J]. *Journal of Hunan University: Natural Sciences*, 2023, 50(1): 11-21. doi: 10.16339/j.cnki.hdxzbkb.2023002.
- [6] 白冬杰. 车载毫米波雷达多目标跟踪算法研究[D]. [硕士学位论文], 北京交通大学, 2019.  
BAI Dongjie. Research on multi-target tracking algorithm of vehicle-mounted millimeter-wave radar[D]. [Master dissertation], Beijing Jiaotong University, 2019.
- [7] 吴叶丽, 行鸿彦, 侯天浩, 等. 基于改进自适应扩展卡尔曼滤波的高精度姿态解算[J]. 探测与控制学报, 2023, 45(6): 69-76.

- WU Yeli, XiNG Hongyan, HOU Tianhao, *et al.* An improved adaptive extended Kalman filter for high precision attitude solution[J]. *Journal of Detection & Control*, 2023, 45(6): 69–76.
- [8] 成春彦, 李亚安. EKF和UKF算法在双观测站纯方位目标跟踪中的应用[J]. *水下无人系统学报*, 2023, 31(3): 388–397. doi: [10.11993/j.issn.2096-3920.202203014](https://doi.org/10.11993/j.issn.2096-3920.202203014).
- CHENG Chunyan and LI Yaan. Applications of EKF and UKF algorithms in bearings-only target tracking with a double observation stations[J]. *Journal of Unmanned Undersea Systems*, 2023, 31(3): 388–397. doi: [10.11993/j.issn.2096-3920.202203014](https://doi.org/10.11993/j.issn.2096-3920.202203014).
- [9] 丁凯. 基于前视声纳的水下目标跟踪技术研究[D]. [硕士学位论文], 哈尔滨工程大学, 2006. doi: [10.7666/d.y936424](https://doi.org/10.7666/d.y936424).
- DING Kai. Research on tracking of underwater object based on forward-looking sonar[D]. [Master dissertation], Harbin Engineering University, 2006. doi: [10.7666/d.y936424](https://doi.org/10.7666/d.y936424).
- [10] CHUPROV S D. Interference structure of a sound field in a layered ocean[M]. BREKHOVSKIKH L M and ANDREEVOI L B. *Ocean Acoustics: Current State*. Moscow: Nauka, 1982: 71–91.
- [11] BROOKS L A, KIDNER M R F, ZANDER A C, *et al.* Techniques for extraction of the waveguide invariant from interference patterns in spectrograms[C]. *Proceedings of ACOUSTICS 2006*, Christchurch, New Zealand, 2006: 445.
- [12] SELL A W and LEE CULVER R. Waveguide invariant analysis for modeling time-frequency striations in a range-dependent environment[J]. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 2011, 129(S4): 2509. doi: [10.1121/1.3588287](https://doi.org/10.1121/1.3588287).
- [13] TURGUT A, ORR M, and ROUSEFF D. Broadband source localization using horizontal-beam acoustic intensity striations[J]. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 2010, 127(1): 73–83. doi: [10.1121/1.3257211](https://doi.org/10.1121/1.3257211).
- [14] 李永飞, 郭瑞明, 赵航芳. 浅海内波环境下声场干涉条纹的稀疏重建[J]. *物理学报*, 2023, 72(7): 074301. doi: [10.7498/aps.72.20221932](https://doi.org/10.7498/aps.72.20221932).
- LI Yongfei, GUO Ruiming, and ZHAO Hangfang. Sparse reconstruction of acoustic interference fringes in shallow water and internal wave environment[J]. *Acta Physica Sinica*, 2023, 72(7): 074301. doi: [10.7498/aps.72.20221932](https://doi.org/10.7498/aps.72.20221932).
- [15] 余赟, 惠俊英, 殷敬伟, 等. 基于波导不变量的目标运动参数估计及被动测距[J]. *声学学报*, 2011, 36(3): 258–264. doi: [10.15949/j.cnki.0371-0025.2011.03.015](https://doi.org/10.15949/j.cnki.0371-0025.2011.03.015).
- YU Yun, HUI Junying, YIN Jingwei, *et al.* Moving target parameter estimation and passive ranging based on waveguide invariant theory[J]. *Acta Acustica*, 2011, 36(3): 258–264. doi: [10.15949/j.cnki.0371-0025.2011.03.015](https://doi.org/10.15949/j.cnki.0371-0025.2011.03.015).
- [16] 宋雪晶. 基于声场干涉结构的水声目标被动定位技术[D]. [博士学位论文], 哈尔滨工程大学, 2017.
- SONG Xuejing. Underwater acoustic target passive localization techniques based on acoustic field interference structure[D]. [Ph. D. dissertation], Harbin Engineering University, 2017.
- [17] QUIJANO J E, ZURK L M, and ROUSEFF D. Demonstration of the invariance principle for active sonar[J]. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 2008, 123(3): 1329–1337. doi: [10.1121/1.2836763](https://doi.org/10.1121/1.2836763).
- [18] QUIJANO J E, CAMPBELL R L JR, OESTERLEIN T G, *et al.* Experimental observations of active invariance striations in a tank environment[J]. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 2010, 128(2): 611–618. doi: [10.1121/1.3455813](https://doi.org/10.1121/1.3455813).
- [19] ZURK L M and ROUSEFF D. Striation-based beamforming for active sonar with a horizontal line array[J]. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 2012, 132(4): EL264–EL270. doi: [10.1121/1.4748281](https://doi.org/10.1121/1.4748281).
- [20] HE Chensong, QUIJANO J E, and ZURK L M. Enhanced Kalman filter algorithm using the invariance principle[J]. *IEEE Journal of Oceanic Engineering*, 2009, 34(4): 575–585. doi: [10.1109/joe.2009.2028058](https://doi.org/10.1109/joe.2009.2028058).
- [21] 芬恩·B·延森, 威廉·A·库珀曼, 米切尔·B·波特, 等, 周利生, 王鲁军, 杜栓平, 译. *计算海洋声学*[M]. 2版. 北京: 国防工业出版社, 2018: 54–57, 267–269.
- JENSEN F B, KUPERMAN W A, POTER M B, *et al.*, ZHOU Lisheng, WANG Lujun, and DU Shuanping. translation. *Computational Ocean Acoustics*[M]. 2nd ed. Beijing: National Defense Industry Press, 2018: 54–57, 267–269.
- [22] 林萌, 李翠华, 黄剑航. 基于Radon变换的运动模糊图像参数估计[J]. *计算机技术与发展*, 2008, 18(1): 33–36. doi: [10.3969/j.issn.1673-629X.2008.01.009](https://doi.org/10.3969/j.issn.1673-629X.2008.01.009).
- LIN Meng, LI Cuihua, and HUANG Jianhang. Parameters estimation of motion blurred images based on radon transform[J]. *Computer Technology and Development*, 2008, 18(1): 33–36. doi: [10.3969/j.issn.1673-629X.2008.01.009](https://doi.org/10.3969/j.issn.1673-629X.2008.01.009).
- 孙同晶: 女, 博士, 教授, 研究方向为信号处理, 信息融合, 目标定位和跟踪.
- 朱庆煜: 男, 硕士生, 研究方向为信号处理和模式识别.
- 王治撰: 男, 博士生, 高级工程师, 研究方向为水下目标回波特性和海洋环境特性研究.

# Improved Extended Kalman Filter Tracking Method Based On Active Waveguide Invariant Distribution

SUN Tongjing<sup>①</sup> ZHU Qingyu<sup>①</sup> WANG Zhizhuan<sup>②③</sup>

<sup>①</sup>(Department of Automation, Hangzhou Dian zi University, Hangzhou 310018, China)

<sup>②</sup>(School of ship and ocean engineering, Shanghai Jiao Tong University, Shanghai 200240, China)

<sup>③</sup>(Underwater Test and Control Technology Key Laboratory, Dalian 116013, China)

**Abstract:** In the complex Marine environment, the known information of the target is seriously disturbed by environmental noise and reverberation, which leads to poor target tracking effect, and it is difficult to extract the utilizable features of the target from these disturbances. This paper proposes an improved extended Kalman filter tracking method based on active waveguide invariant distribution by integrating the coupling characteristics of the target and environment into the target tracking algorithm. Firstly, based on the basic theory of target scattering in shallow sea waveguides, the mathematical model of invariant representation of active waveguide under the condition of receiving and receiving separation is derived, and the constraint relation of distance, frequency, and invariant distribution of active waveguide is obtained. Then this constraint is added to the state vector of the extended Kalman filter, and the fit degree between the model and the real trajectory of the target is improved by adding new constraints to enhance the precision of target tracking. Finally, the tracking performance of the proposed method is verified by simulation experiments and measured data. The results show that: compared with the conventional extended Kalman filter tracking method, the proposed method can improve the tracking accuracy of the target better. The optimization rate of the simulation results can reach about 50%, and the optimization rate of the measured data processing results is about 60%.

**Key words:** Underwater target tracking; Extended Kalman filter; Shallow water waveguide; Target interference characteristic; The active waveguide invariant