

考虑坐标耦合的三维变结构多模型机动目标跟踪方法

张宏伟^{*①} 高志坚^② 张翊^①

^①(中山大学航空航天学院 深圳 518107)

^②(深圳大学ATR国防科技重点实验室 深圳 518060)

摘要: 在3维空间机动目标跟踪过程中, 目标运动先验未知和坐标耦合误差会引起运动模型-模式失配, 而模型-模式失配会引起状态估计有偏。该文根据目标运动速度正交条件修正状态转移矩阵, 利用原始-对偶正则约束空间测量到球面可行域, 结合自适应转弯率模型和无迹卡尔曼滤波(UKF), 进行模型状态滤波并融合状态估计的一致输出, 推导3维变结构多模型无迹卡尔曼滤波(VSMMUKF)算法。实验结果表明, 相比多模重要性无迹卡尔曼滤波(MIUKF)算法, VSMMUKF计算量相当, 能够更准确地拟合3维空间点目标机动运动。相比于交互多模型最大最小粒子滤波(IMM-MPF)算法, VSMMUKF跟踪固定翼无人机(UAV)的滤波精度提升了2.8%~59.9%, 整体算法负担减小了1个数量级。

关键词: 3维机动目标跟踪; 坐标耦合; 自适应转弯率; 变结构多模型; 非线性状态估计

中图分类号: TN953

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2025)03-0001-09

DOI: 10.11999/JEIT231290

3D Coordinate-coupled Variable Structure Multiple Model Estimator for Maneuvering Target Tracking

ZHANG Hongwei^① GAO Zhijian^② ZHANG Yi^①

^①(School of Aeronautics and Astronautics, Sun Yat-sen University, Shenzhen 518107, China)

^②(ATR Key Laboratory, Shenzhen University, Shenzhen 518060, China)

Abstract: In the 3D maneuvering target tracking, unknown prior and coordinate coupling errors can cause model-mode mismatch and state estimation bias. In this paper, the state transition matrices are modified based on the target velocity-orthogonal condition, the spherical feasible domain is approximated by using the primal-dual regularization, and the adaptive turn rate model is combined in the frame of Unscented Kalman Filtering (UKF) to estimate the model-conditioned state, attaining the consistent output processing. 3D Variable Structure Multi-Model UKF (VSMMUKF) algorithm is derived. Simulation results show that, compared to the Multimode Importance UKF (MIUKF) algorithm, VSMMUKF can more accurately fit the maneuvering motion of 3D spatial point target with the comparable computational complexity; Compared to the Interactive Multi-model Maximum Minimum Particle Filtering (IMM-MPF) algorithm, the filtering accuracy of VSMMUKF for tracking a fixed-wing Unmanned Aerial Vehicle (UAV) has improved by 2.8%~59.9%, and the overall computation burden has reduced an order of magnitude.

Key words: 3D Maneuvering target tracking; Coordinate-coupling; Adaptive turn rate; Variable structure multiple model; Nonlinear state estimation

收稿日期: 2023-11-21; 改回日期: 2024-04-17; 网络出版: 2024-05-13

*通信作者: 张宏伟 zhanghw69@mail.sysu.edu.cn

基金项目: 中山大学青年培育项目(20lgy72), 中国科学院空间精密测量重点实验室开放基金(SPMT2022001), 广东省高等学校科技创新(重点)项目(2020ZDZX1054)

Foundation Items: Sun Yat-sen University Youth Cultivation Project (20lgy72), The Open Research Fund of CAS Key Laboratory of Space Precision Measurement Technology (SPMT2022001), The Key Project of DEGP (2020ZDZX1054)

1 引言

机动目标跟踪是目标跟踪领域的研究热点,在制导与导航、空间监测,以及自动控制与制造等军事和民用领域有着重要的应用^[1-3]。目前,国内外公开文献提出的机动目标跟踪算法大致分为两类:单模型跟踪算法^[4-8]和多模型跟踪算法^[9-13]。单模型算法主要基于机动检测,如可调白噪声模型通过扰动建模目标机动,变维滤波算法通过平均新息法检测目标动态特性变化,Singer模型^[6]和当前统计模型^[7]分别采用零均值和非零均值时间相关的加速度模型表征目标机动特性。当目标机动较大时,这类单模型方法的硬判决切换方式会加剧模型失配问题,引起跟踪性能急剧下降甚至跟踪丢失^[8]。交互多模型(Interact Multiple Model, IMM)算法不需要机动检测,通过马尔可夫链转移并行的多模型,交互多个滤波器提供目标状态估计^[5]。主流的非线性估计器包括,基于泰勒级数展开的扩展卡尔曼滤波(Extended Kalman Filtering, EKF)^[14],基于概率均值近似的无迹卡尔曼滤波(Unscented Kalman Filtering, UKF)^[15],基于蒙特卡罗采样的粒子滤波(Particle Filtering, PF)^[16]等。结合IMM结构,生成IMMEKF, IMMUKF, IMMPPF等新算法^[17,18]。其中,UKF避免了EKF的高阶线性化误差,但对不确定噪声敏感^[19]。PF通过传播一组权值样本近似非线性非高斯状态估计,有效改善了KF类方法的高斯限制^[20]。但对于复杂场景高维状态估计,PF面临维数灾难和样本衰减问题^[21]。

通常,机动目标的运动模式难以预测且剧烈变化。从理论上讲,即使不考虑不同模型之间的切换问题,每一种运动模式包含的转弯率和运动方向均需一种运动模型,这就需要设计无穷多个运动模型^[22]。因此,不论采用单模型或多模型跟踪方法,机动目标运动的模型误差总是存在的。从信息论出发,约束信息可提供先验优化机动目标运动的可能空间^[23]。近年来,国内外研究者相继提出一系列有效的约束动态模型和跟踪算法,例如引入学习机制的高斯过程运动跟踪器^[24],混合重要性高斯滤波^[25]、互信息正则约束的IMMEKF^[26]等。文献^[18]基于极小极大策略改进交互粒子滤波(IMM-Minimax PF, IMM-MPPF),文献^[27]提出多模重要性UKF(Multiple Importance UKF, MIUKF),采用重要性采样机制切换匀速(Constant Velocity, CV)和匀转弯运动学模型。

本质上,上述约束机动目标跟踪算法大多基于坐标解耦的运动模型^[24]。在实际应用中,3维坐标耦合误差引起机动目标运动模型-模式失配,进而

导致状态估计有偏。针对该问题,本文根据目标运动速度和转弯率矢量的正交特性^[2,8],构建带有自适应转弯率运动模型的状态转移矩阵。通过原始测量-对偶状态求解目标转弯率,采用无迹卡尔曼滤波进行模型状态滤波,进而融合模型状态估计的一致输出。推导变结构多模型UKF(Variable Structure Multiple Model UKF, VSMMUKF)方法,旨在更好地拟合机动目标模式,有效提升滤波精度和跟踪鲁棒性。

2 问题描述

2.1 速度正交条件修正状态转移矩阵

在第 k 时刻,分别将目标状态和观测序列记为 $\mathbf{X}_k \in \mathbb{R}^{d_x}$ 和 $\mathbf{Z}_k \in \mathbb{R}^{d_z}$ 。其中, \mathbb{R}^{d_x} 和 \mathbb{R}^{d_z} 分别表示 d_x 维状态空间和 d_z 维测量空间。采用文献^[1]的多模型混合离散动态系统

$$\mathbf{X}_k = \mathbf{f}(\mathbf{X}_{k-1}, m_k^i) + \mathbf{W}_k, \quad \mathbf{W}_k \sim \mathcal{N}(0, \mathbf{Q}_k) \quad (1)$$

$$\mathbf{Z}_k = \mathbf{h}(\mathbf{X}_k) + \mathbf{V}_k, \quad \mathbf{V}_k \sim \mathcal{N}(0, \mathbf{R}_k) \quad (2)$$

其中, \mathbf{f} 和 \mathbf{h} 是矢量变量的非线性函数。 m_k^i 是第 i 个目标状态模型,模型集合 $\{m_k^i\}_{i=1}^K$ 包含 K 个元素。 \mathbf{W}_k 和 \mathbf{V}_k 分别是过程噪声和观测噪声。 $\mathcal{N}(\bar{\mathbf{X}}, \mathbf{P})$ 表示高斯分布,均值和协方差矩阵分别为 $\bar{\mathbf{X}}$ 和 \mathbf{P} 。

在3维笛卡尔坐标系中,将目标矢量记为 $\mathbf{X}_k = [\mathbf{x}_k^T, \dot{\mathbf{x}}_k^T]^T$ 。其中, $\mathbf{x}_k = [x_k, y_k, z_k]^T$ 和 $\dot{\mathbf{x}}_k = [\dot{x}_k, \dot{y}_k, \dot{z}_k]^T$ 分别表示目标的位置和速度分量,上标 T 表示转置。将目标加速度和转弯角速度分别记为 $\ddot{\mathbf{x}}_k = [\ddot{x}_k, \ddot{y}_k, \ddot{z}_k]^T$ 和 $\boldsymbol{\Omega}_k = [\Omega_x, \Omega_y, \Omega_z]^T$ 。Singer法采用指数自相关的零均值随机过程表征目标加速度,该建模方法原理和实现简单,但不符合目标发生机动的物理本质^[2]。实际上,目标运动加速度为速度矢量和转弯率的正交积^[8]。即

$$\begin{bmatrix} \ddot{x}_k \\ \ddot{y}_k \\ \ddot{z}_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -\Omega_{z,k} & \Omega_{y,k} \\ \Omega_{z,k} & 0 & -\Omega_{x,k} \\ -\Omega_{y,k} & \Omega_{x,k} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x}_k \\ \dot{y}_k \\ \dot{z}_k \end{bmatrix} \quad (3)$$

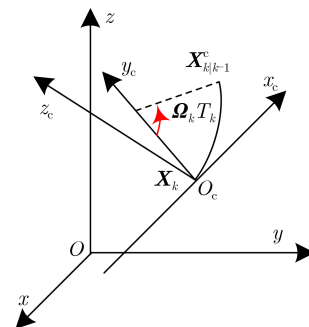


图1 3维坐标系下目标运动的速度正交几何关系

设第 $k-1$ 时刻的目标状态估计为 $\hat{\mathbf{X}}_{k-1} = [\hat{x}_{k-1}, \hat{y}_{k-1}, \hat{z}_{k-1}, \hat{x}_{k-1}, \hat{y}_{k-1}, \hat{z}_{k-1}]^T$ 。以位置 $\hat{\mathbf{X}}_{k-1} = [\hat{x}_{k-1}, \hat{y}_{k-1}, \hat{z}_{k-1}]^T$ 为新的坐标原点 o_c 建立坐标系 $x_c y_c z_c$ ，如图1所示。其中，横轴 $x_c = \dot{\mathbf{X}}_k / \|\dot{\mathbf{X}}_k\|$ ， y_c 轴平行于 xoy 平面。当目标运动到 $\mathbf{X}_{k|k-1}^c$ ，转角 $\phi_k = \Omega_k T_k$ 。目标转弯率已知的有限运动模型集合难以有效刻画目标的较大机动运动模式^[11]。不失一般性，本文采用匀速运动模型和

xoy 与 xoz 平面上的自适应转弯运动构建模型集合。相应地，式(1)中的目标状态转移矩阵为

$$\mathbf{F}_{CV}^1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & T_k & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & T_k & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & T_k \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$\mathbf{F}_{xoy,k}^2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \frac{\sin(\Omega_{xoy} T_k)}{\Omega_{xoy}} & \frac{\cos(\Omega_{xoy} T_k) - 1}{\Omega_{xoy}} & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \frac{\cos(\Omega_{xoy} T_k) - 1}{\Omega_{xoy}} & \frac{\sin(\Omega_{xoy} T_k)}{\Omega_{xoy}} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & T_k \\ 0 & 0 & 0 & \cos(\Omega_{xoy} T_k) & -\sin(\Omega_{xoy} T_k) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sin(\Omega_{xoy} T_k) & \cos(\Omega_{xoy} T_k) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$\mathbf{F}_{xoz,k}^3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & T_k & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & \frac{\sin(\Omega_{xoz} T_k)}{\Omega_{xoz}} & \frac{\cos(\Omega_{xoz} T_k) - 1}{\Omega_{xoz}} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & \frac{\cos(\Omega_{xoz} T_k) - 1}{\Omega_{xoz}} & \frac{\sin(\Omega_{xoz} T_k)}{\Omega_{xoz}} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cos(\Omega_{xoz} T_k) & -\sin(\Omega_{xoz} T_k) \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \sin(\Omega_{xoz} T_k) & \cos(\Omega_{xoz} T_k) \end{bmatrix} \quad (6)$$

式(1)中，目标状态转移过程噪声的协方差矩阵为

$$\mathbf{Q}_k = \begin{bmatrix} \frac{T_k^3}{3} \tilde{\mathbf{Q}} & \frac{T_k^2}{2} \tilde{\mathbf{Q}} \\ \frac{T_k^2}{2} \tilde{\mathbf{Q}} & T \tilde{\mathbf{Q}} \end{bmatrix} \quad (7)$$

其中， $\tilde{\mathbf{Q}} = \text{diag}(q_x, q_y, q_z)$ 。 q_x, q_y 和 q_z 分别是目标加速度在 x 轴、 y 轴和 z 轴上的投影分量。

2.2 目标状态后验近似

在3维坐标系 $x_c y_c z_c$ 中，从第 $k-1$ 时刻到第 k 时刻，点目标运动轨迹是以转角 ϕ_k 为中心角的弧线。图2(a)示出点目标在2维平面上的运动预测曲线，图2(b)示出点目标在3维空间的运动预测球面。

根据式(3)，记目标状态预测处于以 ϕ_k 为中心角的可行域，记为 \mathcal{R}_V^c 。其中，曲面中心点的方位角 α 和俯仰角 β 分别为

$$\alpha = \arccos \left(\frac{\hat{x}_{k-1}}{\sqrt{(\hat{x}_{k-1})^2 + (\hat{y}_{k-1})^2}} \right),$$

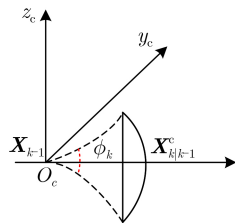
$$\beta = \arctan \left(\frac{\hat{z}_{k-1}}{\sqrt{(\hat{x}_{k-1})^2 + (\hat{y}_{k-1})^2}} \right) \quad (8)$$

理想情况下，传感器获得有效空间测量应距离目标状态预测的球面中心最近。即

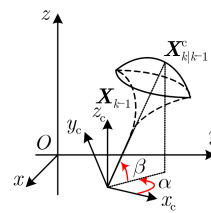
$$\min_{\mathbf{X}_k, \mathbf{Z}_k} \left\{ (\mathbf{Z}_k - h_k(\mathbf{X}_k))^T \mathbf{S}_k^{-1} (\mathbf{Z}_k - h_k(\mathbf{X}_k)) \right\}^{\frac{1}{2}},$$

$$\text{s.t. } \mathbf{X}_k = f(\mathbf{X}_{k-1}, m_k^i) + \mathbf{W}_k \quad (9)$$

其中， \mathbf{S}_k 是测量新息协方差矩阵。



(a) 目标在2维平面上的状态预测



(b) 目标在3维空间上的状态预测

图2 点目标运动的航迹预测

在贝叶斯范式下, 式(9)关联了目标的自适应转弯模型集合和多域测量似然。进一步, 将可行域

$$p(\mathbf{X}_{0:k} | \mathbf{Z}_{1:k}, m_{1:k}^i, a_{1:k}) = \frac{p(\mathbf{Z}_k - \mathbf{h}(\mathbf{X}_k)) \eta_{\mathcal{R}_V^c}^i(m_k^i, \mathbf{X}_k) p_0(\mathbf{X}_k | \mathbf{X}_{k-1}, \mathbf{Z}_{1:k-1}, a_{1:k}) p(\mathbf{X}_{1:k-1} | \mathbf{Z}_{1:k-1}, a_{1:k-1})}{p(\mathbf{Z}_k, a_k | \mathbf{Z}_{1:k-1}, a_{1:k-1})} \propto p(\mathbf{Z}_k | \mathbf{X}_k) p_1(\mathbf{X}_k | \mathbf{Z}_k, m_k^i, \mathbf{X}_{k-1}, a_{1:k}) p(\mathbf{X}_{1:k-1} | \mathbf{Z}_{1:k-1}, a_{1:k-1}) / \varepsilon \quad (10)$$

其中, $p_0(\mathbf{X}_k | \mathbf{Z}_{1:k-1}, \mathbf{X}_{k-1})$ 和 $p_1(\mathbf{X}_k | \mathbf{Z}_k, m_k^i, \mathbf{X}_{k-1}, a_{1:k})$ 分别是系统的初始和修正先验。 $\eta_{\mathcal{R}_V^c}^i(m_k^i, \mathbf{X}_k)$ 是运动模型 m_k^i 条件下测量是否在可行域的指示函数, 当 $\mathbf{Z}_k \in \mathcal{R}_V^c$ 时, $\eta_{\mathcal{R}_V^c}^i(\mathbf{X}_k) = 1$, 否则为0。 ε 是常数。 $p(\mathbf{Z}_k, a_k | \mathbf{Z}_{1:k-1}, a_{1:k-1})$ 是测量预测概率密度函数, 由于测量函数的非线性和不连续性, 不能保证其作为分母处处非零。因此, 该式的目标后验分布无法解析求解, 需采用数值方法近似^[28]。

基于上述分析, 本文为消减模型误差以及状态估计有偏, 采用原始-对偶正则^[22]补偿系统偏差, 生成凸约束测量集合^[29], 进而结合目标自适应转弯模型和无迹卡尔曼滤波实现模型状态滤波, 融合模型状态估计的一致输出。

3 所提VSMMUKF算法的实现

3.1 生成约束凸测量集合

相比障碍函数法, 原始-对偶内点(Primal-Dual Interior-Point, PDIP)方法具有更好的线性收敛特性, 而且不要求原始变量和对偶变量严格可行。因此, PDIP法能够更好地满足高精度要求。本节将式(9)中的有效测量作为原始对偶变量, 记为 \mathbf{Z}_{pri} 。将Frobenius规范的状态预测作为式(9)的正则项^[30], 并构建无约束目标函数

$$\arg \min_{\mathbf{X}_k, \mathbf{Z}_k} \left\{ \left\{ (\mathbf{Z}_k - \mathbf{h}_k(\mathbf{X}_k))^T \mathbf{S}_k^{-1} (\mathbf{Z}_k - \mathbf{h}_k(\mathbf{X}_k)) \right\}^{\frac{1}{2}} + \lambda \sum_{i=1}^K \left\| \mathbf{X}_k - \mathbf{F}_k^i \mathbf{X}_{k-1}^i \right\|_{\text{Fro}} \right\} \quad (11)$$

其中, λ 是松弛因子, \mathbf{X}_k^i 是模型 m_k^i 的目标状态。 $\|\cdot\|_{\text{Fro}}$ 表示Frobenius范数。记 n 阶满秩矩阵为 $[\mathbf{X}_{ij}]_{n \times n}$, 伴随矩阵和迹分别为 \mathbf{X}^* 和 $\text{Tr}(\mathbf{X}^* \mathbf{X})$,

$$\text{则 } \|\mathbf{X}_{ij}\|_{\text{Fro}} = \sqrt{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n |\mathbf{X}_{ij}|^2} = \sqrt{\text{Tr}(\mathbf{X}^* \mathbf{X})}.$$

将式(11)的解作为对偶变量 \mathbf{X}_{dual} 。回顾2.1节的修正状态转移矩阵, 3D机动目标跟踪系统中对偶变量的梯度运算为

\mathcal{R}_V^c 内目标特征集合表示为 a_k 。根据全概率公式, 机动目标跟踪系统的状态后验分布近似为

$$\left. \begin{aligned} f(\mathbf{X}_k, m_k^i) &= [\mathbf{F}_{\text{CV}}^1 \mathbf{X}_k^i, \mathbf{F}_{\text{xy}}^2 \mathbf{X}_k^i, \mathbf{F}_{\text{oz}}^3 \mathbf{X}_k^i] \\ \text{Df}(\mathbf{X}_k, m_k^i) &= [\nabla \mathbf{F}_{\text{CV}}^i \mathbf{X}_k^i, \nabla \mathbf{F}_{\text{xy}}^i \mathbf{X}_k^i, \nabla \mathbf{F}_{\text{oz}}^i \mathbf{X}_k^i] \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

其中, ∇ 表示矩阵的梯度运算。

原始测量和对偶状态的残差分别为

$$\mathbf{r}_{\text{pri}} = \mathbf{Z}_k - \mathbf{h}(\mathbf{X}_k), \mathbf{r}_{\text{dual}} = \text{Df}(\mathbf{X}_k, m_k^i)^T + \mathbf{h}^{-1}(\mathbf{V}_k) \quad (13)$$

其中, $\mathbf{h}^{-1}(\cdot)$ 是 $\mathbf{h}(\cdot)$ 在可行域的逆函数。

记原始测量和对偶状态的搜索方向为 $[\Delta \mathbf{Z}_{\text{pri}}, \Delta \mathbf{X}_{\text{dual}}]$, 则

$$\begin{bmatrix} \sum_{i=1}^K \nabla^2 \mathbf{F}_k^i \mathbf{X}_k^i & \mathbf{h}_k^T \\ \mathbf{h}_k & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{X}_{\text{pd}} \\ \Delta \mathbf{Z}_{\text{pd}} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \mathbf{r}_{\text{dual}} \\ \mathbf{r}_{\text{pri}} \end{bmatrix} \quad (14)$$

设置步长 s_{pd} , 误差迭代阈值 $\xi_{\text{feas}} > 0$ 。采用回溯法遍历可行域 $\mathcal{R}_{V_k}^c$, 求解原始测量和对偶状态为

$$\mathbf{Z}_{\text{pri}} := \mathbf{h}(\bar{\mathbf{X}}_k) + s_{\text{pd}} \Delta \mathbf{Z}_{\text{pri}}, \mathbf{X}_{\text{dual}} := \bar{\mathbf{X}}_{k-1} + s_{\text{pd}} \Delta \mathbf{X}_{\text{dual}} \quad (15)$$

3.2 解算目标转弯率

在第 $k-1$ 时刻, 设目标在平面 $x_c o_c y_c$ 转动, 则将状态估计 $\hat{\mathbf{X}}_{k-1}$ 左乘坐标转移矩阵 \mathbf{B} , 得到预测中心 $\mathbf{X}_{c|k-1}^c$ 。在图1(c)中, 将 $\mathbf{B} \hat{\mathbf{X}}_{k-1}$ 沿 x 轴旋转角度 ϕ_k 到3维球面中心 $\mathbf{X}_{c|k-1}^c$, 将旋转矩阵记为 \mathbf{A} 。从而

$$\mathbf{X}_{c|k-1}^c = \mathbf{A} \mathbf{B} \hat{\mathbf{X}}_{k-1} \quad (16)$$

其中

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \phi_k & -\sin \phi_k & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cos \phi_k & -\sin \phi_k \\ 0 & \sin \phi_k & -\sin \phi_k & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \sin \phi_k & \cos \phi_k \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{\sin(\Omega_k T_k)}{\Omega_k} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\Omega_k T_k) & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1 - \cos(\Omega_k T_k)}{\Omega_k} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sin(\Omega_k T_k) & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}。$$

将式(8)中的方位角 α 和俯仰角 β 代入坐标系的几何转换矩阵, 推导 xyz 坐标系中目标状态预测为

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{X}}_{k|k-1} &= \begin{bmatrix} x_k \\ y_k \\ z_k \\ \dot{x}_k \\ \dot{y}_k \\ \dot{z}_k \end{bmatrix} \\ &+ \begin{bmatrix} db & -a & -cb & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & db & -a & -cb \\ da & b & -ca & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & da & b & -ca \\ c & 0 & d & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c & 0 & d \end{bmatrix} \\ &\cdot \mathbf{X}_{k|k-1}^c \end{aligned} \quad (17)$$

其中, $a = \sin \alpha$, $b = \cos \alpha$, $c = \sin \beta$, $d = \cos \beta$ 。

在 xyz 坐标系中, 设原始空间测量点 $\bar{\mathbf{Z}}_k$ 的位置分量为 $[x_p, y_p, z_p]^T$ 。则在 $x_c y_c z_c$ 坐标系中的目标位置为

$$\begin{bmatrix} x_p^c \\ y_p^c \\ z_p^c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} db & da & c \\ -a & b & 0 \\ -cb & -ca & d \end{bmatrix} \times \left[\begin{bmatrix} x_p \\ y_p \\ z_p \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} x_k \\ y_k \\ z_k \end{bmatrix} \right] \quad (18)$$

连接式(17)中目标预测中心与坐标原点 O_c , 该连线和 x_c 轴之间的夹角为

$$\varphi_X^c = \arctan \frac{y_{k|k-1}^c}{x_{k|k-1}^c} = \arctan \frac{1 - \cos(\Omega_k T_k)}{\sin(\Omega_k T_k)} \quad (19)$$

连接式(18)的解与坐标原点 O_c , 该连线和横轴 x_c 轴之间的夹角为

$$\varphi_k^c = \arctan \frac{1 - \cos(\Omega_k T_k)}{\sin(\Omega_k T_k)} = \arctan \frac{\sqrt{(y_p^c)^2 + (z_p^c)^2}}{x_p^c} \quad (20)$$

当 $\mathbf{Z}_k \in \mathcal{R}_V^c$ 时, 若测量点位于预测中心曲面上, 则 $\varphi_X^c = \varphi_k^c$ 。求解该等式, 得到3维空间点目标在 xoy 和 xoz 平面上的自适应转弯率。分别为

$$\begin{aligned} \Omega_{xoy} &= \frac{\cos \alpha}{T_k} \arctan \frac{(x_p^c)^2 - (y_p^c)^2 - (z_p^c)^2}{(x_p^c)^2 + (y_p^c)^2 + (z_p^c)^2}, \\ \Omega_{xoz} &= \frac{\sin \beta}{T_k} \arctan \frac{(x_p^c)^2 - (y_p^c)^2 - (z_p^c)^2}{(x_p^c)^2 + (y_p^c)^2 + (z_p^c)^2} \end{aligned} \quad (21)$$

3.3 模型状态滤波

本文所提的VSMMUKF算法交互作用模型集合 $\{m_1, m_2, \dots, m_K\}$ 的滤波输出。设从第 $k-1$ 时刻的模型 m_{k-1}^j 切换到第 k 时刻的模型 m_k^i , Markov概率为 $p_k^{ij} = p \{m_k^i = m_i | m_{k-1}^j = m_j\}$ 。 $\{p_k^{ij}\}_{i=1, j=1}^K$ 是Markov转移矩阵中的第 i 行第 j 列的元素, 模型 m_k^i 的权重概率 $p_k^i = \sum_{j=1}^K p_k^{ij}$ 。3.1节采用DPIP方法近似可行域中心, 3.2节解析计算目标运动转弯率。基于此, 本文所提的VSMMUKF算法采用UKF框架实现模型状态的非线性估计。

3.3.1 可行域目标状态预测

所提算法根据无迹变换采样法则^[16], 在可行域选择采样目标模型 m_k^i 条件下的 $2d_X + 1$ 个Sigma点, 记为 $\{\mathbf{X}_k^{i,l}\}_{l=1}^{2d_X+1}$ 。并计算积分点权重 $w_{i,k}^l$

$$\mathbf{X}_k^{i,0} = \bar{\mathbf{X}}_k^i, w_k^{i,0} = \frac{\lambda}{d_X + \lambda} \quad (22)$$

$$\mathbf{X}_k^{i,l} = \bar{\mathbf{X}}_k^i \pm \sqrt{(d_X + \lambda) \mathbf{P}_k^{i,l}},$$

$$w_k^{i,l} = \frac{1}{2(d_X + \lambda)}, l = 1, 2, \dots, 2d_X \quad (23)$$

其中, λ 是尺度因子, 表示可行域半径。 $\sqrt{(d_X + \lambda) \mathbf{P}_k^{i,l}}$ 是第 l 列Cholesky分解均值。

所提算法根据式(21)计算目标转弯率, 可更好地拟合目标运动模式, 提高状态预测准确度。结合式(1), 对目标运动模型 m_k^i 条件下的目标状态和测量进行一步预测

$$\mathbf{X}_{k+1|k}^{i,l} = \mathbf{F}_k^i \mathbf{X}_k^{i,l}, \mathbf{Z}_{k+1|k}^{i,l} = \mathbf{h}_k \mathbf{X}_{k+1|k}^{i,l} \quad (24)$$

结合式(15), 计算状态预测均值和协方差为

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{X}}_{k+1|k}^i &= \sum_{l=0}^{2n_X} w_k^{i,l} \mathbf{X}_{k+1|k}^{i,l}, \\ \mathbf{P}_{k+1|k}^i &= \mathbf{Q}_k^i + \sum_{l=0}^{2n_X} w_k^{i,l} \left[\mathbf{X}_{\text{dual}} - \mathbf{X}_{k+1|k}^{i,l} \right] \\ &\quad \cdot \left[\mathbf{X}_{\text{dual}} - \mathbf{X}_{k+1|k}^{i,l} \right]^T \end{aligned} \quad (25)$$

3.3.2 引入当前时刻约束凸测量

在3.1节, 所提算法通过PDIP方法求解 \mathbf{Z}_{pri} , 有效消除测量序列中的鞍点等野值。从而, 降低无迹变换对测量噪声的敏感度, 提升鲁棒性。在第 $k+1$ 时刻, 引入当前时刻的约束凸测量, 更新积分点权重 $w_{k+1}^{i,l}$ 。分别计算测量残差和互协方差为

$$\begin{aligned} \mathbf{S}_{k+1}^i &= \mathbf{R}_k + \sum_{l=1}^{2d_X+1} w_{k+1}^{i,l} \left[\mathbf{Z}_{\text{pri}} - \mathbf{Z}_{k+1|k}^{i,l} \right] \\ &\quad \cdot \left[\mathbf{Z}_{\text{pri}} - \mathbf{Z}_{k+1|k}^{i,l} \right]^T \end{aligned} \quad (26)$$

$$\mathbf{P}_{\mathbf{X}^i \mathbf{Z}, k+1}^i = \sum_{l=1}^{2d_X+1} w_{k+1}^{i,l} \left[\mathbf{X}^{\text{dual}} - \mathbf{X}_{k+1|k}^{i,l} \right] \cdot \left[\mathbf{Z}_{\text{pri}} - \mathbf{Z}_{k+1|k}^{i,l} \right]^T \quad (27)$$

更新目标模型 m_{k+1}^i 的似然概率 L_{k+1}^i 为

$$\mathbf{L}_{k+1}^{i,l} \sim \mathcal{N}(\mathbf{Z}_{\text{pri}}, \mathbf{S}_{k+1}^i), \mathbf{L}_{k+1}^i = \sum_{l=1}^{2d_X+1} w_{k+1}^{i,l} \mathbf{L}_{k+1}^{i,l} \quad (28)$$

计算目标模型 m_{k+1}^i 条件下目标状态的UKF滤波增益为

$$\mathbf{G}_{k+1}^i = \mathbf{P}_{\mathbf{X}^i \mathbf{Z}, k+1}^i [\mathbf{S}_{k+1}^i]^{-1} \quad (29)$$

更新目标模型 m_k^i 条件下的目标状态均值和协方差, 分别为

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{X}}_{k+1|k+1}^i &= \bar{\mathbf{X}}_{k+1|k}^i + \mathbf{G}_{k+1}^i \sum_{l=1}^{2d_X+1} w_{k+1}^{i,l} \left[\mathbf{Z}_{\text{pri}} - \mathbf{Z}_{k+1|k}^{i,l} \right], \\ \mathbf{P}_{k+1|k+1}^i &= \mathbf{P}_{k+1|k}^i + \mathbf{G}_{k+1}^i \mathbf{S}_{k+1}^i [\mathbf{G}_{k+1}^i]^T \end{aligned} \quad (30)$$

3.4 融合目标状态输出

在3.3节模型状态滤波的基础上, 更新目标模型 m_{k+1}^i 的交互权重为

$$p_{k+1}^i = L_{k+1}^i \sum_{j=1}^K p_k^{i|j} / \sum_{i=1}^K L_{k+1}^i \sum_{j=1}^K p_k^{i|j} \quad (31)$$

至此, 解算式(10)不需严格确定完备的目标特征集合 a_k 和测量集合 $\mathbf{Z}_k \in \mathcal{R}_{V_k}^c$, 以及 ε 的精确值。综合考虑不同运动模型的状态输出, 更新目标状态输出的均值和协方差

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{X}}_{k+1|k+1} &= \sum_{i=1}^K L_{k+1}^i \bar{\mathbf{X}}_{k+1|k+1}^i, \\ \mathbf{P}_{k+1|k+1} &= \sum_{i=1}^K L_{k+1}^i \mathbf{P}_{k+1|k+1}^i \end{aligned} \quad (32)$$

4 实验及分析

4.1 参数设置

为验证所提VSMMUKF算法的3维机动目标跟

踪性能, 设计一小型固定翼无人机(Unmanned Aerial Vehicle, UAV)试飞场景进行蒙特卡罗仿真实验。图3(a)是UAV外场试飞实验, UAV的运动范围为 $[-400 \text{ m}, 200 \text{ m}] \times [0 \text{ m}, 1000 \text{ m}] \times [0 \text{ m}, 60 \text{ m}]$ 。图3(b)示出3维空间中点目标的航迹, 包含爬升、巡飞以及俯冲阶段。采用实时动态(Real Time Kinematic, RTK)载波相位差分技术记录目标的3维位置, 飞行时间70 s, 测量间隔 $T_k = 1 \text{ s}$ 。目标跟踪起始点和结束点的状态分别为 $\mathbf{X}_0 = [94.66 \text{ m}, 103.95 \text{ m/s}, 190.50 \text{ m}, 103.95 \text{ m/s}, 17.76 \text{ m}, 0.34 \text{ m/s}]$ 和 $\mathbf{X}_1 = [159.95 \text{ m}, 142.95 \text{ m/s}, 168.18 \text{ m}, 142.95 \text{ m/s}, 30.14 \text{ m}, 0.67 \text{ m/s}]$ 。

选用 j 个静态测角传感器观测目标的方位角 $A_{j,k}$ 和俯仰角 $E_{j,k}$, 3维机动目标跟踪系统的测量模型为

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} A_{j,k} \\ E_{j,k} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \arctan \frac{y_k - y_{j,s}}{x_k - x_{j,s}} \\ \arctan \frac{z_k - z_{j,s}}{\sqrt{(x_k - x_{j,s})^2 + (y_k - y_{j,s})^2}} \end{bmatrix} \\ &+ \begin{bmatrix} V_A \\ V_E \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (33)$$

其中, $(x_{j,s}, y_{j,s}, z_{j,s})$ 是第 j 个传感器的3维位置, V_A 和 V_E 分别是方位角和俯仰角的测量噪声。

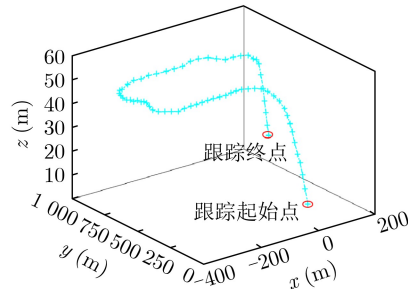
本节将双站测角传感器分别布站于 $[0 \text{ m}, 100 \text{ m}, 0 \text{ m}]$ 和 $[0 \text{ m}, 700 \text{ m}, 0 \text{ m}]$ 处。考虑传感器系统误差和测量环境干扰等不确定性因素, 采用文献[24]的非高斯测量噪声模型

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} V_{A_{j,k}} \\ V_{E_{j,k}} \end{bmatrix} &= \mathcal{N} \left(0, \begin{bmatrix} 1.0 \text{ mrad} & 0 \\ 0 & 1.0 \text{ mrad} \end{bmatrix} \right) \\ &+ \begin{bmatrix} 0.1 \cos(k) & 0 \\ 0 & -0.1 \sin(k) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (34)$$

选择文献[18]中的IMM-MPF和文献[27]中MI-UKF与所提VSMMUKF算法进行对比。选用文献[18]中IMM-MPF粒子数目, 以及文献[27]的初始Markov转移矩阵。3种算法分别完成100轮蒙特卡罗仿真实验, 定性和定量比较跟踪结果。3维机动目标跟踪



(a) 小型固定翼无人机外场



(b) 小型固定翼无人机航迹

图3 小型固定翼无人机试飞场景

的性能参数主要包括：滤波位置均方根误差， x 轴、 y 轴和 z 轴上的滤波误差，以及实验运行时间。

图4给出3种滤波算法蒙特卡罗仿真实验的定性比较结果。图4(a)是位置均方根误差，位置均方根误差的起伏幅值从大到小依次为MIUKF, IMM-MPF和VSMMUKF算法。这是因为：MIUKF基于固定模型集合，着眼于提升不同运动学模型切换；而IMM-MPF和VSMMUKF算法的模型集合能够自适应地细化机动目标跟踪的状态空间。整体上，VSMMUKF的位置均方根误差的变化趋势与点目标的机动变化最为一致，且没有出现较大的性能跳跃。这是因为：MIUKF和IMM-MPF算法基于解耦的运动模型，VSMMUKF方法设计3维坐标耦合运动学模型，更贴切地刻画3维机动目标的实际运动模式。IMM-MPF采用最大最小策略优化模型状态滤波，VSMMUKF通过原始-对偶正则近似曲面可行域中心，所得目标状态-测量对，更接近满足目标状态时间累积和空间累积的映射关系。

由图4(b)–图4(d)可知， x 轴、 y 轴和 z 轴上的滤波误差的起伏幅值从大到小依次为MIUKF, IMM-MPF和VSMMUKF算法。这是因为，VSMMUKF方法利用原始-对偶正则筛选目标运动特性并跟踪有效测量信息，从而能够更及时地捕捉目标的机动运动。同时，在无迹变换过程中，通过引入自适

应转弯率修正状态转移矩阵，提升了状态预测准确性。通过引入约束凸测量平滑更新步骤中的异常值，调控滤波增益，提升算法抗噪声干扰的鲁棒性。

表1统计了位置均方根误差(Root Mean Square Error, RMSE)的均值和协方差，滤波误差在 x 轴、 y 轴和 z 轴上的最大值和协方差，以及整体运行时间共9个参数。

通过定量分析比较误差均值和协方差，以及滤波误差在 x 轴、 y 轴和 z 轴上的最大值和协方差这8个参数，可得出如下结论。(1)相比MIUKF算法，IMM-MPF和VSMMUKF明显提升了整体滤波精度和稳定性。这主要是由于MIUKF运动模型固定，而IMM-MPF和VSMMUKF通过自适应地调整目标转弯率，改进了运动模型-模式匹配程度。(2)对比IMM-MPF算法的8个统计参数，VSMMUKF分别提升了59.9%、56.2%、61.2%、54.6%、58.1%、56.1%、38.9%和2.8%。这主要是因为VSMMUKF将目标速度正交条件引入状态转移矩阵，在预测阶段有效消减坐标耦合误差，改善状态估计的滤波精度。同时，在更新阶段引入约束凸测量，提升了系统抗模型不准确和观测不确定的跟踪鲁棒性。

另外，IMM-MPF算法的运行时间相比MIUKF算法增长了一个数量级。这主要是因为MIUKF方

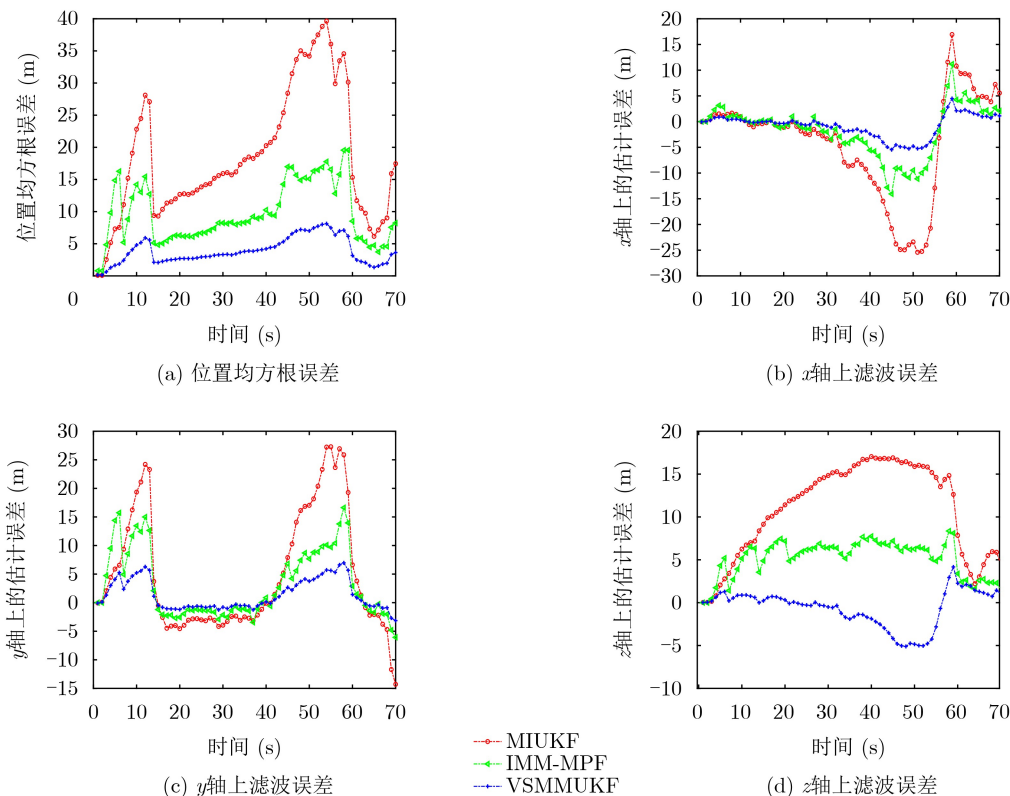


图4 3种跟踪算法滤波性能比较

表1 表100轮蒙特卡罗实验统计滤波误差(均值、最大值及协方差)和实验运行时间

算法	位置均方根误差		x 轴上滤波误差		y 轴上滤波误差		z 轴上滤波误差		运行时间 (s)
	均值 (m)	标准差 (m)	最大值 (m)	标准差 (m)	最大值 (m)	标准差 (m)	最大值 (m)	标准差 (m ²)	
MIUKF	18.34	10.10	-25.41	10.19	27.28	10.70	17.04	5.42	1.36
IMM-MPF	9.69	4.68	-14.05	4.94	16.63	6.06	8.36	2.18	16.05
VSMUKF	3.88	2.05	-5.45	2.24	6.97	2.66	-5.11	2.12	5.93

法模型个数为3, 通过重要性采样方法计算模型切换概率, 基于UKF方法进行模型状态估计。因此总体计算量正比于目标状态维数的3次方^[31]。而IMM-MPF基于重要性采样方法进行模型状态估计, 粒子数目为300^[18], 而计算量随粒子数目成正比增长^[26]。VSMUKF算法采用高斯权重计算模型似然概率, 基于UKF进行模型状态估计, PDIP方法具有良好的线性收敛特性。因此VSMUKF和MIUKF算法的计算复杂度相当, 而计算量增加的部分主要花费于目标转弯率计算。

5 结束语

在3维机动目标跟踪过程中, 目标机动先验未知和坐标耦合误差会引起模型-模式失配和状态估计有偏。本文所提VSMUKF算法利用运动学速度正交条件修正状态转移矩阵, 构建坐标耦合的运动模型。同时, 引入目标自适应转弯率和约束非凸测量重构无迹变换步骤, 在交互多模型模式下实现状态估计的一致输出。仿真实验的定性和定量比较结果及分析均表明, 相比MIUKF和IMM-MPF算法, 所提算法有效提升了3维机动目标跟踪系统的滤波精度和跟踪鲁棒性。后续工作将结合天文定位约束信息, 将VSMUKF算法推广应用于星图空间目标跟踪。

参考文献

- [1] BAR-SHALOM Y, LI X R, and KIRUBARAJAN T. Estimation with Applications to Tracking and Navigation: Theory, Algorithms and Software[M]. New York: John Wiley & Sons, 2002.
- [2] LI X R and JILKOV V P. Survey of maneuvering target tracking. Part I. Dynamic models[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2003, 39(4): 1333-1364. doi: 10.1109/TAES.2003.1261132.
- [3] ZHANG Hongwei and LI Pengfei. Measurement-driven Gauss-Hermite particle filter with soft spatiotemporal constraints for multi-optical theodolites target tracking[J]. *Chinese Journal of Aeronautics*, 2023, 36(8): 313-330. doi: 10.1016/j.cja.2023.03.007.
- [4] 周宏仁. 机动目标跟踪[M]. 北京: 国防工业出版社, 1991. ZHOU Hongren. Tracking of Maneuvering Targets[M]. Beijing: National Defense Industry Press, 1991.
- [5] KIRUBARAJAN T and BAR-SHALOM Y. Kalman filter vs. IMM estimator: When do we need the latter?[C]. SPIE 4048, Signal and Data Processing of Small Targets 2000, Orlando, USA, 2000: 576-582. doi: 10.1117/12.392013.
- [6] 李盈萱, 王中训, 董云龙. 两种新的机动目标仿真模型[J]. 系统仿真学报, 2023, 35(7): 1581-1589. doi: 10.16182/j.issn1004731x.joss.22-0295. LI Yingxuan, WANG Zhongxun, and DONG Yunlong. Two new maneuvering target simulation methods[J]. *Journal of System Simulation*, 2023, 35(7): 1581-1589. doi: 10.16182/j.issn1004731x.joss.22-0295.
- [7] 滕康, 周勇. 基于当前统计模型改进的机动目标自适应跟踪算法[J/OL]. 现代雷达, 2023: 1-9. http://kns.cnki.net/kcms/detail/32.1353.TN.20231031.1535.002.html, 2024. TENG Kang and ZHOU Yong. Adaptive tracking algorithm of maneuvering target based on current statistical model[J]. *Modern Radar*, 2023: 1-9. http://kns.cnki.net/kcms/detail/32.1353.TN.20231031.1535.002.html, 2024.
- [8] 刘宗香, 谢维信, 黄敬雄. 一种用于三维空间杂波环境机动目标跟踪的数据互联方法[J]. 电子与信息学报, 2009, 31(4): 848-852. doi: 10.3724/SP.J.1146.2007.01880. LIU Zongxiang, XIE Weixin, and HUANG Jingxiang. A data association method for maneuvering target tracking in three-dimensional space under the circumstance of clutter[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2009, 31(4): 848-852. doi: 10.3724/SP.J.1146.2007.01880.
- [9] LI X R and JILKOV V P. Survey of maneuvering target tracking. Part V. Multiple-model methods[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2005, 41(4): 1255-1321. doi: 10.1109/TAES.2005.1561886.
- [10] LI X R, JILKOV V P, and RU J. Multiple-model estimation with variable structure-part VI: Expected-mode augmentation[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2005, 41(3): 853-867. doi: 10.1109/TAES.2005.1541435.
- [11] LI X R. Model-set sequence-conditioned estimation for variable-structure MM estimation[C]. SPIE 3373, Signal and Data Processing of Small Targets, Orlando, USA, 1998: 546-558. doi: 10.1117/12.324650.
- [12] LI X R. Multiple-model estimation with variable structure. II. Model-set adaptation[J]. *IEEE Transactions on*

- Automatic Control*, 2000, 45(11): 2047–2060. doi: [10.1109/9.887626](https://doi.org/10.1109/9.887626).
- [13] LI X R and ZHANG Youmin. Multiple-model estimation with variable structure. V. Likely-model set algorithm[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2000, 36(2): 448–466. doi: [10.1109/7.845222](https://doi.org/10.1109/7.845222).
- [14] 孙照强, 王志贵, 孟飞, 等. 基于EKF及弹道方程的弹道目标跟踪滤波器设计[J]. *系统工程与电子技术*, 2022, 44(10): 3207–3212. doi: [10.12305/j.issn.1001-506x.2022.10.25](https://doi.org/10.12305/j.issn.1001-506x.2022.10.25).
SUN Zhaoqiang, WANG Zhigui, MENG Fei, et al. Ballistic target tracking filter design based on EKF and ballistic equations[J]. *Systems Engineering and Electronics*, 2022, 44(10): 3207–3212. doi: [10.12305/j.issn.1001-506x.2022.10.25](https://doi.org/10.12305/j.issn.1001-506x.2022.10.25).
- [15] ZHANG Hongwei and XIE Weixin. Constrained unscented Kalman filtering for bearings-only maneuvering target tracking[J]. *Chinese Journal of Electronics*, 2020, 29(3): 501–507. doi: [10.1049/cje.2020.02.006](https://doi.org/10.1049/cje.2020.02.006).
- [16] JULIER S J, UHLMANN J K, and DURRANT-WHYTE H F. A new approach for filtering nonlinear systems[C]. 1995 American Control Conference - ACC'95, Seattle, USA, 1995: 1628–1632. doi: [10.1109/ACC.1995.529783](https://doi.org/10.1109/ACC.1995.529783).
- [17] 王平波, 刘杨. 基于改进自适应IMM-UKF算法的水下目标跟踪[J]. *电子与信息学报*, 2022, 44(6): 1999–2005. doi: [10.11999/jeit211128](https://doi.org/10.11999/jeit211128).
WANG Pingbo and LIU Yang. Underwater target tracking algorithm based on improved adaptive IMM-UKF[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2022, 44(6): 1999–2005. doi: [10.11999/jeit211128](https://doi.org/10.11999/jeit211128).
- [18] LIM J, KIM H S, and PARK H M. Interactive-multiple-model algorithm based on Minimax particle filtering[J]. *IEEE Signal Processing Letters*, 2019, 27: 36–40. doi: [10.1109/LSP.2019.2954000](https://doi.org/10.1109/LSP.2019.2954000).
- [19] JULIER S J and UHLMANN J K. Unscented filtering and nonlinear estimation[J]. *Proceedings of the IEEE*, 2004, 92(3): 401–422. doi: [10.1109/JPROC.2003.823141](https://doi.org/10.1109/JPROC.2003.823141).
- [20] 张宏伟, 张小虎, 曹勇. 贝叶斯序贯重要性积分滤波器[J]. *电子学报*, 2022, 50(4): 823–831. doi: [10.12263/DZXB.20210716](https://doi.org/10.12263/DZXB.20210716).
ZHANG Hongwei, ZHANG Xiaohu, and CAO Yong. Bayesian sequential importance quadrature filter[J]. *Acta Electronica Sinica*, 2022, 50(4): 823–831. doi: [10.12263/DZXB.20210716](https://doi.org/10.12263/DZXB.20210716).
- [21] LIM J, KIM H S, and PARK H M. Minimax particle filtering for tracking a highly maneuvering target[J]. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 2020, 30(2): 636–651. doi: [10.1002/rnc.4785](https://doi.org/10.1002/rnc.4785).
- [22] 王昱淇, 卢宙, 蔡云泽. 基于一致性的分布式变结构多模型方法[J]. *自动化学报*, 2021, 47(7): 1548–1557. doi: [10.16383/j.aas.c190091](https://doi.org/10.16383/j.aas.c190091).
WANG Yuqi, LU Zhou, and CAI Yunze. Consensus-based distributed variable structure multiple model[J]. *Acta Automatica Sinica*, 2021, 47(7): 1548–1557. doi: [10.16383/j.aas.c190091](https://doi.org/10.16383/j.aas.c190091).
- [23] ROSSI F, VAN BEEK P, and WALSH T. Constraint programming[J]. *Foundations of Artificial Intelligence*, 2018, 3: 181–211.
- [24] XU Linfeng, LI X R, LIANG Yan, et al. Modeling and state estimation of linear destination-constrained dynamic systems[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2022, 70: 2374–2387. doi: [10.1109/TSP.2022.3166113](https://doi.org/10.1109/TSP.2022.3166113).
- [25] AFTAB W and MIHAYLOVA L. A learning gaussian process approach for maneuvering target tracking and smoothing[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2021, 57(1): 278–292. doi: [10.1109/TAES.2020.3021220](https://doi.org/10.1109/TAES.2020.3021220).
- [26] ZHANG Hongwei, YE Xiaoyu, and HU Qi. Spatiotemporal learning via mixture importance Gaussian filtering with sparse regularization[J]. *IEEE Signal Processing Letters*, 2023, 30: 279–283. doi: [10.1109/LSP.2023.3258861](https://doi.org/10.1109/LSP.2023.3258861).
- [27] FAN Xuxiang, WANG Gang, HAN Jiachen, et al. Interacting multiple model based on maximum correntropy Kalman filter[J]. *IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Express Briefs*, 2021, 68(8): 3017–3021. doi: [10.1109/TCSII.2021.3068221](https://doi.org/10.1109/TCSII.2021.3068221).
- [28] ZHANG Hongwei. Multiple importance unscented Kalman filtering with soft spatiotemporal constraint for multi-passive-sensor target tracking[J]. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 2023, 33(1): 264–281. doi: [10.1002/rnc.5977](https://doi.org/10.1002/rnc.5977).
- [29] SÄRKKÄ S. Bayesian Filtering and Smoothing[M]. Cambridge: Cambridge University Press, 2013. doi: [10.1017/CBO9781139344203](https://doi.org/10.1017/CBO9781139344203).
- [30] SILVESTRE D. Constrained convex generators: A tool suitable for set-based estimation with range and bearing measurements[J]. *IEEE Control Systems Letters*, 2021, 6: 1610–1615. doi: [10.1109/LCSYS.2021.3129729](https://doi.org/10.1109/LCSYS.2021.3129729).
- [31] BOYD S, BOYD S P, and VANDENBERGHE L. Convex Optimization[M]. Cambridge, U. K. : Cambridge University Press, 2004.

张宏伟: 女, 讲师, 博士, 研究方向为目标跟踪、智能信息处理。
高志坚: 男, 硕士, 实验师, 研究方向为机器视觉、传感器网络等。
张 翊: 女, 博士生, 研究方向为视觉目标跟踪等。

责任编辑: 余 蓉