

# 基于空间变换预处理的噪声子空间投影法

陆典\*

(哈尔滨工程大学水声技术全国重点实验室 哈尔滨 150001)

(教育部极地海洋声学与技术应用教育部重点实验室(哈尔滨工程大学) 哈尔滨 150001)

(哈尔滨工程大学水声工程学院 哈尔滨 150001)

**摘要:** 针对基于噪声子空间投影的空间谱合成技术对输入信噪比(SNR)要求较高的问题, 该文提出一种基于空间变换预处理的改进噪声子空间投影法。在子阵维度上, 对阵列数据进行拆分处理, 得到空间-空间-频率3维数据; 利用空间投影变换, 将其重新投影为空间-频率2维数据, 实现子阵维度相干累积, 提高空间变换后输入信噪比; 采用噪声子空间投影法, 对变换后数据进行处理, 实现空间谱合成。数值仿真和实测数据处理结果表明: 相比噪声子空间投影法, 在保持方位分辨率不变的前提下, 所提方法对输入信噪比的最低要求降低约6 dB, 有效提升了噪声子空间投影法的弱信源检测性能。

**关键词:** 空间谱合成; 噪声子空间投影; 子阵维度; 空间变换

中图分类号: TN919

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2023)12-4382-09

DOI: 10.11999/JEIT230553

## A Noise Subspace Projection Method Based on Spatial Transformation Preprocessing

LU Dian

(National Key Laboratory of Underwater Acoustic Technology, Harbin Engineering University,  
Harbin 150001, China)

(Key Laboratory for Polar Acoustics and Application of Ministry of Education (Harbin Engineering University),  
Harbin 150001, China)

(College of Underwater Acoustic Engineering, Harbin Engineering University, Harbin 150001, China)

**Abstract:** To address the issue of high input Signal-to-Noise Ratio (SNR) in the spatial spectrum synthesis technique based on noise subspace projection, an improved noise subspace projection method based on spatial transformation preprocessing is proposed. First, the receiver array is uniformly split into sub-arrays to form three-dimensional space-space-frequency data. Then, three-dimensional data is projected into two-dimensional space-frequency data by spatial transformation, realizing coherent accumulation in the sub-array dimension and enhancing the input SNR after spatial transformation. Finally, the spatial spectrum synthesis is achieved by processing the two-dimensional transformed data, based on the noise subspace projection method. Numerical simulation and data processing results demonstrate that, compared with the noise subspace projection method, the proposed method decreases effectively the minimum input SNR by 6 dB while maintaining the bearing resolution, enhancing effectively the weak target detection performance of the noise subspace projection method.

**Key words:** Spatial spectrum synthesis; Noise subspace projection; Sub-array dimension; Spatial transformation

### 1 引言

空间谱合成技术作为阵列信号处理的关键技术, 已由最初基于波束形成发展到现有基于压缩感知, 期间产生的基于噪声子空间投影的空间谱合成

技术, 由于其具有较高的空间分辨率<sup>[1,2]</sup>、计算复杂度较为适中<sup>[3,4]</sup>, 成为研究热点, 并取得了一定研究成果<sup>[5,6]</sup>。然而, 在实际应用中发现, 基于噪声子空间投影的空间谱合成技术受空间信源相干性、数据快拍数及输入信噪比等方面影响。

基于噪声子空间投影的空间谱合成技术(简称噪声子空间投影法), 核心步骤是对阵列接收数据

收稿日期: 2023-06-06; 改回日期: 2023-08-10; 网络出版: 2023-08-17

\*通信作者: 陆典 [ludian@hrbeu.edu.cn](mailto: ludian@hrbeu.edu.cn)

估计出的协方差矩阵进行特征分解<sup>[7]</sup>, 得到与空间信源导向向量具有正交特性的噪声子空间。当空间信源存在相干时, 会造成协方差矩阵出现秩亏损状态, 此时解算所得的噪声子空间已混入信号子空间, 导致噪声子空间与空间信源导向向量的正交性变差, 空间谱合成结果出现恶化。现有文献对于该问题的解决思路是将协方差矩阵恢复满秩, 主要方法有: 空间平滑法<sup>[8]</sup>、矩阵重构法<sup>[9]</sup>、波束域类法<sup>[10]</sup>、阵列变换法<sup>[11]</sup>等。同样, 当数据快拍数较少、输入信噪比较低时, 也无法通过接收数据估计出准确的协方差矩阵, 导致噪声子空间与信源导向向量的正交性变差, 空间谱合成结果也会出现恶化。现有文献对于该问题的主要解决思路为: (1) 构建增广数据矩阵, 通过扩展现有数据实现快拍数增加、降低对输入信噪比需求<sup>[12,13]</sup>; (2) 充分利用阵列拾取数据包含的相关信息, 通过增加协方差矩阵信息量, 降低快拍数对合成空间谱的影响<sup>[14,15]</sup>; (3) 在时域实现协方差矩阵估计, 将阵列拾取数据时频变换中的快拍数直接用于提升协方差矩阵估计所需快拍数, 降低频域快拍数对协方差矩阵估计准确度影响<sup>[16,17]</sup>。

为改善噪声子空间投影法对输入信噪比要求较高的现状, 借鉴已有分子阵波束形成思想<sup>[18-21]</sup>, 本文提出一种在子阵维度上, 基于空间变换预处理的空间谱合成方法。本方法首先在子阵维度上, 对阵列接收数据进行拆分处理, 形成空间-空间-频率3维数据; 其次, 利用空间变换预处理该3维数据, 将其重新投影为空间-频率2维数据, 实现子阵维度上相干累积; 最后, 采用噪声子空间投影法, 处理空间变换后的数据, 实现空间谱合成。本方法主要贡献为:

(1) 利用子阵拆分和空间投影变换, 提高输入信噪比6 dB, 变相降低了对输入信噪比的要求, 从而进一步提升了噪声子空间投影法的信源检测性能;

(2) 在保持方位分辨率不变的前提下, 相比噪声子空间投影法, 所提方法提升空间谱边缘锐度及降低背景级, 有利于强干扰下的弱信源检测;

(3) 仅对接收数据估计的协方差矩阵进行空间变换预处理, 所提方法仍可适用其他改进方法, 从而进一步提升噪声子空间投影法性能。

## 2 噪声子空间投影法

以空间单个远场信源为例, 其他情况可根据该情况进行遍历分析。假设阵列接收数据为

$$\mathbf{X}(w_l) = [X_1(w_l), X_2(w_l), \dots, X_M(w_l)]^T \quad (1)$$

其中,  $X_m(w_l) = S(w_l) e^{jw_l(m-1)d \cos \theta_0/c} + N_m(w_l)$ ,  $w_l = 2\pi f_l$ ,  $f_l$  为单频点,  $\theta_0$  为未知信源方位,  $d$  为

相邻阵元间距,  $c$  为介质声速,  $m$  ( $1 \leq m \leq M$ ) 为阵元编号,  $S(w_l)$  和  $N_m(w_l)$  分别为信源和噪声在  $w_l$  处的频谱。

由式(1)得阵列中各阵元接收数据信噪比为

$$\text{SNR} = \frac{\sigma_s^2 \cdot T}{\sigma_v^2 \cdot T} = \frac{\sigma_s^2}{\sigma_v^2} = \frac{S^2(w_l)}{N_m^2(w_l)} \quad (2)$$

其中,  $\sigma_s^2, \sigma_v^2$  分别为信号和噪声的方差,  $T$  为接收信号时域长度(默认信号和噪声的时域长度一致)。

首先, 对  $\mathbf{X}(w_l)$  进行相关处理, 得到协方差矩阵  $\mathbf{R}_X(w_l) = E[\mathbf{X}(w_l) \mathbf{X}^H(w_l)]$ , 其中,  $E[\cdot]$  为期望函数,  $(\cdot)^H$  为矩阵共轭转置运算符。

假设  $S(w_l)$  和  $N_m(w_l)$ ,  $1 \leq m \leq M$  互不相关情况下,  $\mathbf{R}_X(w_l)$  可进一步表示为

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_X(w_l) &= \mathbf{A} \mathbf{R}_S(w_l) \mathbf{A}^H + \sigma_v^2 \mathbf{I}_M \\ &= \sum_{m=1}^M \lambda_m \mathbf{u}_m \mathbf{u}_m^H \end{aligned} \quad (3)$$

其中,  $\mathbf{A} = [1, e^{-jw_l d \cos \theta_0/c}, \dots, e^{-jw_l(M-1)d \cos \theta_0/c}]^T$  为空间信源导向向量,  $(\cdot)^T$  为矩阵转置运算符,  $\mathbf{R}_S(w_l) = E[S(w_l) S(w_l)^*]$ ,  $(\cdot)^*$  为共轭运算符,  $\mathbf{I}_M$  为  $M$  阶单位矩阵。

其次, 对  $\mathbf{R}_X(w_l)$  进行特征分解, 并根据空间信源个数, 分别得到信源和噪声子空间  $\mathbf{U}_s, \mathbf{U}_v$ 。

然后, 根据噪声子空间与搜索角度对应导向向量的正交性, 得到搜索角度  $\theta$  对应的合成空间谱

$$P_{\text{MUSIC}}(w_l, \theta) = \frac{1}{\mathbf{W}(\theta) (\mathbf{U}_v \mathbf{U}_v^H) \mathbf{W}^H(\theta)} \quad (4)$$

其中,  $\mathbf{W}(\theta) = [e^{jw_l \tau_1}, e^{jw_l \tau_2}, \dots, e^{jw_l \tau_M}]$  为导向向量,  $\tau_m = (m-1)d \cos \theta/c$ 。

当  $\theta = \theta_0$  时,  $\mathbf{W}(\theta) = \mathbf{A}^T$ , 根据噪声子空间与导向向量的正交性, 其在导向向量上投影为  $\mathbf{W}(\theta) (\mathbf{U}_v \mathbf{U}_v^H) \mathbf{W}^H(\theta) = 0$ , 即  $P_{\text{MUSIC}}(w_l, \theta) = \infty$ 。

## 3 空间变换预处理

### 3.1 基本原理

噪声子空间投影法, 在接收数据估计的协方差矩阵  $\mathbf{R}_X(w_l)$  基础上进行空间谱合成, 其中信噪比(信号能量与噪声能量的比值)为  $M\sigma_s^2/\sigma_v^2$ 。低信噪比下,  $\mathbf{R}_X(w_l)$  受噪声影响较大, 噪声子空间投影法对应的合成空间谱效果不佳。为改善噪声子空间投影法在低信噪比下, 合成空间谱的方位估计性能, 将分子阵波束形成思想<sup>[18-21]</sup>引入到  $\mathbf{R}_X(w_l)$  求解过程中, 通过对  $\mathbf{X}(w_l)$  进行子阵拆分和空间投影变换的预处理, 从而提高协方差矩阵  $\mathbf{R}_X(w_l)$  的输入信噪比。

首先,如图1所示,对接收数据  $\mathbf{X}(w_l)$  进行子阵拆分处理,得到空间-空间-频率形式的3维数据

$$\begin{aligned} \mathbf{Y}(w_l) &= [\mathbf{y}_1(w_l), \mathbf{y}_2(w_l), \dots, \mathbf{y}_{M/2+1}(w_l)] \\ &= \begin{bmatrix} X_{M/2+1}(w_l) & X_{M/2+2}(w_l) & \dots & X_M(w_l) \\ X_{M/2}(w_l) & X_{M/2+1}(w_l) & \dots & X_{M-1}(w_l) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ X_1(w_l) & X_2(w_l) & \dots & X_{M/2}(w_l) \end{bmatrix}_{(\frac{M}{2}+1) \times \frac{M}{2}} \end{aligned} \quad (5)$$

然后,按图2将式(5)中3维数据  $\mathbf{Y}(w_l)$  进行空间投影变换,得到变换后数据  $\mathbf{Z}(w_l)$ ,如式(6)所示

$$\begin{aligned} \mathbf{Z}(w_l) &= \mathbf{T}(\theta) \mathbf{Y}^T(w_l) \\ &= \begin{bmatrix} 1 \\ e^{jw_l d \cos \theta / c} \\ \vdots \\ e^{jw_l (M/2-1) d \cos \theta / c} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_{M/2+1}(w_l) & X_{M/2+2}(w_l) & \dots & X_M(w_l) \\ X_{M/2}(w_l) & X_{M/2+1}(w_l) & \dots & X_{M-1}(w_l) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ X_1(w_l) & X_2(w_l) & \dots & X_{M/2}(w_l) \end{bmatrix}^T \\ &= \begin{bmatrix} \sum_{m=0}^{M/2} X_{M/2-m+1}(w_l) e^{jw_l(m-1) d \cos \theta / c} \\ \sum_{m=-1}^{M/2-1} X_{M/2-m+1}(w_l) e^{jw_l m d \cos \theta / c} \\ \vdots \\ \sum_{m=-M/2+2}^2 X_{M/2-m+1}(w_l) e^{jw_l(m+M/2-3) d \cos \theta / c} \\ \sum_{m=-M/2+1}^1 X_{M/2-m+1}(w_l) e^{jw_l(m+M/2-2) d \cos \theta / c} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (6)$$

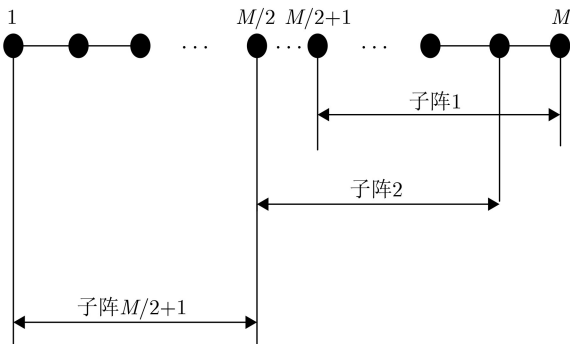


图1  $\mathbf{X}(w_l)$  拆分示意图

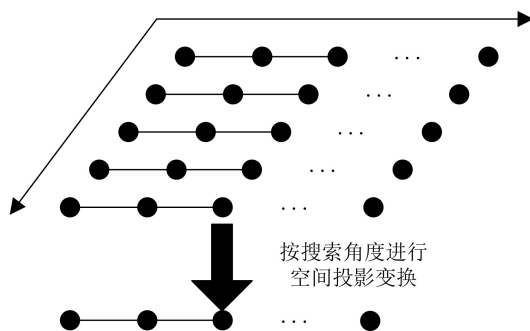


图2 空间投影变换处理示意图

其中,  $\mathbf{T}(\theta) = [1, e^{jw_l d \cos \theta / c}, \dots, e^{jw_l (M/2-1) d \cos \theta / c}]$  为对应搜索角度  $\theta$  的空间投影变换函数。当  $\theta = \theta_0$ ,  $\mathbf{X}(w_l)$  在子阵维度上实现相干累积,提高了变换后接收数据  $\mathbf{Z}(w_l)$  中的输入信噪比。

其次,对变换后接收数据  $\mathbf{Z}(w_l)$  进行相关处理,对应的协方差矩阵为  $\mathbf{R}_Z(w_l) = E[\mathbf{Z}(w_l) \mathbf{Z}^H(w_l)]$ ,  $\mathbf{R}_Z(w_l)$  可进一步表示为

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_Z(w_l) &= \mathbf{A}' \mathbf{R}'_S(w_l) \mathbf{A}'^H + \sigma_v^2 \mathbf{I}_{M/2} \\ &= \sum_{m=1}^{M/2+1} \lambda'_m \mathbf{u}'_m \mathbf{u}'_m{}^H \end{aligned} \quad (7)$$

其中,  $\mathbf{A}' = [1, e^{-jw_l d \cos \theta_0 / c}, \dots, e^{-jw_l (M/2) d \cos \theta_0 / c}]^T$ ,  $\mathbf{R}'_S(w_l) = \frac{M^2}{4} S(w_l) S^*(w_l)$ ,  $(\cdot)^*$  表示共轭运算符,  $\mathbf{I}_{M/2}$  表示  $M/2$  阶的单位矩阵。

再者,对协方差矩阵  $\mathbf{R}_Z(w_l)$  进行特征分解,分别得到信号子空间  $\mathbf{U}'_s$  和噪声子空间  $\mathbf{U}'_v$ 。

最后,根据噪声子空间与不同空间搜索角度对应导向向量的正交性,得到空间搜索角度  $\theta$  对应的输出空间谱

$$\mathbf{P}_{\text{SCMUSIC}}(w_l, \theta) = \frac{1}{\mathbf{W}'(\theta)(\mathbf{U}'_v \mathbf{U}'_v \mathbf{H}) \mathbf{W}'^{\text{H}}(\theta)} \quad (8)$$

其中,  $\mathbf{W}'(\theta) = [e^{j2\pi f \tau_1}, e^{j2\pi f \tau_2}, \dots, e^{j2\pi f \tau_{M/2}}]$  为空间投影变换后的导向向量。

具体实现步骤可分为:

输入量:  $\mathbf{X}(w_l)$ ,  $w_l \in [w_1, w_2]$ ,  $w_1, w_2$  为处理频带的下限与上限; 搜索角度  $\theta \in [\theta_1, \theta_2]$ ,  $\theta_1, \theta_2$  为搜索角度的下限和上限; 以及未知信源个数。

输出量: 窄带空间谱  $\mathbf{P}_{\text{SCMUSIC}}(w_l, \theta)$  和宽带空间谱  $\mathbf{P}_{\text{BSCMUSIC}}(\theta)$ 。

(1) 如图1所示, 对接收数据  $\mathbf{X}(w_l)$  进行子阵拆分处理, 得到式(5)所示3维数据;

(2) 在搜索角度  $\theta \in [\theta_1, \theta_2]$  范围内, 对式(5)所示3维数据进行空间投影变换预处理;

(3) 对变换后接收数据  $\mathbf{Z}(w_l)$  进行相关处理,

$$\begin{aligned} R_{Z_{w_l}}(i, k) &= \sum_{n=-i+2}^{M/2-i+1} \sum_{m=-k+2}^{M/2-k+1} X_{M/2-m+1}(w_l) X_{M/2-n+1}^*(w_l) e^{-jw_l(m-n)d \cos \theta / c} \\ &= \sum_{n=-i+2}^{M/2-i+1} \sum_{m=-k+2}^{M/2-k+1} \left( S^2(w_l) e^{jw_l(m-n)d(\cos \theta_0 - \cos \theta) / c} + N_{M/2-m+1}(w_l) N_{M/2-n+1}^*(w_l) e^{-jw_l(m-n)d \cos \theta / c} \right) \\ &= \sum_{n=-i+2}^{M/2-i+1} \sum_{m=-k+2}^{M/2-k+1} S^2(w_l) e^{jw_l(m-n)d(\cos \theta_0 - \cos \theta) / c} \\ &\quad + \sum_{n=-i+2}^{M/2-i+1} \sum_{m=-k+2}^{M/2-k+1} N_{M/2-m+1}(w_l) N_{M/2-n+1}^*(w_l) e^{-jw_l(m-n)d \cos \theta / c}, \\ i &= 1, 2, \dots, M/2 + 1; k = 1, 2, \dots, M/2 + 1 \end{aligned} \quad (10)$$

当  $\theta = \theta_0$  时, 式(10)可进一步表示为

$$\begin{aligned} R_{Z_{w_l}}(i, k) &= \sum_{n=-i+2}^{M/2-i+1} \sum_{m=-k+2}^{M/2-k+1} S^2(w_l) \\ &\quad + \sum_{n=-i+2}^{M/2-i+1} \sum_{m=-k+2}^{M/2-k+1} N_{M/2-m+1}(w_l) \\ &\quad \cdot N_{M/2-n+1}^*(w_l) e^{-jw_l(m-n)d \cos \theta_0 / c} \\ &= \frac{M^2}{4} \cdot S^2(w_l) + \left( \frac{M}{2} - |i - k| \right) \cdot N_0^2(w_l) \\ &= \frac{M^2}{4} \cdot \sigma_s^2 + \left( \frac{M}{2} - |i - k| \right) \cdot \sigma_v^2, \\ i &= 1, 2, \dots, M/2 + 1; k = 1, 2, \dots, M/2 + 1 \end{aligned} \quad (11)$$

由式(11),  $\mathbf{R}_Z(w_l)$  中信源能量  $P_{Z,S}$  和噪声能量  $P_{Z,N_0}$  分别为

$$\left. \begin{aligned} P_{Z,S} &= \frac{M^2(M+2)^2 \cdot \sigma_s^2}{16} \\ P_{Z,N_0} &= \frac{M^2 \cdot \sigma_v^2}{2} \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

由式(12),  $\mathbf{R}_Z(w_l)$  信噪比为  $\left( (M+2)^2 / 8 \right) \times$

得到协方差矩阵  $\mathbf{R}_Z(w_l)$ , 并按式(7)特征分解;

(4) 根据未知信源个数, 分别得到信号子空间  $\mathbf{U}'_s$  和噪声子空间  $\mathbf{U}'_v$ ;

(5) 由式(8)得到单一频率点  $w_l \in [w_1, w_2]$  下, 输出空间谱  $\mathbf{P}_{\text{SCMUSIC}}(w_l, \theta)$ ;

(6) 将各子频带输出空间谱相干累积, 预设搜索角度  $\theta$  对应的输出空间谱  $\mathbf{P}_{\text{BSCMUSIC}}(w_l, \theta)$  为

$$\mathbf{P}_{\text{BSCMUSIC}}(\theta) = \sum_{w_l=w_1}^{w_2} \mathbf{P}_{\text{SCMUSIC}}(w_l, \theta) \quad (9)$$

(7)  $\theta = \theta + \Delta\theta$ ,  $\Delta\theta$  表示搜索角度步长, 重复(1)~(6), 得到预设搜索角度范围内, 所提方法的宽带空间谱  $\mathbf{P}_{\text{BSCMUSIC}}$ 。

### 3.2 信噪比分析

$\mathbf{R}'_Z(w_l)$  具体表达式为

$(\sigma_s^2 / \sigma_v^2)$ , 相比于  $\mathbf{R}_X(w_l)$  信噪比, 增加了  $10 \lg \left( (M+2)^2 / 8M \right)$  dB,  $M \geq 2$  时, 所提方法有效提高了协方差矩阵  $\mathbf{R}_X(w_l)$  信噪比, 降低了噪声子空间投影法对输入信噪比需求。

### 3.3 对比度评价

为进一步评价所提方法的合成空间谱性能, 从边缘锐度和背景级两方面展开分析, 即输出空间谱中信源方位与非信源方位间的谱级差异越大, 边缘锐度越大, 越有利于信源检测。边缘锐度计算公式为

$$g_{\text{EVA}} = \frac{\sum_{\theta_1}^{\theta_2} (d\mathbf{P}_{\text{BSCMUSIC}}(\theta) / d\theta)^2}{|\mathbf{P}_{\text{BSCMUSIC}}(\theta_2) - \mathbf{P}_{\text{BSCMUSIC}}(\theta_1)|} \quad (13)$$

其中,  $d\mathbf{P}_{\text{BSCMUSIC}}(\theta) / d\theta$  为边缘灰度变化率,  $|\mathbf{P}_{\text{BSCMUSIC}}(\theta_2) - \mathbf{P}_{\text{BSCMUSIC}}(\theta_1)|$  为总体灰度变化差值的绝对值。

同样, 空间谱背景级越低, 越有利于信源检测和波达方向估计。背景级计算公式为



$$g_{bl} = 10\lg [\overline{P_{BSCMUSIC}}] - 10\lg [\max(P_{BSCMUSIC}(\theta))] \quad (14)$$

其中,  $\overline{P_{BSCMUSIC}}$  为  $P_{BSCMUSIC}(\theta)$  平均灰度值,  $\lg[\cdot]$  表示取以10为底的对数。

## 4 验证分析

### 4.1 数值仿真

表1所列为数值仿真的参数设置, 下面从单信源和双信源两方面开展验证分析。

(1) 单信源令表1中  $\theta_0 = 0^\circ$ , SNR=10 dB。图3为2种方法对应的合成空间谱。表2为通过2种方法, 由式(13)和式(14)分别计算得到对应空间谱的边缘锐度和背景级, 角度边界值分别为  $\theta_1 = -10^\circ$  和  $\theta_2 = 0^\circ$ 。

由图3和表2可知, 所提方法对方协方差矩阵进行降噪处理, 在保持较窄主瓣宽度的前提下, 空间谱边缘锐度由0.69提升到0.98, 背景级由-21.56 dB降低到-48.67 dB以下, 更有利于未知信源检测。

(2) 双信源(等强度)。令表1中  $\theta_0 = -2^\circ, 1^\circ$ , SNR=10 dB。图4为2种方法对应的合成空间谱,

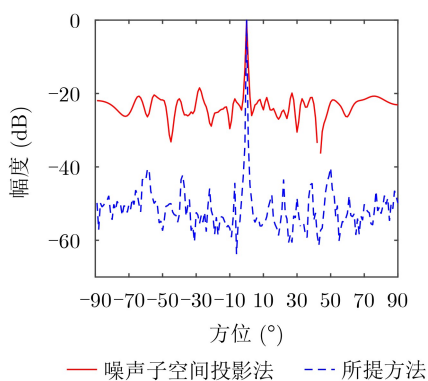


图3 2种方法输出空间谱(单信源)

表1 数值仿真参数设置

| 参数类型       | 参数设置       |
|------------|------------|
| 阵型         | 水平线列阵      |
| 阵元数量 $M$   | 32         |
| 阵元间距 $d$   | 2 m        |
| 采样频率 $f_s$ | 5 kHz      |
| 正横方位       | $0^\circ$  |
| 信源方位       | $\theta_0$ |
| 中心频率 $f_0$ | 375 Hz     |

表2 2种方法对应空间谱对比度评价

| 方法       | 边缘锐度 | 背景级(dB) |
|----------|------|---------|
| 噪声子空间投影法 | 0.69 | -21.56  |
| 所提方法     | 0.98 | -48.67  |

左上角为局部放大图。所提方法对方协方差矩阵进行降噪处理, 输出空间谱的边缘锐度由0.69提升到0.98, 背景级由-21.56 dB降低到-48.67 dB以下, 故双信源方位邻近时, 相比噪声子空间投影法, 所提方法的方位分辨效果更优。

(3) 双信源(不等强度)。令表1中  $\theta_0 = -10^\circ / 0^\circ$ , SNR = -10 dB / 10 dB。图5对应2种方法的合成空间谱, 左上角为局部放大图。强弱信源谱级差异较大时, 谱级较低信源将被淹没于谱级较高信源的背景级, 由图5可知, 其中  $\theta_0 = -10^\circ$  弱信源被淹没于  $\theta_0 = 0^\circ$  强信源的背景级中, 利用所提方法, 将背景级由-21.56 dB降低到-48.67 dB以下, 可在  $\theta_0 = 0^\circ$  强信源下, 实现对  $\theta_0 = -10^\circ$  弱信源的有效检测和波达方向估计。

(4) 不同信噪比下检测概率统计。令表1中  $\theta_0 = 0^\circ$ , SNR=-20~0 dB。从信源检测概率和方位估计均方根误差两方面, 开展不同信噪比下检测概率统计的验证分析, 所得结果分别如图6和图7所示。图6和图7分别表示2种方法在200次独立试验统计下, 对应合成空间谱的正确检测信源概率和方位估计均方根误差。

分析表明, 相同的信源检测概率和方位估计均方根误差, 相比噪声子空间投影法, 所提方法对输入信噪比的最低要求降低约6 dB(与理论值

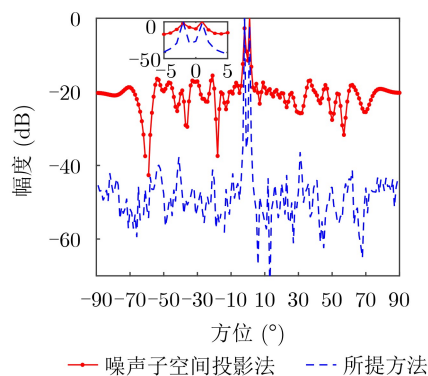


图4 2种方法输出空间谱(等强度双信源)

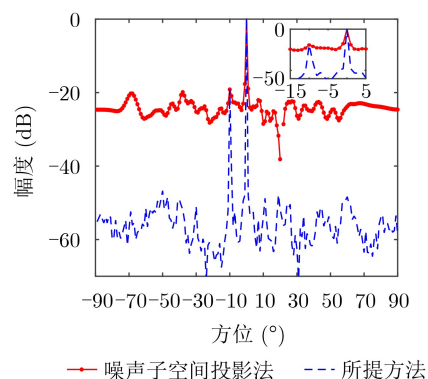


图5 2种方法输出空间谱(不等强度双信源)

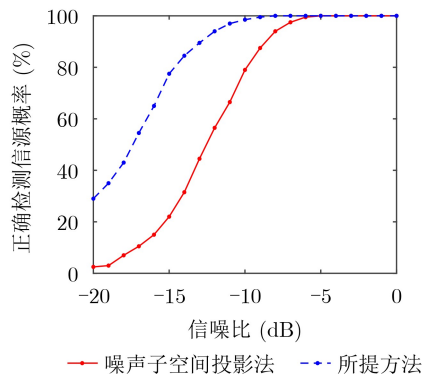


图6 2种方法正确检测信源概率

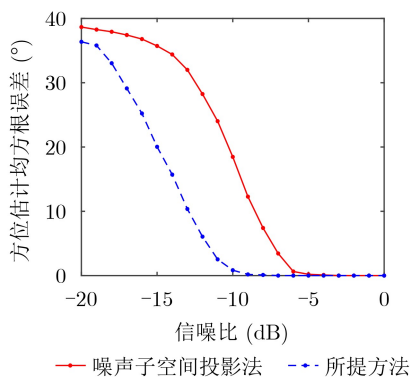


图7 2种方法方位估计均方根误差

$10 \lg \left( \frac{(M+2)^2}{8M} \right) \text{ dB} = 6.55 \text{ dB}$ 基本保持一致)。

(5) 不同信噪比下多信源检测。为验证所提方法在不同信噪比下的多信源检测性能,选取多个信源,对应方位分别为 $\theta_1 = -75^\circ, \theta_2 = -60^\circ, \theta_3 = -45^\circ, \theta_4 = 0^\circ$ ,对应信噪比分别为 $\text{SNR}_1, \text{SNR}_2, \text{SNR}_3, \text{SNR}_4$ ,处理带宽为 $f_B = 325 \sim 375 \text{ Hz}$ ,其余参数与表1保持一致。以下为不同信噪比情况下,2种方法所对应的300 s时间方位历程图。

(a)  $\text{SNR}_1 = 0 \text{ dB}, \text{SNR}_2 = -5 \text{ dB}, \text{SNR}_3 = -10 \text{ dB}, \text{SNR}_4 = -10 \text{ dB}$ ;

(b)  $\text{SNR}_1 = -5 \text{ dB}, \text{SNR}_2 = -10 \text{ dB}, \text{SNR}_3 = -15 \text{ dB}, \text{SNR}_4 = -15 \text{ dB}$ ;

(c)  $\text{SNR}_1 = -10 \text{ dB}, \text{SNR}_2 = -15 \text{ dB}, \text{SNR}_3 = -20 \text{ dB}, \text{SNR}_4 = -20 \text{ dB}$ 。

图8—图13中,噪声子空间投影法合成空间谱中的背景级约为-8 dB, -5 dB和-3 dB,而所提方法合成空间谱中的背景级约为-27 dB, -20 dB和-15 dB,故相比噪声子空间投影法,在较低空间谱背景级下,所提方法能够实现信源3和4的有效检测及波达方向估计,其时间方位历程图对信源2,3和4的显示清晰度和连续性更优。

#### 4.2 数据处理

本节所用实测数据由2020年开展未知信源检测的外场试验采集所得,相关参数如表3所示。

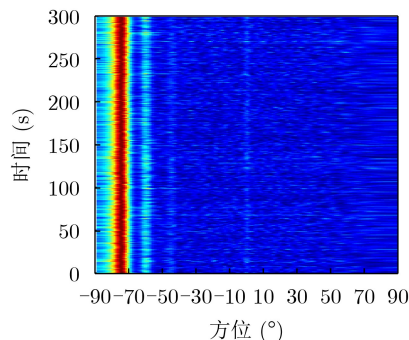


图8 噪声子空间投影法对应时间方位历程图(a)

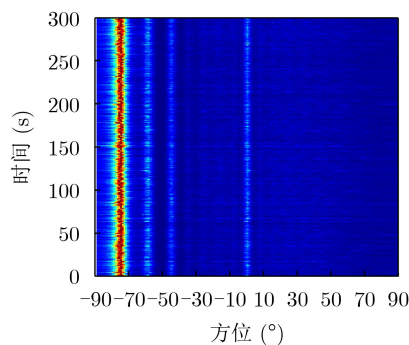


图9 所提方法对应时间方位历程图(a)

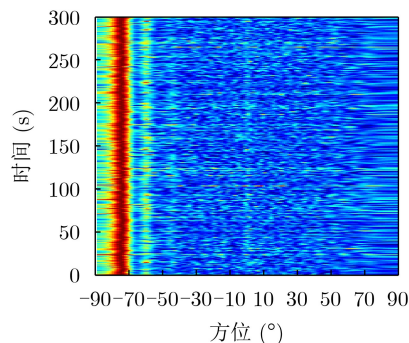


图10 噪声子空间投影法对应时间方位历程图(b)

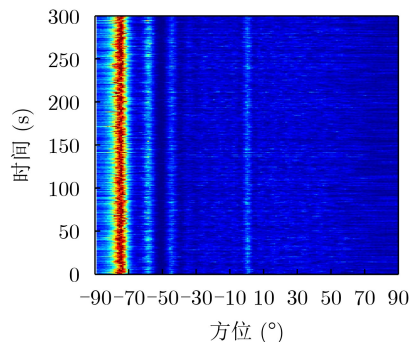


图11 所提方法对应时间方位历程图(b)

图14和图15为实测数据处理的300 s时间方位历程图,图16对应200 s单一时刻的输出空间谱。相比噪声子空间投影法,所提方法在能够检测 $-50^\circ, -10^\circ, 10^\circ, 30^\circ$ 附近信源的同时,还能检测 $-70^\circ,$

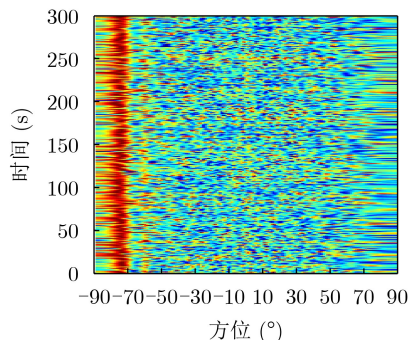


图 12 噪声子空间投影法对应时间方位历程图(c)

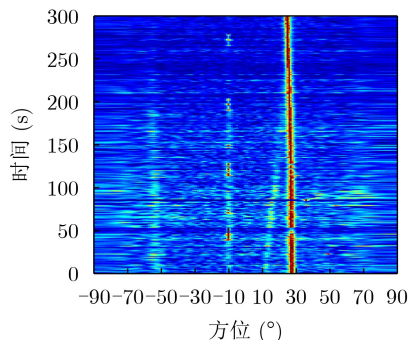


图 14 噪声子空间投影法对应时间方位历程图

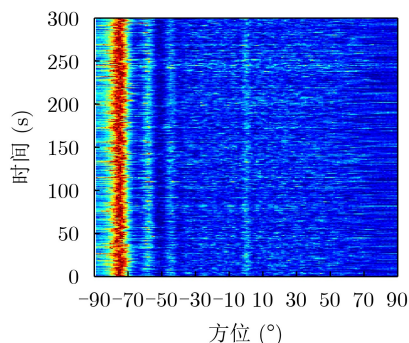


图 13 所提方法对应时间方位历程图(c)

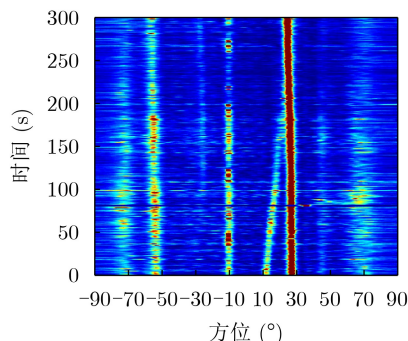


图 15 所提方法对应时间方位历程图

表 3 数据处理参数设置

| 参数类型              | 参数设置   |
|-------------------|--|
| 阵型                | 水平线列阵  |
| 阵元数量 $M$          | 64   |
| 阵元间距 $d$          | 4 m  |
| 采样频率 $f_s$        | 5 kHz  |
| 正横方位 $\theta$     | $0^\circ$  |
| 未知信源方位 $\theta_0$ | $-70^\circ, -50^\circ, -30^\circ, -10^\circ, 10^\circ, 30^\circ, 50^\circ, 70^\circ$ |
| 工作频段 $f_B$        | 100~180 Hz   |

-30°, 50°, 70°附近信源，并在不同时刻显示不同信源方位，且信源方位轨迹更清晰，以便后续方位估计。图16中，噪声子空间投影法合成空间谱的强信源背景级约-5 dB，而所提方法合成空间谱的强信源背景级低于-15 dB，故就存在强信源干扰下的多信源检测性能而言，在保持方位分辨率不变的前提下，所提方法显著优于噪声子空间投影法。

实测数据处理结果分析表明，相比噪声子空间投影法，所提方法对接收数据估计的协方差矩阵进行降噪处理，有效地提高了协方差矩阵非对角线元素所含幅相信息的稳定性，保证了噪声子空间和空间搜索角度对应导向向量的正交性，从而进一步提升了对于未知信源检测以及波达方向估计的性能。

### 5 结束语

简要介绍了基于噪声子空间投影的空间谱合成

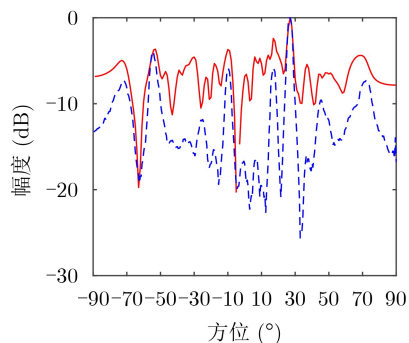


图 16 2种方法输出空间谱( $t=200$  s)

技术，针对其对输入信噪比要求较高的问题，本文提出了基于空间变换预处理的噪声子空间投影法。所提方法通过子阵拆分和空间投影变换，对接收数据预处理，实现子阵维度上相干累积，提高了接收数据所估计协方差矩阵的输入信噪比，从而变相降低了噪声子空间投影法对输入信噪比的要求。数值仿真和实测数据处理结果均表明：相比于噪声子空间投影法，所提方法在保持方位分辨率不变的前提下，将未知信源检测的输入信噪比下限降低6 dB，有效地提升了噪声子空间投影法的弱信源检测性能。另外，所提方法仍适用其他现有改进方法，以提升噪声子空间投影法性能，是后续工作围绕开展的核心。



## 参考文献

- [1] WANG Zengkun, YANG Zhibo, WU Shuming, *et al.* An improved multiple signal classification for nonuniform sampling in blade tip timing[J]. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, 2020, 69(10): 7941–7952. doi: [10.1109/TIM.2020.2980912](https://doi.org/10.1109/TIM.2020.2980912).
- [2] KIJANKA P, QIANG Bo, SONG Pengfei, *et al.* Robust phase velocity dispersion estimation of viscoelastic materials used for medical applications based on the multiple signal classification method[J]. *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control*, 2018, 65(3): 423–439. doi: [10.1109/TUFFC.2018.2792324](https://doi.org/10.1109/TUFFC.2018.2792324).
- [3] LI Jianfeng, ZHAO Gaofeng, LI Baobao, *et al.* A reduced dimension multiple signal classification-based direct location algorithm with dense arrays[J]. *International Journal of Distributed Sensor Networks*, To be published. doi: [10.1177/15501329221097583](https://doi.org/10.1177/15501329221097583).
- [4] FENG Maoyuan, CUI Zhongma, YANG Yunxiu, *et al.* A reduced-dimension MUSIC algorithm for monostatic FDA-MIMO radar[J]. *IEEE Communications Letters*, 2021, 25(4): 1279–1282. doi: [10.1109/LCOMM.2020.3045440](https://doi.org/10.1109/LCOMM.2020.3045440).
- [5] SHENG Xueli, LU Dian, LI Yingsong, *et al.* Performance improvement of bistatic baseline detection[J]. *IETE Journal of Research*, To be published. doi: [10.1080/03772063.2022.2164368](https://doi.org/10.1080/03772063.2022.2164368).
- [6] JIANG Xingbang, NI Gang, CAO Anjie, *et al.* Single-channel spatial spectrum estimation direction finding by the time-modulated linear array[J]. *IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters*, 2021, 20(12): 2491–2495. doi: [10.1109/LAWP.2021.3115826](https://doi.org/10.1109/LAWP.2021.3115826).
- [7] YANG Bin, LI Wenxing, LI Yuanyuan, *et al.* Robust adaptive null broadening beamforming based on subspace projection[J]. *International Journal of Electronics*, 2023, 110(1): 184–198. doi: [10.1080/00207217.2021.2024608](https://doi.org/10.1080/00207217.2021.2024608).
- [8] QI Bingbing and LIU Dunge. An enhanced spatial smoothing algorithm for coherent signals DOA estimation[J]. *Engineering Computations*, 2022, 39(2): 574–586. doi: [10.1108/EC-02-2021-0087](https://doi.org/10.1108/EC-02-2021-0087).
- [9] ZHENG Guimei, CHEN Chen, and SONG Yuwei. Real valued MUSIC method for height measurement of meter wave polarimetric MIMO radar based on matrix reconstruction[J]. *Remote Sensing*, 2022, 14(16): 4121. doi: [10.3390/rs14164121](https://doi.org/10.3390/rs14164121).
- [10] WENG Liuqing, SONG Xiyu, LIU Zhenghong, *et al.* DOA estimation of indoor sound sources based on spherical harmonic domain beam-space MUSIC[J]. *Symmetry*, 2023, 15(1): 187. doi: [10.3390/sym15010187](https://doi.org/10.3390/sym15010187).
- [11] LI Jie, CHEN Fangjiong, WANG Yide, *et al.* Spatial spectrum estimation of incoherently distributed sources based on low-rank matrix recovery[J]. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 2020, 69(6): 6333–6347. doi: [10.1109/TVT.2020.2986783](https://doi.org/10.1109/TVT.2020.2986783).
- [12] 高杨, 李东生. 基于改良MUSIC和ALD-LCMV的自适应波束形成算法[J]. *探测与控制学报*, 2015, 37(3): 24–29,39. GAO Yang and LI Dongsheng. Adaptive beamforming algorithm based on modified MUSIC and ADL-LCMV[J]. *Journal of Detection & Control*, 2015, 37(3): 24–29,39.
- [13] 王思秀, 郭文强, 汪晓洁, 等. 基于时空联合估计噪声子空间的 MUSIC波束形成方法[J]. *计算机科学*, 2021, 48(4): 282–287. doi: [10.11896/jsjcx.200300029](https://doi.org/10.11896/jsjcx.200300029). WANG Sixiu, GUO Wenqiang, WANG Xiaojie, *et al.* MUSIC beam-forming method based on temporal and spatial union estimation of noise subspaces[J]. *Computer Science*, 2021, 48(4): 282–287. doi: [10.11896/jsjcx.200300029](https://doi.org/10.11896/jsjcx.200300029).
- [14] 司伟建, 林晴晴. 利用延时预处理的DOA估计方法[J]. *哈尔滨工程大学学报*, 2012, 33(7): 894–898. doi: [10.3969/j.issn.1006-7043.201108047](https://doi.org/10.3969/j.issn.1006-7043.201108047). SI Weijian and LIN Qingqing. A method of DOA estimation based on delay preprocessing[J]. *Journal of Harbin Engineering University*, 2012, 33(7): 894–898. doi: [10.3969/j.issn.1006-7043.201108047](https://doi.org/10.3969/j.issn.1006-7043.201108047).
- [15] 余华兵, 郑恩明, 陈新华. 基于相参累积预处理的空间谱估计方法[J]. *上海交通大学学报*, 2020, 54(11): 1209–1217. doi: [10.16183/j.cnki.jsjtu.2019.332](https://doi.org/10.16183/j.cnki.jsjtu.2019.332). YU Huabing, ZHENG Enming, and CHEN Xinhua. A spatial spectrum estimation method based on coherent cumulative preprocessing[J]. *Journal of Shanghai Jiao Tong University*, 2020, 54(11): 1209–1217. doi: [10.16183/j.cnki.jsjtu.2019.332](https://doi.org/10.16183/j.cnki.jsjtu.2019.332).
- [16] 邱岚. 基于两次傅里叶变换的时域MUSIC波达方向估计[J]. *电讯技术*, 2018, 58(10): 1206–1211. QIU Lan. Time-domain MUSIC for DOA estimation based on twice Fourier transform[J]. *Telecommunication Engineering*, 2018, 58(10): 1206–1211.
- [17] 李冰, 汪永明, 黄海宁. 基于时域解析估计的多重信号分类波束形成方法[J]. *上海交通大学学报*, 2019, 53(8): 928–935. doi: [10.16183/j.cnki.jsjtu.2019.08.006](https://doi.org/10.16183/j.cnki.jsjtu.2019.08.006). LI Bing, WANG Yongming, and HUANG Haining. Multiple signal classification beam-forming method based on time domain analysis[J]. *Journal of Shanghai Jiao Tong*



- University*, 2019, 53(8): 928–935. doi: [10.16183/j.cnki.jsjtu.2019.08.006](https://doi.org/10.16183/j.cnki.jsjtu.2019.08.006).
- [18] 武时龙. 基于分子阵预处理的最小方差无畸变响应波束形成方法[J]. 探测与控制学报, 2018, 40(6): 84–88.  
WU Shilong. Minimum variance undistorted response beam-forming algorithm based on sub-array preprocessing[J]. *Journal of Detection & Control*, 2018, 40(6): 84–88.
- [19] 余华兵, 郑恩明, 陈新华. 基于全相位预处理的时域多重信号分类波达方向估计方法[J]. 振动与冲击, 2020, 39(10): 242–248. doi: [10.13465/j.cnki.jvs.2020.10.033](https://doi.org/10.13465/j.cnki.jvs.2020.10.033).  
YU Huabing, ZHENG Enming, and CHEN Xinhua. The time-domain multiple signal classification DOA estimation method based on app-phase preprocessing[J]. *Journal of Vibration and Shock*, 2020, 39(10): 242–248. doi: [10.13465/j.cnki.jvs.2020.10.033](https://doi.org/10.13465/j.cnki.jvs.2020.10.033).
- [20] 郑恩明, 陈新华, 宋春楠. 基于全相位预处理的低旁瓣波束形成方法[J]. 兵工学报, 2018, 39(10): 1971–1978. doi: [10.3969/j.issn.1000-1093.2018.10.013](https://doi.org/10.3969/j.issn.1000-1093.2018.10.013).  
ZHENG Enming, CHEN Xinhua, and SONG Chunman. Low side-lobe beam-forming method based on all-phase preprocessing[J]. *Acta Armamentarii*, 2018, 39(10): 1971–1978. doi: [10.3969/j.issn.1000-1093.2018.10.013](https://doi.org/10.3969/j.issn.1000-1093.2018.10.013).
- [21] 陈新华, 郑恩明. 基于分组时延预处理的时域波束形成方法[J]. 应用声学, 2019, 38(4): 545–552. doi: [10.11684/j.issn.1000-310X.2019.04.011](https://doi.org/10.11684/j.issn.1000-310X.2019.04.011).  
CHEN Xinhua and ZHENG Enming. Time domain beam-forming algorithm based on sub-group & time delay preprocessing[J]. *Journal of Applied Acoustics*, 2019, 38(4): 545–552. doi: [10.11684/j.issn.1000-310X.2019.04.011](https://doi.org/10.11684/j.issn.1000-310X.2019.04.011).
- 陆典: 男, 博士生, 研究方向为阵列信号处理、水下目标探测等.

责任编辑: 余蓉