

## 智能反射面辅助的多天线通信系统鲁棒安全资源分配算法

徐勇军<sup>①②</sup> 符加劲<sup>①</sup> 黄琼<sup>①</sup> 黄东<sup>\*③</sup>

<sup>①</sup>(重庆邮电大学通信与信息工程学院 重庆 400065)

<sup>②</sup>(重庆金美通信有限责任公司 重庆 400030)

<sup>③</sup>(贵州大学现代制造技术教育部重点实验室 贵阳 550025)

**摘要:** 为了解决蜂窝通信系统中因窃听者、障碍物阻挡和信道不确定性导致安全性低和传输质量差的问题, 该文提出一种智能反射面(IRS)辅助的多天线通信系统鲁棒安全资源分配算法。首先, 考虑合法用户的安全速率约束、最大发射功率约束和IRS相移约束, 基于有界信道不确定性, 建立了一个联合优化基站主动波束、IRS被动波束的鲁棒资源分配问题。然后, 利用S-程序、连续凸近似、交替优化和罚函数等方法对含参数摄动的原非凸问题进行转换, 得到可直接求解的确定性凸优化问题。最后, 提出一种基于迭代的鲁棒能效最大化算法。仿真结果表明, 该文算法具有较好的能效和较强的鲁棒性。

**关键词:** 智能反射面; 多天线通信系统; 鲁棒性; 安全通信

中图分类号: TN929.5

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2024)01-0165-10

DOI: 10.11999/JEIT221554

## Robust Secure Resource Allocation Algorithm for Intelligent Reflecting Surface-assisted Multi-antenna Communication Systems

XU Yongjun<sup>①②</sup> FU Jiajin<sup>①</sup> HUANG Qiong<sup>①</sup> HUANG Dong<sup>\*③</sup>

<sup>①</sup>(School of Communication and Information Engineering, Chongqing University of Posts and Telecommunications, Chongqing 400065, China)

<sup>②</sup>(Chongqing Jinmei Communication Co. LTD., Chongqing 400030, China)

<sup>③</sup>(Key Laboratory of Advanced Manufacturing Technology, Ministry of Education Gui Zhou University, Guiyang 550025, China)

**Abstract:** To solve the problem of low security and poor transmission quality in cellular communication systems caused by eavesdroppers, obstacles and channel uncertainties, a robust secure resource allocation algorithm for Intelligent Reflecting Surface (IRS)-assisted multi-antenna communication systems is proposed. Firstly, a robust resource allocation problem with bounded channel uncertainties is formulated by jointly optimizing the active beam of the base station, the passive beam of the IRS, meanwhile the secure rate constraint of legitimate users, the maximum transmit power constraint and the phase shift constraint of the IRS are considered. Then, the original non-convex problem with parametric perturbation is transformed using S-procedure, successive convex approximation, alternating optimization and penalty function to obtain a deterministic convex optimization problem that can be solved directly. Finally, an iteration-based robust energy efficiency maximization algorithm is proposed. Simulation results show that the proposed algorithm has good energy efficiency and strong robustness.

**Key words:** Intelligent Reflecting Surface(IRS); Multi-antenna communication systems; Robustness; Secure communication

收稿日期: 2022-12-16; 改回日期: 2023-01-15; 网络出版: 2023-02-04

\*通信作者: 黄东 [huangd@gzu.edu.cn](mailto:huangd@gzu.edu.cn)

基金项目: 国家自然科学基金(62271094), 重庆市教委科学技术研究项目(KJZD-K202200601), 重庆市博士后研究项目特别资助(2021XM3082)

Foundation Items: The National Natural Science Foundation of China (62271094), The Scientific and Technological Research Program of Chongqing Municipal Education Commission (KJZD-K202200601), Special support for Chongqing Postdoctoral Research Project (2021XM3082)

## 1 引言

随着第5代通信技术的发展,当前蜂窝通信系统的系统容量和传输性能得到大幅度的提升<sup>[1,2]</sup>。然而,基站(Base Station, BS)到接收端的传输链路会受到障碍物的阻挡,从而导致传输质量差<sup>[3]</sup>。因此,为了解决上述问题,智能反射面(Intelligent Reflecting Surface, IRS)作为一种全新的技术被提出<sup>[4]</sup>。IRS是由大量低成本无源反射元件组成的平面,每个反射元件能够独立地改变入射信号的相位(或和)幅度。所以通过合理地调整IRS反射元件的相移,使其反射信号与来自其他路径的信号建设性地相加,从而增强接收端的信号强度,提升系统性能<sup>[5,6]</sup>。因此,将IRS引入到蜂窝通信系统中有望解决系统传输性能因障碍物阻挡而衰退的问题。

为此,近年来,许多学者对IRS辅助的通信技术进行了广泛的研究。具体来讲,文献<sup>[7]</sup>考虑发射功率和IRS相移约束,提出了一种基于计算效率的梯度投影算法解决被动波束设计问题。为了提高系统能效,文献<sup>[8]</sup>考虑用户最小速率、BS发射功率、IRS相移等约束,针对单用户和多用户情况,分别提出了基于连续凸近似的迭代算法和低复杂度贪婪搜索算法。上述工作是在完美信道状态信息(Channel State Information, CSI)条件下完成的,然而上述算法应用到实际场景中会由于不完美CSI的影响,在一定程度上造成通信中断,影响系统的传输性能。进一步考虑不完美CSI的影响,文献<sup>[9]</sup>考虑IRS相移和最小吞吐量约束,提出了一种基于迭代的鲁棒能效最大化算法。然而上述工作没有考虑窃听者对系统安全性的影响。基于此,在IRS辅助的单用户多窃听通信系统中,文献<sup>[10]</sup>考虑IRS相移、用户和窃听者的信噪比约束,通过联合优化BS的主动波束和IRS的被动波束来最小化发射功率。为了提高系统安全能效,文献<sup>[11]</sup>考虑发射功率、干扰功率、保密速率和IRS相移约束,提出了一种基于半定规划的安全能效优化算法。与上述单用户多窃听的场景不同,针对IRS辅助的多用户多窃听通信系统,文献<sup>[12]</sup>在窃听者不完美CSI和用户完美CSI的条件下,通过联合优化BS的波束和IRS的相移,从而使最差合法用户的信噪比最大化。为了提高系统能量利用率,文献<sup>[13]</sup>通过联合优化BS的波束、人工噪声和IRS的相移矩阵,提出了一种系统总能效最大化的鲁棒资源分配算法。

然而,上述工作大部分是在假设用户完美CSI的情况下进行安全通信问题的研究,忽略了用户不完美CSI对系统传输性能的影响。由于在复杂的电磁环境中,基站难以准确地获取每个合法用户的

CSI<sup>[14]</sup>,从而导致上述算法在实际场景中难以达到实际要求。所以,在多天线蜂窝通信系统中同时考虑用户不完美CSI和窃听者的影响是有很意义的。

因此,为了提高系统的安全性与鲁棒性,本文研究多天线蜂窝通信系统的鲁棒安全传输问题,提出一种IRS辅助的多天线通信系统鲁棒安全资源分配算法,具体贡献如下:

(1)不同于用户完美CSI的安全资源分配算法<sup>[10-13]</sup>,本文同时考虑窃听者和不完美CSI对系统安全性与传输中断概率的影响。基于有界信道不确定性,考虑每个合法用户的安全速率、IRS相移、最大传输功率约束,构建了一个含不完美CSI的鲁棒能效最大化资源分配问题。所描述的问题是一个含参数摄动的非凸、非定常多项式难问题,难以直接求解。

(2)为了求解该问题,首先利用连续凸近似方法将非凸目标函数转化成凸函数;然后,利用S-程序方法将含参数摄动的鲁棒约束转化成确定性约束;最后,针对多变量耦合问题,利用交替优化方法将原问题转化成BS主动波束优化子问题和IRS被动波束优化子问题;在此基础上,使用1阶泰勒展开式和罚函数方法将其转化为可求解的凸优化问题,并提出一种基于迭代的鲁棒能效最大化算法。

(3)仿真结果表明,与传统算法相比,本文算法具有较强的鲁棒性和安全性,并降低用户的中断概率。

符号定义:  $(\mathbf{x})^T$ 表示对向量 $\mathbf{x}$ 或矩阵 $\mathbf{x}$ 进行转置;  $(\mathbf{x})^H$ 表示对复数向量 $\mathbf{x}$ 或复数矩阵 $\mathbf{x}$ 进行共轭转置;  $(\mathbf{x})^*$ 表示对向量 $\mathbf{x}$ 或矩阵 $\mathbf{x}$ 进行共轭操作;  $\mathbb{E}\{x\}$ 表示随机变量 $x$ 的均值;  $|\cdot|$ 表示复数的模;  $\|\cdot\|_1$ 表示向量的1范数;  $\|\cdot\|_2$ 表示向量的2范数;  $\|\cdot\|_F$ 表示矩阵的Frobenius范数;  $\mathbb{C}^{N \times M}$ 表示 $N \times M$ 的复数矩阵;  $\mathbb{R}^{N \times M}$ 表示 $N \times M$ 的实数矩阵;  $\text{diag}(\cdot)$ 表示向量对角化;  $\text{tr}(\cdot)$ 表示矩阵的迹;  $\text{vec}(\cdot)$ 表示矩阵向量化;  $\otimes$ 表示克罗内克积;  $\mathbf{I}_N$ 表示 $N \times N$ 的单位矩阵;  $\mathbf{0}_N$ 表示 $N \times N$ 的0矩阵。

## 2 系统模型与问题描述

图1给出了一个IRS辅助的下行多输入单输出蜂窝通信系统。从图1可以看出,一个配备 $N$ 根天线的BS通过直传链路和一个含 $L$ 个反射元件的IRS向 $K$ 合法用户发送信息。与此同时, $M$ 个单天线窃听者试图窃听用户的信息<sup>[12]</sup>。假设所有的信道增益服从块衰落模型,即BS和用户的信道增益在一定时间内基本保持不变,连续符号在这段时间内遭受相同的衰落<sup>[15]</sup>。定义用户集合为 $\forall k \in \mathcal{K} \triangleq \{1, 2, \dots, K\}$ ,窃听者集合为 $\forall m \in \mathcal{M} \triangleq \{1, 2, \dots, M\}$ ,反射阵源集

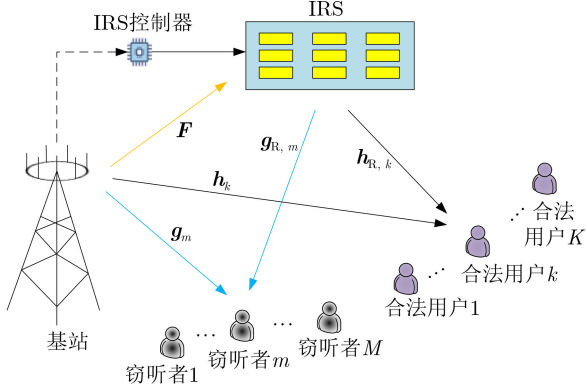


图1 系统模型

合为 $\forall l \in \mathcal{L} \triangleq \{1, 2, \dots, L\}$ 。BS给 $K$ 个合法用户发送的信息 $\mathbf{s}$ 表示为 $\mathbf{s} = [s_1, s_2, \dots, s_K]^T \in \mathbb{C}^{K \times 1}$ ，其中， $s_k$ 表示BS发送给合法用户 $k$ 的信息，且满足 $\mathbb{E}\{|s_k|^2\} = 1$ ，则发射信号 $\mathbf{x}$ 可表示为 $\mathbf{x} = \mathbf{w}\mathbf{s}$ ，其中， $\mathbf{w} = [\mathbf{w}_1, \mathbf{w}_2, \dots, \mathbf{w}_K] \in \mathbb{C}^{N \times K}$ 是波束成形矩阵， $\mathbf{w}_k \in \mathbb{C}^{N \times 1}$ 表示BS发送给合法用户 $k$ 的波束成形向量。

根据图1所示的传输模型，则第 $k$ 个用户的接收信号可表示为

$$y_k = (\mathbf{h}_k^H + \mathbf{h}_{R,k}^H \boldsymbol{\Theta} \mathbf{F}) \mathbf{x} + n_k \quad (1)$$

其中， $\mathbf{h}_k \in \mathbb{C}^{N \times 1}$ 为BS到合法用户 $k$ 的信道增益， $\mathbf{h}_{R,k} \in \mathbb{C}^{L \times 1}$ 为IRS到合法用户 $k$ 的信道增益， $\boldsymbol{\Theta}$ 为IRS的相移矩阵， $\boldsymbol{\Theta} = \text{diag}(\mathbf{v})$ ， $\mathbf{v} = [v_1, v_2, \dots, v_L]^T$ ， $v_l = \beta_l e^{j\theta_l}$ ， $\beta_l \in [0, 1]$ 和 $\theta_l \in [0, 2\pi)$ 分别表示IRS第 $l$ 个反射元件的振幅系数和相移。与现有的工作<sup>[12-14]</sup>类似，设置 $\beta_l = 1$ ，以获得最大的反射增益。 $\mathbf{F} \in \mathbb{C}^{L \times N}$ 为BS到IRS的信道增益， $n_k \sim \mathcal{CN}(0, \delta_k^2)$ 为第 $k$ 个用户处均值为0方差为 $\delta_k^2$ 的噪声。为了便于分析，定义 $\mathbf{H}_k = \text{diag}(\mathbf{h}_{R,k}^H) \mathbf{F}$ 为BS和用户 $k$ 之间的级联信道增益，则根据式(1)，用户 $k$ 的信干噪比可表示为

$$\gamma_k^U = \frac{|(\mathbf{h}_k^H + \mathbf{v}^H \mathbf{H}_k) \mathbf{w}_k|^2}{\|(\mathbf{h}_k^H + \mathbf{v}^H \mathbf{H}_k) \mathbf{w}_{-k}\|_2^2 + \delta_k^2} \quad (2)$$

其中， $\mathbf{w}_{-k} = [\mathbf{w}_1, \mathbf{w}_2, \dots, \mathbf{w}_{k-1}, \mathbf{w}_{k+1}, \dots, \mathbf{w}_K]$ ，则用户 $k$ 的可达速率表示为 $R_k^U = \log_2(1 + \gamma_k^U)$ 。

基于图1的系统传输模型，第 $m$ 个窃听者的接收信号表示为

$$y_{e,m} = (\mathbf{g}_m^H + \mathbf{g}_{R,m}^H \boldsymbol{\Theta} \mathbf{F}) \mathbf{x} + n_{e,m} \quad (3)$$

其中， $\mathbf{g}_m \in \mathbb{C}^{N \times 1}$ 为BS到窃听器 $m$ 的信道增益， $\mathbf{g}_{R,m} \in \mathbb{C}^{L \times 1}$ 为IRS到窃听器 $m$ 的信道增益， $n_{e,m} \sim \mathcal{CN}(0, \delta_{e,m}^2)$ 为第 $m$ 个窃听器处均值为0方差为 $\delta_{e,m}^2$ 的噪声。同理，定义 $\mathbf{G}_m = \text{diag}(\mathbf{g}_{R,m}^H) \mathbf{F}$ 为BS和窃听器 $m$ 之间的级联信道增益，则根据式(3)，窃听器 $m$ 窃听用户 $k$ 信息时的信干噪比表示为

$$\gamma_{k,m}^E = \frac{|(\mathbf{g}_m^H + \mathbf{v}^H \mathbf{G}_m) \mathbf{w}_k|^2}{\|(\mathbf{g}_m^H + \mathbf{v}^H \mathbf{G}_m) \mathbf{w}_{-k}\|_2^2 + \delta_{e,m}^2} \quad (4)$$

则在窃听器 $m$ 处接收到第 $k$ 条信息的可达速率表示为 $R_{k,m}^E = \log_2(1 + \gamma_{k,m}^E)$ 。因此，第 $k$ 个合法用户可获得的安全速率 $R_k^{\text{sec}}$ （即保密速率）可表示为 $R_k^{\text{sec}} = (R_k^U - \max_{\forall m} R_{k,m}^E)^+$ ，其中， $(a)^+ = \max(a, 0)$ 。系统总功耗 $P^{\text{total}}$ 可以建模为 $P^{\text{total}} = \mu \sum_{k=1}^K \|\mathbf{w}_k\|^2 + P^c$ ，其中， $\mu$ 是功耗放大系数， $P^c$ 表示系统的固定电路功耗<sup>[13]</sup>。

在复杂的电磁环境中，BS难以准确地获取每个用户的CSI；另外，由于窃听器不主动与BS联系，窃听信道的CSI很难获得<sup>[12]</sup>。因此，本文考虑所有链路的不完美CSI，且基于有界信道误差模型<sup>[14]</sup>，则有

$$\begin{aligned} \mathcal{H}_k &= \{\Delta \mathbf{h}_k, \Delta \mathbf{H}_k \mid \mathbf{h}_k = \bar{\mathbf{h}}_k + \Delta \mathbf{h}_k, \|\Delta \mathbf{h}_k\|_2 \leq \zeta_{\mathbf{h}_k}, \\ &\quad \mathbf{H}_k = \bar{\mathbf{H}}_k + \Delta \mathbf{H}_k, \|\Delta \mathbf{H}_k\|_F \leq \zeta_{\mathbf{H}_k}\} \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{G}_m &= \{\Delta \mathbf{g}_m, \Delta \mathbf{G}_m \mid \mathbf{g}_m = \bar{\mathbf{g}}_m + \Delta \mathbf{g}_m, \|\Delta \mathbf{g}_m\|_2 \leq \zeta_{\mathbf{g}_m}, \\ &\quad \mathbf{G}_m = \bar{\mathbf{G}}_m + \Delta \mathbf{G}_m, \|\Delta \mathbf{G}_m\|_F \leq \zeta_{\mathbf{G}_m}\} \end{aligned} \quad (6)$$

其中， $\bar{\mathbf{H}}_k$ ， $\bar{\mathbf{h}}_k$ ， $\bar{\mathbf{G}}_m$ 和 $\bar{\mathbf{g}}_m$ 表示对应信道增益的估计值， $\Delta \mathbf{H}_k$ ， $\Delta \mathbf{h}_k$ ， $\Delta \mathbf{G}_m$ 和 $\Delta \mathbf{g}_m$ 表示信道增益估计误差， $\zeta_{\mathbf{H}_k}$ ， $\zeta_{\mathbf{h}_k}$ ， $\zeta_{\mathbf{G}_m}$ 和 $\zeta_{\mathbf{g}_m}$ 表示对应信道增益误差上界。

基于上述的分析，系统能效最大化的鲁棒资源分配问题可以描述为

$$\max_{\mathbf{w}, \mathbf{v}} \frac{\sum_{k=1}^K \log_2(1 + \min_{\Delta \mathbf{h}_k, \Delta \mathbf{H}_k} \gamma_k^U)}{P^{\text{total}}} \quad (7a)$$

$$\text{s.t. } R_k^{\text{sec}} \geq R_k^{\text{min}} \quad (7b)$$

$$\sum_{k=1}^K \|\mathbf{w}_k\|^2 \leq P^{\text{max}} \quad (7c)$$

$$|v_l|^2 = 1 \quad (7d)$$

$$\Delta \mathbf{h}_k, \Delta \mathbf{H}_k \in \mathcal{H}_k, \Delta \mathbf{g}_m, \Delta \mathbf{G}_m \in \mathcal{G}_m \quad (7e)$$

其中，式(7b)为保证每个用户的安全速率约束， $R_k^{\text{min}}$ 是用户 $k$ 所需的最小安全速率阈值；式(7c)为BS的最大发射功率约束， $P^{\text{max}}$ 是BS的最大发射功率阈值；式(7d)为IRS反射元件的相移约束，式(7e)为不确定性参数集合。目标函数和约束式(7b)涉及用户和窃听信道的不确定性，且优化变量在其中高度耦合。因此，问题式(7)是一个非凸优化问题，没有标准的凸优化方法进行求解。

### 3 问题的解决方案

为了有效地求解问题式(7)，本文先采用连续

凸近似方法将非凸目标函数转化成凸函数，其次，利用S-程序方法将含信道不确定性的约束转换成确定性约束；最后，使用交替优化的方法将原问题转换为两个非凸的子问题，即BS主动波束优化子问题和IRS被动波束优化子问题。

### 3.1 不确定性问题转换

由于问题式(7)是非凸的，难以处理。因此，引入非负的辅助变量 $\varepsilon, \tau$ 和 $\rho$ 对问题式(7)进行转化

$$\max_{\mathbf{w}, \mathbf{v}, \varepsilon, \tau, \rho} \varepsilon \quad (8a)$$

$$\text{s.t.} \quad \sum_{k=1}^K \log_2(1 + \min_{\Delta \mathbf{h}_k, \Delta \mathbf{H}_k} \gamma_k^U) \geq \tau \quad (8b)$$

$$\tau/\rho \geq \varepsilon \quad (8c)$$

$$P^{\text{total}} \leq \rho \quad (8d)$$

式(7b)~式(7e)

由于式(7b)和式(8b)含有信道不确定性参数，且式(8c)两个变量耦合，故问题式(8)仍是非凸的。因此，为了处理约束式(8b)，引入松弛变量 $r_k$ ，则约束式(8b)变成 $\sum_{k=1}^K \log_2(1 + r_k) \geq \tau$ 和 $\min_{\Delta \mathbf{h}_k, \Delta \mathbf{H}_k} \gamma_k^U \geq r_k$ 。

同样地，引入松弛变量 $\phi_k \geq 1$ 对约束式(7b)进行处理<sup>[16]</sup>，则约束式(7b)变成 $R_k^U(\Delta \mathbf{h}_k, \Delta \mathbf{H}_k) - \log_2 \phi_k \geq R_k^{\min}$ 和 $R_{k,m}^E(\Delta \mathbf{g}_m, \Delta \mathbf{G}_m) \leq \log_2 \phi_k$ ，其中， $\log_2 \phi_k$ 表示窃听器窃听用户 $k$ 时的最大速率。根据转换后的式(8b)，则约束 $R_k^U(\Delta \mathbf{h}_k, \Delta \mathbf{H}_k) - \log_2 \phi_k \geq R_k^{\min}$ 可以变成 $\log_2(1 + r_k) - \log_2 \phi_k \geq R_k^{\min}$ 。为了处理约束 $\min_{\Delta \mathbf{h}_k, \Delta \mathbf{H}_k} \gamma_k^U \geq r_k$ 和 $R_{k,m}^E(\Delta \mathbf{g}_m, \Delta \mathbf{G}_m) \leq \log_2 \phi_k$ ，引入辅助变量 $\beta_k^U \geq 0$ 和 $\beta_{k,m}^E \geq 0$ ，则前者表示为如式(9a)和式(9b)，后者表示为如式(9c)和式(9d)

$$|(\mathbf{h}_k^H + \mathbf{v}^H \mathbf{H}_k) \mathbf{w}_k|^2 \geq \beta_k^U r_k, \Delta \mathbf{h}_k, \Delta \mathbf{H}_k \in \mathcal{H}_k \quad (9a)$$

$$\|(\mathbf{h}_k^H + \mathbf{v}^H \mathbf{H}_k) \mathbf{w}_{-k}\|_2^2 + \delta_k^2 \leq \beta_k^U, \Delta \mathbf{h}_k, \Delta \mathbf{H}_k \in \mathcal{H}_k \quad (9b)$$

$$|(\mathbf{g}_m^H + \mathbf{v}^H \mathbf{G}_m) \mathbf{w}_k|^2 \leq \beta_{k,m}^E (\phi_k - 1), \Delta \mathbf{g}_m, \Delta \mathbf{G}_m \in \mathcal{G}_m \quad (9c)$$

$$\|(\mathbf{g}_m^H + \mathbf{v}^H \mathbf{G}_m) \mathbf{w}_{-k}\|_2^2 + \delta_{e,m}^2 \geq \beta_{k,m}^E, \Delta \mathbf{g}_m, \Delta \mathbf{G}_m \in \mathcal{G}_m \quad (9d)$$

由于式(9)中的约束是含有参数摄动的非凸约束，难以直接求解。因此，针对以上约束，采取不同的方法去处理。首先为了求解约束式(9a)，在命题1中推导其线性近似。

**命题1** 设 $\mathbf{w}_k^{(n)}$ 和 $\mathbf{v}^{(n)}$ 为第 $n$ 次迭代中获得的最优解，则根据1阶泰勒不等式(9a)左边式子可变成

$$\begin{aligned} |(\mathbf{h}_k^H + \mathbf{v}^H \mathbf{H}_k) \mathbf{w}_k|^2 &\geq 2\text{Re}\{(\mathbf{h}_k^H + \mathbf{v}^{(n),H} \mathbf{H}_k) \mathbf{w}_k^{(n)} \\ &\cdot \mathbf{w}_k^H (\mathbf{h}_k + \mathbf{H}_k^H \mathbf{v})\} - (\mathbf{h}_k^H + \mathbf{v}^{(n),H} \mathbf{H}_k) \mathbf{w}_k^{(n)} \mathbf{w}_k^{(n),H} \\ &\cdot (\mathbf{h}_k + \mathbf{H}_k^H \mathbf{v}^{(n)}) \end{aligned} \quad (10)$$

将 $\mathbf{h}_k = \bar{\mathbf{h}}_k + \Delta \mathbf{h}_k$ 和 $\mathbf{H}_k = \bar{\mathbf{H}}_k + \Delta \mathbf{H}_k$ 代入式(10)的右边式子，则根据矩阵变换 $\text{Tr}(\mathbf{A}\mathbf{B}) = \text{vec}^H(\mathbf{A})\text{vec}(\mathbf{B})$ 和 $\text{Tr}(\mathbf{A}\mathbf{B}\mathbf{C}\mathbf{D}) = (\text{vec}^T(\mathbf{D}))^T(\mathbf{C}^T \otimes \mathbf{A})\text{vec}(\mathbf{B})$ <sup>[17]</sup>， $|((\bar{\mathbf{h}}_k + \Delta \mathbf{h}_k)^H + \mathbf{v}^H(\bar{\mathbf{H}}_k + \Delta \mathbf{H}_k)) \mathbf{w}_k|^2$ 在 $(\mathbf{w}_k^{(n)}, \mathbf{v}^{(n)})$ 处的线性下界为 $\mathbf{x}_k^H \mathbf{A}_k \mathbf{x}_k + 2\text{Re}\{\mathbf{a}_k^H \mathbf{x}_k\} + \alpha_k$ ，其中具体参数为

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_k &= [\Delta \mathbf{h}_k^H \quad \text{vec}^H(\Delta \mathbf{H}_k^*)]^H, \mathbf{A}_k = \mathbf{B}_k + \mathbf{B}_k^H - \mathbf{D}_k, \\ \mathbf{a}_k &= \mathbf{b}_{1,k} + \mathbf{b}_{2,k} - \mathbf{d}_k, \alpha_k = 2\text{Re}\{b_k\} - d_k \end{aligned} \quad (11a)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{B}_k &= \begin{bmatrix} \mathbf{w}_k^{(n)} \\ \mathbf{w}_k^{(n)} \otimes \mathbf{v}^{(n),*} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{w}_k^H & \mathbf{w}_k^H \otimes \mathbf{v}^T \end{bmatrix}, \\ \mathbf{D}_k &= \begin{bmatrix} \mathbf{w}_k^{(n)} \\ \mathbf{w}_k^{(n)} \otimes \mathbf{v}^{(n),*} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{w}_k^{(n),H} & \mathbf{w}_k^{(n),H} \otimes \mathbf{v}^{(n),T} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (11b)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{b}_{1,k} &= \begin{bmatrix} \mathbf{w}_k \mathbf{w}_k^{(n),H} (\bar{\mathbf{h}}_k + \bar{\mathbf{H}}_k^H \mathbf{v}^{(n)}) \\ \text{vec}^*(\mathbf{v} (\bar{\mathbf{h}}_k^H + \mathbf{v}^{(n),H} \bar{\mathbf{H}}_k) \mathbf{w}_k^{(n)} \mathbf{w}_k^H) \end{bmatrix}, \\ \mathbf{b}_{2,k} &= \begin{bmatrix} \mathbf{w}_k^{(n)} \mathbf{w}_k^H (\bar{\mathbf{h}}_k + \bar{\mathbf{H}}_k^H \mathbf{v}) \\ \text{vec}^*(\mathbf{v}^{(n)} (\bar{\mathbf{h}}_k^H + \mathbf{v}^H \bar{\mathbf{H}}_k) \mathbf{w}_k \mathbf{w}_k^{(n),H}) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (11c)$$

$$\mathbf{d}_k = \begin{bmatrix} \mathbf{w}_k^{(n)} \mathbf{w}_k^{(n),H} (\bar{\mathbf{h}}_k + \bar{\mathbf{H}}_k^H \mathbf{v}^{(n)}) \\ \text{vec}^*(\mathbf{v}^{(n)} ((\bar{\mathbf{h}}_k^H + \mathbf{v}^{(n),H} \bar{\mathbf{H}}_k) \mathbf{w}_k^{(n)} \mathbf{w}_k^{(n),H})) \end{bmatrix} \quad (11d)$$

$$\begin{aligned} b_k &= (\bar{\mathbf{h}}_k^H + \mathbf{v}^{(n),H} \bar{\mathbf{H}}_k) \mathbf{w}_k^{(n)} \mathbf{w}_k^H (\bar{\mathbf{h}}_k + \bar{\mathbf{H}}_k^H \mathbf{v}), \\ d_k &= (\bar{\mathbf{h}}_k^H + \mathbf{v}^{(n),H} \bar{\mathbf{H}}_k) \mathbf{w}_k^{(n)} \mathbf{w}_k^{(n),H} (\bar{\mathbf{h}}_k + \bar{\mathbf{H}}_k^H \mathbf{v}^{(n)}) \end{aligned} \quad (11e)$$

根据命题1，约束式(9a)可以等价地写为 $\mathbf{x}_k^H \mathbf{A}_k \mathbf{x}_k + 2\text{Re}\{\mathbf{a}_k^H \mathbf{x}_k\} + \alpha_k \geq \beta_k^U r_k$ ，其中， $\mathbf{x}_k$ 需满足两个约束，即 $\mathbf{x}_k^H \begin{bmatrix} \mathbf{I}_N & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \mathbf{x}_k - \zeta_{\mathbf{h}_k}^2 \leq 0$ 和 $\mathbf{x}_k^H \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I}_{NL} \end{bmatrix} \mathbf{x}_k - \zeta_{\mathbf{H}_k}^2 \leq 0$ 。

由于式(9a)等价形式的式子仍包含多个线性不等式，难以直接求解。为了求解该问题，采用S-程序方法进行转化。

S-程序方法<sup>[18]</sup>：定义变量 $\mathbf{x} \in \mathbb{C}^{N \times 1}$ 的2次函数为： $f_i(\mathbf{x}) = \mathbf{x}^H \mathbf{W}_i \mathbf{x} + 2\text{Re}\{\mathbf{w}_i^H \mathbf{x}\} + w_i, i = 0, 1, \dots, P$ ，其中， $\mathbf{W}_i \in \mathbb{C}^{N \times N}$ ， $\mathbf{w}_i \in \mathbb{C}^{N \times 1}$ ， $w_i \in \mathbb{R}$ 。当且仅当存在 $\forall i, \varpi_i \geq 0$ 时， $\{f_i(\mathbf{x}) \geq 0\}_{i=1}^P \Rightarrow f_0(\mathbf{x}) \geq 0$ 成立，则有

$$\begin{bmatrix} \mathbf{W}_0 & \mathbf{w}_0 \\ \mathbf{w}_0^H & w_0 \end{bmatrix} - \sum_{i=1}^P \varpi_i \begin{bmatrix} \mathbf{W}_i & \mathbf{w}_i \\ \mathbf{w}_i^H & w_i \end{bmatrix} \geq \mathbf{0} \quad (12)$$



引入松弛变量  $\varpi_{h_k} \geq 0$  和  $\varpi_{H_k} \geq 0$ ，则根据S-程序方法，式(9a)可以转化成

$$\begin{bmatrix} \mathbf{A}_k + \begin{bmatrix} \varpi_{h_k} \mathbf{I}_N & \mathbf{0}_{N \times NL} \\ \mathbf{0}_{NL \times N} & \varpi_{H_k} \mathbf{I}_{NL} \end{bmatrix} & \mathbf{a}_k \\ \mathbf{a}_k^H & C_k \end{bmatrix} \geq \mathbf{0} \quad (13)$$

其中， $C_k = \alpha_k - \beta_k^U r_k - \varpi_{h_k} \zeta_{h_k}^2 - \varpi_{H_k} \zeta_{H_k}^2$ 。同理，引入松弛变量  $\varpi_{g_{k,m}} \geq 0$  和  $\varpi_{G_{k,m}} \geq 0$ ，则式(9d)可转成

$$\begin{bmatrix} \mathbf{A}_k^E + \begin{bmatrix} \varpi_{g_{k,m}} \mathbf{I}_N & \mathbf{0}_{N \times NL} \\ \mathbf{0}_{NL \times N} & \varpi_{G_{k,m}} \mathbf{I}_{NL} \end{bmatrix} & \mathbf{a}_{k,m}^E \\ (\mathbf{a}_{k,m}^E)^H & C_{k,m}^E \end{bmatrix} \geq \mathbf{0} \quad (14)$$

其中的具体参数为

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_k^E &= \mathbf{B}_k^E + (\mathbf{B}_k^E)^H - \mathbf{D}_k^E, \mathbf{a}_{k,m}^E = \mathbf{b}_{1,k,m}^E + \mathbf{b}_{2,k,m}^E - \mathbf{d}_{k,m}^E \\ \alpha_{k,m}^E &= 2\text{Re}\{b_{k,m}^E\} - d_{k,m}^E \end{aligned} \quad (14a)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{B}_k^E &= \begin{bmatrix} \mathbf{w}_{-k}^{(n)} \\ \mathbf{w}_{-k}^{(n)} \otimes \mathbf{v}^{(n),*} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{w}_{-k}^H & \mathbf{w}_{-k}^H \otimes \mathbf{v}^T \end{bmatrix}, \\ \mathbf{D}_k^E &= \begin{bmatrix} \mathbf{w}_{-k}^{(n)} \\ \mathbf{w}_{-k}^{(n)} \otimes \mathbf{v}^{(n),*} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{w}_{-k}^{(n),H} & \mathbf{w}_{-k}^{(n),H} \otimes \mathbf{v}^{(n),T} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (14b)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{b}_{1,k,m}^E &= \begin{bmatrix} \mathbf{w}_{-k} \mathbf{w}_{-k}^{(n),H} (\bar{\mathbf{g}}_m + \bar{\mathbf{G}}_m^H \mathbf{v}^{(n)}) \\ \text{vec}^*(\mathbf{v} (\bar{\mathbf{g}}_m^H + \mathbf{v}^{(n),H} \bar{\mathbf{G}}_m) \mathbf{w}_{-k} \mathbf{w}_{-k}^H) \end{bmatrix}, \\ \mathbf{b}_{2,k,m}^E &= \begin{bmatrix} \mathbf{w}_{-k} \mathbf{w}_{-k}^H (\bar{\mathbf{g}}_m + \bar{\mathbf{G}}_m^H \mathbf{v}^{(n)}) \\ \text{vec}^*(\mathbf{v}^{(n)} (\bar{\mathbf{g}}_m^H + \mathbf{v}^H \bar{\mathbf{G}}_m) \mathbf{w}_{-k} \mathbf{w}_{-k}^{(n),H}) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (14c)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{d}_{k,m}^E &= \begin{bmatrix} \mathbf{w}_{-k} \mathbf{w}_{-k}^{(n),H} (\bar{\mathbf{g}}_m + \bar{\mathbf{G}}_m^H \mathbf{v}^{(n)}) \\ \text{vec}^*(\mathbf{v}^{(n)} ((\bar{\mathbf{g}}_m^H + \mathbf{v}^{(n),H} \bar{\mathbf{G}}_m) \mathbf{w}_{-k} \mathbf{w}_{-k}^{(n),H})) \end{bmatrix}, \\ b_{k,m}^E &= (\bar{\mathbf{g}}_m^H + \mathbf{v}^{(n),H} \bar{\mathbf{G}}_m) \mathbf{w}_{-k} \mathbf{w}_{-k}^H (\bar{\mathbf{g}}_m + \bar{\mathbf{G}}_m^H \mathbf{v}^{(n)}) \end{aligned} \quad (14d)$$

$$\begin{aligned} d_{k,m}^E &= (\bar{\mathbf{g}}_m^H + \mathbf{v}^{(n),H} \bar{\mathbf{G}}_m) \mathbf{w}_{-k} \mathbf{w}_{-k}^{(n),H} (\bar{\mathbf{g}}_m + \bar{\mathbf{G}}_m^H \mathbf{v}^{(n)}), \\ C_{k,m}^E &= \alpha_{k,m}^E + \delta_{e,m}^2 - \beta_{k,m}^E - \varpi_{g_{k,m}} \zeta_{g_m}^2 - \varpi_{G_{k,m}} \zeta_{G_m}^2 \end{aligned} \quad (14e)$$

根据Schur补引理<sup>[19]</sup>，式(9b)可转成  $\begin{bmatrix} \beta_k^U - \delta_k^2 & \mathbf{t}_k^H \\ \mathbf{t}_k & \mathbf{I}_{K-1} \end{bmatrix} \geq \mathbf{0}$ ，其中， $\mathbf{t}_k = ((\mathbf{h}_k^H + \mathbf{v}^H \mathbf{H}_k) \mathbf{w}_{-k})^H$ 。将  $\mathbf{h}_k = \bar{\mathbf{h}}_k + \Delta \mathbf{h}_k$  和  $\mathbf{H}_k = \bar{\mathbf{H}}_k + \Delta \mathbf{H}_k$  代入上式转化后的式(9b)中，则有  $0 \leq \begin{bmatrix} \beta_k^U - \delta_k^2 & \mathbf{t}_k^H \\ \mathbf{t}_k & \mathbf{I}_{K-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{1 \times N} \\ \mathbf{w}_{-k}^H \end{bmatrix} [\Delta \mathbf{h}_k \ \mathbf{0}_{N \times 1}] \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{h}_k^H \\ \mathbf{0}_{1 \times N} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{N \times 1} & \mathbf{w}_{-k} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{1 \times N} \\ \mathbf{w}_{-k}^H \end{bmatrix} \Delta \mathbf{H}_k^H [\mathbf{v} \ \mathbf{0}_{N \times 1}] + \begin{bmatrix} \mathbf{v}^H \\ \mathbf{0}_{1 \times N} \end{bmatrix} \Delta \mathbf{H}_k [\mathbf{0}_{N \times 1} \ \mathbf{w}_{-k}]$ ，其中， $\tilde{\mathbf{t}}_k = ((\bar{\mathbf{h}}_k^H + \mathbf{v}^H \bar{\mathbf{H}}_k) \mathbf{w}_{-k})^H$ ，为了处理该式中多个不确定性参数，本文引入引理1对其进行处理。

**引理1** 对于给定的矩阵集合  $\mathbf{W} = \mathbf{W}, \{\mathbf{Y}_i, \mathbf{Z}_i\}_{i=1}^P$ ，线性矩阵不等式满足  $\mathbf{W} \geq \sum_{i=1}^P (\mathbf{Y}_i^H \mathbf{X}_i \mathbf{Z}_i + \mathbf{Z}_i^H \mathbf{X}_i^H \mathbf{Y}_i)$ ， $\forall i, \|\mathbf{X}_i\|_F \leq \xi_i$ ，当且仅当存在实数  $\forall i, \mu_i \geq 0$  时，有

$$\begin{bmatrix} \mathbf{W} - \sum_{i=1}^P \mu_i \mathbf{Z}_i^H \mathbf{Z}_i & -\xi_1 \mathbf{Y}_1^H & \cdots & -\xi_P \mathbf{Y}_P^H \\ -\xi_1 \mathbf{Y}_1 & \mu_1 \mathbf{I} & \cdots & \mathbf{0} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -\xi_P \mathbf{Y}_P & \mathbf{0} & \cdots & \mu_P \mathbf{I} \end{bmatrix} \geq \mathbf{0} \quad (15)$$

引理1的详细证明见文献[20]。因此，引入松弛变量  $\mu_{h_k} \geq 0$  和  $\mu_{H_k} \geq 0$ ，并基于引理1，令  $\mathbf{x}_1 = \Delta \mathbf{H}_k^H$ ， $\mathbf{W} = \begin{bmatrix} \beta_k^U - \delta_k^2 & \mathbf{t}_k^H \\ \mathbf{t}_k & \mathbf{I}_{K-1} \end{bmatrix}$ ， $p=2$ ， $\mathbf{Y}_1 = -[\mathbf{0}_{N \times 1} \ \mathbf{w}_{-k}]$ ， $\mathbf{Z}_1 = [\mathbf{v} \ \mathbf{0}_{N \times 1}]$ ， $\mathbf{x}_2 = \Delta \mathbf{h}_k$ ， $\mathbf{Y}_2 = -[\mathbf{0}_{N \times 1} \ \mathbf{w}_{-k}]$ ， $\mathbf{Z}_2 = [\mathbf{I}_N \ \mathbf{0}_N]$ ，式(9b)可转为如式(16)的半正定约束形式

$$\begin{bmatrix} T_k^U & \mathbf{t}_k^H & \mathbf{0}_{1 \times N} & \mathbf{0}_{1 \times N} \\ \mathbf{t}_k & \mathbf{I}_{K-1} & \mathbf{w}_{-k}^H \zeta_{h_k} & \mathbf{w}_{-k}^H \zeta_{H_k} \\ \mathbf{0}_{N \times 1} & \mathbf{w}_{-k} \zeta_{h_k} & \mathbf{I}_N \mu_{h_k} & \mathbf{0}_N \\ \mathbf{0}_{N \times 1} & \mathbf{w}_{-k} \zeta_{H_k} & \mathbf{0}_N & \mathbf{I}_N \mu_{H_k} \end{bmatrix} \geq \mathbf{0} \quad (16)$$

其中， $T_k^U = \beta_k^U - \delta_k^2 - L\mu_{h_k} - \mu_{H_k}$ 。同理，引入松弛变量  $\mu_{g_{k,m}} \geq 0$  和  $\mu_{G_{k,m}} \geq 0$ ，式(9c)可转成

$$\begin{bmatrix} T_{k,m}^E & (\tilde{\mathbf{t}}_{k,m}^E)^* & \mathbf{0}_{1 \times N} & \mathbf{0}_{1 \times N} \\ \tilde{\mathbf{t}}_{k,m}^E & 1 & \mathbf{w}_k^H \zeta_{g_m} & \mathbf{w}_k^H \zeta_{G_m} \\ \mathbf{0}_{N \times 1} & \mathbf{w}_k \zeta_{g_m} & \mathbf{I}_N \mu_{g_{k,m}} & \mathbf{0}_N \\ \mathbf{0}_{N \times 1} & \mathbf{w}_k \zeta_{G_m} & \mathbf{0}_N & \mathbf{I}_N \mu_{G_{k,m}} \end{bmatrix} \geq \mathbf{0} \quad (17)$$

其中， $T_{k,m}^E = \beta_{k,m}^E (\phi_k - 1) - L\mu_{g_{k,m}} - \mu_{G_{k,m}}$  和  $\tilde{\mathbf{t}}_{k,m}^E = ((\bar{\mathbf{g}}_m^H + \mathbf{v}^H \bar{\mathbf{G}}_m) \mathbf{w}_k)^*$ 。为了凸化约束式(8c)，本文应用1阶泰勒展开式对其进行转换，即  $\tau/\rho \geq f(\tau, \rho) = \frac{\tau^{(n)}}{\rho^{(n)}} + \frac{\tau}{\rho^{(n)}} - \frac{\tau^{(n)}}{(\rho^{(n)})^2} \rho$ ，其中，上标  $n$  用于指示第  $n$  次迭代中的近似值， $f(\tau, \rho)$  是  $\tau/\rho$  围绕点  $(\tau^{(n)}, \rho^{(n)})$  的1阶泰勒展开式。

综合上述的分析。问题式(8)可以写成

$$\max_{\mathbf{w}, \mathbf{v}, \Delta} \varepsilon \quad (18a)$$

$$\text{s.t. 式(7c)、式(7d)、式(8d)} \quad (18b)$$

$$\sum_{k=1}^K \log_2(1 + r_k) \geq \tau \quad (18c)$$

$$\log_2(1 + r_k) - \log_2 \phi_k \geq R_k^{\min} \quad (18d)$$

$$\text{式(13)、式(14)、式(16)、式(17)} \quad (18e)$$

$$\begin{aligned} &\varpi_{h_k}, \varpi_{H_k}, \varpi_{g_{k,m}}, \varpi_{G_{k,m}}, \mu_{h_k}, \mu_{H_k}, \\ &\mu_{g_{k,m}}, \mu_{G_{k,m}} \geq 0 \end{aligned} \quad (18f)$$

$$f(\tau, \rho) \geq \varepsilon \quad (18g)$$

$$\phi_k \geq 1 \quad (18h)$$

其中,  $\Delta = \{\varepsilon, \tau, \rho, \phi_k, r_k, \beta, \varpi, \mu\}$ ,  $\varpi = \{\varpi_{\mathbf{h}_k}, \varpi_{\mathbf{H}_k}, \varpi_{\mathbf{g}_{k,m}}, \varpi_{\mathbf{G}_{k,m}} | \forall k, m\}$ ,  $\mu = \{\mu_{\mathbf{h}_k}, \mu_{\mathbf{H}_k}, \mu_{\mathbf{g}_{k,m}}, \mu_{\mathbf{G}_{k,m}} | \forall k, m\}$  和  $\beta = \{\beta_k^U, \beta_{k,m}^E | \forall k, m\}$ 。问题式(18)仍是非凸的, 难以同时优化 $\mathbf{w}$ 和 $\mathbf{v}$ , 因为它们在参数上高度耦合。故此, 本文采用交替优化方法将该问题转换成BS主动波束优化子问题和IRS被动波束优化子问题。

### 3.2 BS主动波束优化

固定IRS相移 $\mathbf{v}$ , 则主动波束 $\mathbf{w}$ 的优化问题可以表述为

$$\max_{\mathbf{w}, \Delta} \varepsilon \quad (19a)$$

$$\text{s.t. 式(7c)、式(8d)、式(13)、式(14)、式(16)、式(17)} \quad (19b)$$

$$\text{式(18c)、式(18d)、式(18f)—式(18h)} \quad (19c)$$

问题式(19)中约束式(13)中的 $\beta_k^U r_k$ 和约束式(17)中的 $\beta_{k,m}^E \phi_k$ 导致其是非凸的。为了凸化 $\beta_k^U r_k$ , 应用1阶泰勒展开式, 从而得到其在第 $n$ 次迭代获得可行点 $(\beta_k^{(n),U}, r_k^{(n)})$ 处的近似凸上限, 其为 $r_k^{(n)} \beta_k^U + \beta_k^{(n),U} r_k - \beta_k^{(n),U} r_k^{(n)}$ 。同理,  $\beta_{k,m}^E \phi_k$ 在可行点 $(\beta_{k,m}^{(n),E}, \phi_k^{(n)})$ 处的近似凸上限为 $\beta_{k,m}^E \phi_k^{(n)} + \beta_{k,m}^{(n),E} \phi_k - \beta_{k,m}^{(n),E} \phi_k^{(n)}$ 。因此, 问题式(19)重新表述为

$$\max_{\mathbf{w}, \Delta} \varepsilon \quad (20a)$$

$$\text{s.t. 式(7c)、式(8d)、式(14)、式(16)、式(19c)} \quad (20b)$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{A}_k + \begin{bmatrix} \varpi_{\mathbf{h}_k} \mathbf{I}_N & \mathbf{0}_{N \times NL} \\ \mathbf{0}_{NL \times N} & \varpi_{\mathbf{H}_k} \mathbf{I}_{NL} \end{bmatrix} & \mathbf{a}_k \\ & \mathbf{a}_k^H \\ & \tilde{\mathbf{C}}_k \end{bmatrix} \geq \mathbf{0} \quad (20c)$$

$$\begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{T}}_{k,m}^E & (\tilde{\mathbf{T}}_{k,m}^E)^* & \mathbf{0}_{1 \times N} & \mathbf{0}_{1 \times N} \\ \tilde{\mathbf{T}}_{k,m}^E & 1 & \mathbf{w}_k^H \zeta_{\mathbf{g}_m} & \mathbf{w}_k^H \zeta_{\mathbf{G}_m} \\ \mathbf{0}_{N \times 1} & \mathbf{w}_k \zeta_{\mathbf{g}_m} & \mathbf{I}_N \mu_{\mathbf{g}_{k,m}} & \mathbf{0}_N \\ \mathbf{0}_{N \times 1} & \mathbf{w}_k \zeta_{\mathbf{G}_m} & \mathbf{0}_N & \mathbf{I}_N \mu_{\mathbf{G}_{k,m}} \end{bmatrix} \geq \mathbf{0} \quad (20d)$$

其中,  $\tilde{\mathbf{C}}_k = \alpha_k + r_k^{(n)} \beta_k^{(n),U} - r_k^{(n)} \beta_k^U - r_k \beta_k^{(n),U} - \zeta_{\mathbf{h}_k}^2 \varpi_{\mathbf{h}_k} - \zeta_{\mathbf{H}_k}^2 \varpi_{\mathbf{H}_k}$  和  $\tilde{\mathbf{T}}_{k,m}^E = \phi_k^{(n)} \beta_{k,m}^E + \phi_k \beta_{k,m}^{(n),E} - \phi_k^{(n)} \beta_{k,m}^{(n),E} - \beta_{k,m}^E - L \mu_{\mathbf{g}_{k,m}} - \mu_{\mathbf{G}_{k,m}}$ 。问题式(20)是一个凸半正定规划(SemiDefinite Program, SDP)问题, 可利用CVX工具箱求解<sup>[13]</sup>。

### 3.3 IRS被动波束优化

同理, 固定主动波束 $\mathbf{w}$ , 被动波束 $\mathbf{v}$ 的优化问题可以表述为

$$\max_{\mathbf{v}, \Delta} \varepsilon \quad (21a)$$

$$\text{s.t. 式(7d)、式(8d)、式(13)、式(14)、式(16)、式(17)} \quad (21b)$$

$$\text{式(18c)、式(18d)、式(18f)—式(18h)} \quad (21c)$$

然而, 由于非凸约束式(7d)、式(13)和式(17), 上述问题无法直接求解。因此, 对于式(13)和式(17), 采用同3.2节的方法, 将式(13)和式(17)分别转化成式(20c)和式(20d); 对于式(7d)本文使用罚函数方法来处理<sup>[20]</sup>。约束条件 $|\nu_l|^2 = 1, 1 \leq l \leq L$ 可以等价地写成 $1 \leq |\nu_l|^2 \leq 1, 1 \leq l \leq L$ 。根据1阶泰勒不等式, 非凸部分 $1 \leq |\nu_l|^2$ 可以近似为 $|\nu_l^{(n)}|^2 - 2\text{Re}\{v_l^* v_l^{(n)}\} \leq -1$ 。根据惩罚凹凸过程的框架, 在单位模量约束的等效约束上使用松弛变量 $\mathbf{z} = [z_1, z_2, \dots, z_{2L}]^T$ , 则将问题式(21)重新表述为

$$\max_{\mathbf{v}, \mathbf{z}, \Delta} \varepsilon - \lambda^{(n)} \|\mathbf{z}\|_1 \quad (22a)$$

$$\text{s.t. 式(8d)、式(14)、式(16)、式(20c)、式(20d)、式(21c)} \quad (22b)$$

$$\mathbf{z} \geq \mathbf{0} \quad (22c)$$

$$|\nu_l^{(n)}|^2 - 2\text{Re}\{v_l^* v_l^{(n)}\} \leq z_l - 1 \quad (22d)$$

$$|\nu_l|^2 \leq 1 + z_{l+L} \quad (22e)$$

其中,  $\lambda^{(n)}$ 是衡量惩罚项 $\|\mathbf{z}\|_1$ 影响的正则化因子, 控制约束的可行性。问题式(22)是个凸SDP问题, 可以利用CVX工具箱求解<sup>[13]</sup>。因此, 可设计如算法1所示基于迭代的鲁棒能效最大化算法。

## 4 复杂度分析

由于所提出的算法涉及2阶锥、线性矩阵不等式(Linear Matrix Inequality, LMI)和线性约束, 这些约束可以通过标准内点方法来求解, 其计算复杂性的一般表达式(忽略线性约束的复杂性)为

$$\mathcal{O} \left( \left( \sum_{j=1}^J b_j + 2I \right)^{1/2} \cdot n \left( n^2 + n \sum_{j=1}^J b_j^2 + \sum_{j=1}^J b_j^3 + n \sum_{i=1}^I a_i^2 \right) \right) \quad (23)$$

其中,  $n$ 是优化变量的数量,  $j$ 是LMI约束的数量,  $I$ 是2阶锥约束的数量,  $b_j$ 表示第 $j$ 个LMI约束的维数,  $a_i$ 表示第 $i$ 个2阶锥约束的维数。基于式(23), 求解问题式(20)的复杂度表示为 $o_w = \mathcal{O}([K(3N + NL + 1 + K) + MK(3N + NL + 3)]^{1/2} n_1 [n_1^2 + n_1(K((N + NL + 1)^2 + (2N + K)^2) + MK((NLN + 1)^2 + (2N + 2)^2))] + K((N + NL + 1)^3 + (2N + K)^3) + MK((N + NL + 1)^3 + (2N + 2)^3)]$ , 其中,  $n_1 = NK$ 。求解问题式(22)的复杂度可表示为 $o_v = \mathcal{O}([K(3N + NL + K + 1) + MK(3N + NL + 3)]^{1/2} n_2 [n_2^2 + n_2(K((N + NL + 1)^2 + (2N + K)^2) + MK(((2N + K)^3 + N$

## 算法1 基于迭代的鲁棒能效最大化算法

初始化系统参数:  $N, L, M, K, \mu, P^c, P^{\max}, R_k^{\min}, \bar{\mathbf{H}}_k, \bar{\mathbf{h}}_k, \bar{\mathbf{G}}_m, \bar{\mathbf{g}}_m, \xi_k^h, \xi_k^H, \xi_m^g, \xi_m^G, \tau^{(0)}, \rho^{(0)}, r_k^{(0)}, \beta_k^{(0),U}, \phi_k^{(0)}, \beta_{k,m}^{(0),E}, \mathbf{w}^{(0)}, \mathbf{v}^{(0)}, \lambda_{\max}$ , 能效 $\varepsilon^{(0)}$ ; 设置收敛精度 $\psi \geq 0, \vartheta \geq 1$ , 最大迭代次数 $T_{\max}$ , 初始化 $t \geq 1$ , 迭代停止条件 $\vartheta_1, \vartheta_2$ ;

(1) 重复

(2) 通过给的 $\{\mathbf{v}^{(t-1)}, \tau^{(t-1)}, \rho^{(t-1)}, r_k^{(t-1)}, \beta_k^{(t-1),U}, \phi_k^{(t-1)}, \beta_{k,m}^{(t-1),E}\}$ , 求解问题式(20)获得 $\{\mathbf{w}^{(t)}, \tau^{(t)}, \rho^{(t)}, r_k^{(t)}, \beta_k^{(t),U}, \phi_k^{(t)}, \beta_{k,m}^{(t),E}\}$ ;

(3) 重复

(4) 通过 $\{\mathbf{w}^{(t)}, \tau^{(t)}, \rho^{(t)}, r_k^{(t)}, \beta_k^{(t),U}, \phi_k^{(t)}, \beta_{k,m}^{(t),E}\}$ , 求解问题式(22)获得 $\{\mathbf{v}^{(t+1)}, \tau^{(t+1)}, \rho^{(t+1)}, r_k^{(t+1)}, \beta_k^{(t+1),U}, \phi_k^{(t+1)}, \beta_{k,m}^{(t+1),E}\}$ ;

(5) 更新 $\lambda^{(t)} = \min\{\vartheta\lambda^{(t-1)}, \lambda_{\max}\}$ ,  $\tau^{(t)} = \tau^{(t+1)}$ ,  $\rho^{(t)} = \rho^{(t+1)}$ ,  $r_k^{(t)} = r_k^{(t+1)}$ ,  $\beta_k^{(t),U} = \beta_k^{(t+1),U}$ ;

(6) 直到 $\phi_k^{(t)} = \phi_k^{(t+1)}$ ,  $\beta_{k,m}^{(t),E} = \beta_{k,m}^{(t+1),E}$

(7) 更新 $\|\mathbf{z}\|_1 \leq \vartheta_1$ 和 $\|\mathbf{v}^{(t)} - \mathbf{v}^{(t-1)}\|_1 \leq \vartheta_2$ ;

(8) 更新 $\varepsilon^{(t+1)} = \varepsilon^{(t)}$ ,  $t = t + 1$ ;

(9) 直到 $|\varepsilon^{(t)} - \varepsilon^{(t-1)}| \geq \psi$ 或 $t \leq T_{\max}$

$+MK((N + NL + 1)^3 + (2N + 2)^3) + NL + 1)^2 + (2N + 2)^2) + K((N + NL + 1)^3$ , 其中,  $n_2 = L$ 。因此, 求解问题式(7)的复杂度为 $o_w + o_v$ 。

## 5 仿真结果

本节通过仿真来测试和验证所提出算法的性能。假设信道模型包括大尺度衰落和小尺度衰落, 大尺度衰落模型为 $PL = -PL_0 - 10\alpha \lg(d)$  dB, 其中,  $PL_0 = -40$  dB为1 m距离处的路径损耗,  $d$ 为给定用户与其连接的BS之间的距离,  $\alpha$ 为路径损耗因子, 小尺度衰落服从瑞利衰落。仿真场景如图2所示, BS和IRS分别位于(0 m, 0 m)和(50 m, 10 m)。所有用户和窃听者分别随机分布在以(70 m, 0 m)和(40 m, 0 m)为中心, 半径为5 m的圆中。BS到用户、窃听者的路损因子为4, BS到IRS的路损因子为2.2, IRS到用户、窃听者的路损因子为2。定义信道增益 $\bar{\mathbf{h}}_k, \bar{\mathbf{H}}_k, \bar{\mathbf{g}}_m$ 和 $\bar{\mathbf{G}}_m$ 的归一化误差上界分别为 $\xi_k^h, \xi_k^H, \xi_m^g$ 和 $\xi_m^G$ , 比如 $\xi_k^h = \zeta_{h_k} / \|\mathbf{h}_k\|_2$ 。其他重要的仿真参数为:  $\delta_k^2 = \delta_{e,m}^2 = -80$  dBm,  $P^c = 10$  dBm,  $P^{\max} = 30$  dBm,  $\mu = 1$ ,  $R_k^{\min} = 1.5$  bit/Hz/s,  $T_{\max} = 10^5$ ,  $\psi = 10^{-5}$ 。为了验证本算法的性能, 在图5中与下列算法进行对比。对比算法1<sup>[20]</sup>: 在完美CSI和无IRS下实现能效最大; 对比算法2<sup>[12]</sup>: 在完美CSI和有IRS下实现能效最大; 对比算法3<sup>[21,22]</sup>: 在不完美CSI和无IRS下实现能效最大。

图3给出了本文算法的收敛性。从图3中可以看出, 本文算法在经过几次迭代后可以收敛, 说明本文算法具有较好的收敛性。另外, 在相同的迭代次数下, 系统能效随着BS天线数的增大而增大。因为天线个数的增加可使得波束增益变大, 增强波束成形效果, 从而提高系统能效。

图4给出了系统能效与 $P^{\max}$ 的关系。从图4可以

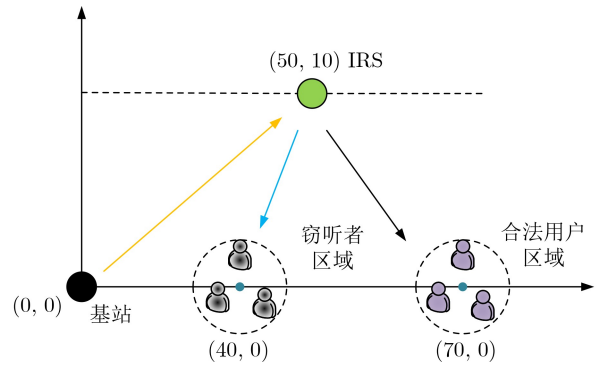


图2 仿真场景

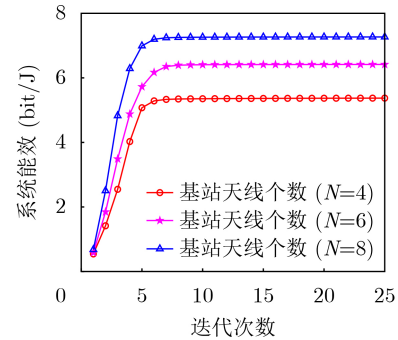


图3 系统能效收敛图

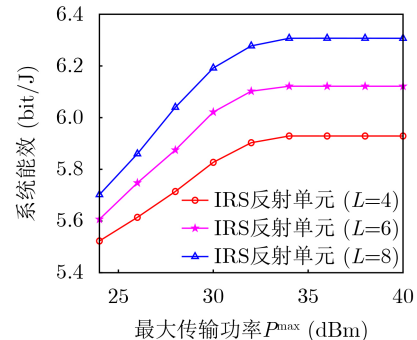


图4 系统能效与 $P^{\max}$ 的关系

看出,在 $L$ 相同的情况下,系统能效随着 $P^{\max}$ 的增加而增加。因为用户速率的提升比总功耗的提升更快。此外,当 $P^{\max}$ 进一步增大时,系统能效趋于稳定。另外,在相同的 $P^{\max}$ 下,系统能效随着 $L$ 的增加而增大。因为 $L$ 的增加可使用户链路的增益增大,进而使系统能效增大。

图5给出了不同算法与 $R_k^{\min}$ 的关系。从图5可以看出,系统能效随着 $R_k^{\min}$ 的增大先保持不变后逐渐下降。因为当 $R_k^{\min}$ 较小时,系统很容易满足约束式(7b),因此不影响系统的最优解,故能效不变。此外,当 $R_k^{\min}$ 较大时,系统需要增加功率以满足约束式(7b),从而使得能效下降。另外,在相同的 $R_k^{\min}$ 情况下,对比算法3的能效最低。原因是该算法没有IRS的反射信号补偿,且考虑不完美CSI,系统需要消耗额外的功率去消除其影响。

图6给出了不同算法与保密中断概率的关系。从图6可以看出,不同算法的保密中断概率随着用户信道误差上界增大而增加。此外,本文算法的保密中断概率明显比其他算法低。因为在相同的信道环境下,本文算法提前考虑了系统的鲁棒性,故可以克服一定范围信道误差影响。

图7给出了不同算法与信道误差上界的关系。从图7可以看出,不同算法的系统能效随着用户信道误差上界增大而减小。此外,本文算法的系统能效明显比其他算法高。因为信道误差上界增大,意

味着估计误差增大,从而使信号传输环境变差。而本文算法提前考虑了信道误差的影响,进而可以降低这些参数对系统能效的影响。

图8给出了系统能效与用户直接信道误差上界的关系。从图8可以看出,系统能效随着用户信道误差上界的增大而逐渐减小。因为信道误差上界增大,意味着估计误差增大,导致系统的波束增益效果变差,从而使得系统能效下降。当窃听信道误差上界增大时,系统能效也在提升。这是因为窃听信道误差上界的增大使得窃听速率下降,从而使得用户消耗较少的传输速率就能满足安全速率约束的要求,进而提升系统能效。

## 6 结论

针对传统多输入单输出蜂窝通信系统鲁棒性差与安全性低的问题,本文提出一种基于IRS辅助的鲁棒安全能效资源分配算法。考虑用户安全速率、发射功率和IRS相移约束,提出了一个多变量耦合的鲁棒安全能效优化问题。利用连续凸近似方法将非凸目标函数转换凸函数,同时,利用S-程序方法将原问题转化成可确定性问题,最后采用交替优化、罚函数法对该问题进行求解。仿真结果验证了本文算法具有较好的能效、较高的安全性和较强的鲁棒性。

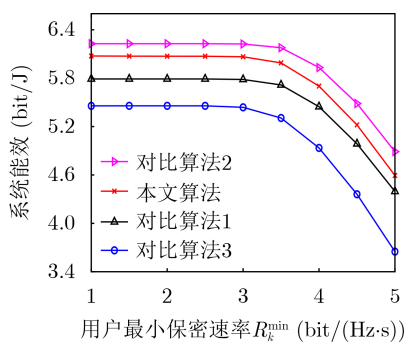


图5 不同算法与 $R_k^{\min}$ 的关系

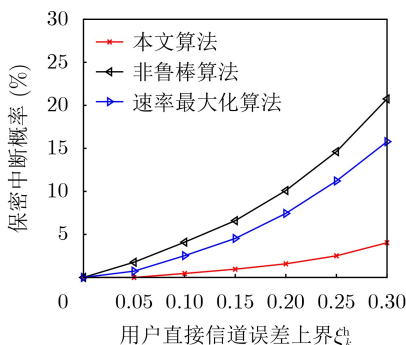


图6 保密中断概率与不同算法的关系

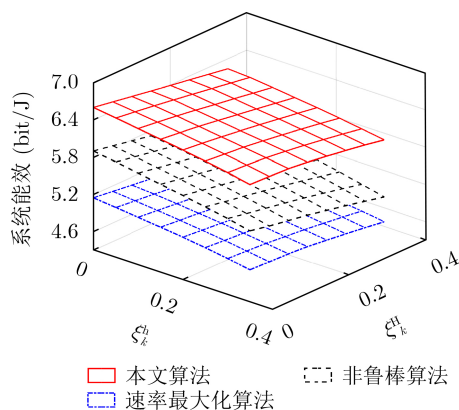


图7 不同算法与信道误差上界的关系

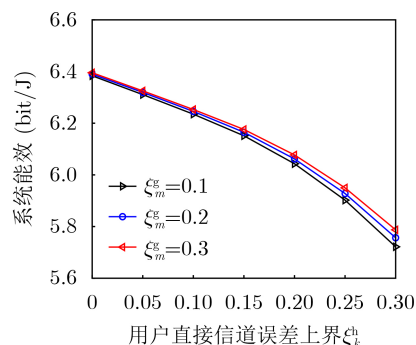


图8 系统能效与用户直接信道误差上界的关系



## 参 考 文 献

- [1] XU Yongjun, GUI Guan, GACANIN H, *et al.* A survey on resource allocation for 5G heterogeneous networks: Current research, future trends, and challenges[J]. *IEEE Communications Surveys & Tutorials*, 2021, 23(2): 668–695. doi: [10.1109/COMST.2021.3059896](https://doi.org/10.1109/COMST.2021.3059896).
- [2] XU Wei, YANG Zhaohui, NG D W K, *et al.* Edge learning for B5G networks with distributed signal processing: Semantic communication, edge computing, and wireless sensing[J]. *IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing*, 2023. doi: [10.1109/JSTSP.2023.3239189](https://doi.org/10.1109/JSTSP.2023.3239189).
- [3] XU Yongjun, XIE Hao, WU Qingqing, *et al.* Robust max-min energy efficiency for RIS-aided HetNets with distortion noises[J]. *IEEE Transactions on Communications*, 2022, 70(2): 1457–1471. doi: [10.1109/TCOMM.2022.3141798](https://doi.org/10.1109/TCOMM.2022.3141798).
- [4] LI Xingwang, XIE Zhen, CHU Zheng, *et al.* Exploiting benefits of IRS in wireless powered NOMA networks[J]. *IEEE Transactions on Green Communications and Networking*, 2022, 6(1): 175–186. doi: [10.1109/TGCN.2022.3144744](https://doi.org/10.1109/TGCN.2022.3144744).
- [5] LIU Huiling, LI Geng, LI Xingwang, *et al.* Effective capacity analysis of STAR-RIS-assisted NOMA networks[J]. *IEEE Wireless Communications Letters*, 2022, 11(9): 1930–1934. doi: [10.1109/LWC.2022.3188443](https://doi.org/10.1109/LWC.2022.3188443).
- [6] DU Jianhe, LUO Xin, LI Xingwang, *et al.* Semi-blind joint channel estimation and symbol detection for RIS-empowered multiuser mmWave systems[J]. *IEEE Communications Letters*, 2023, 27(1): 362–366. doi: [10.1109/LCOMM.2022.3212083](https://doi.org/10.1109/LCOMM.2022.3212083).
- [7] CHEN J C. Beamforming optimization for intelligent reflecting surface-aided MISO communication systems[J]. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 2021, 70(1): 504–513. doi: [10.1109/TVT.2020.3046271](https://doi.org/10.1109/TVT.2020.3046271).
- [8] YANG Zhaohui, CHEN Mingzhe, SAAD W, *et al.* Energy-efficient wireless communications with distributed reconfigurable intelligent surfaces[J]. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 2022, 21(1): 665–679. doi: [10.1109/TWC.2021.3098632](https://doi.org/10.1109/TWC.2021.3098632).
- [9] 徐勇军, 高正念, 王茜竹, 等. 基于智能反射面辅助的无线供电通信网络鲁棒能效最大化算法[J]. 电子与信息学报, 2022, 44(7): 2317–2324. doi: [10.11999/JEIT210714](https://doi.org/10.11999/JEIT210714).  
XU Yongjun, GAO Zhengnian, WANG Qianzhu, *et al.* Robust energy efficiency maximization algorithm for intelligent reflecting surface-aided wireless powered-communication networks[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2022, 44(7): 2317–2324. doi: [10.11999/JEIT210714](https://doi.org/10.11999/JEIT210714).
- [10] KAWAI Y and SUGIURA S. QoS-constrained optimization of intelligent reflecting surface aided secure energy-efficient transmission[J]. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 2021, 70(5): 5137–5142. doi: [10.1109/TVT.2021.3075685](https://doi.org/10.1109/TVT.2021.3075685).
- [11] WANG Qun, ZHOU Fuhui, HU R Q, *et al.* Energy efficient robust beamforming and cooperative jamming design for IRS-assisted MISO networks[J]. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 2021, 20(4): 2592–2607. doi: [10.1109/TWC.2020.3043325](https://doi.org/10.1109/TWC.2020.3043325).
- [12] WANG Silei and LI Qiang. Distributionally robust secure multicast beamforming with intelligent reflecting surface[J]. *IEEE Transactions on Information Forensics and Security*, 2021, 16: 5429–5441. doi: [10.1109/TIFS.2021.3130440](https://doi.org/10.1109/TIFS.2021.3130440).
- [13] 徐勇军, 徐然, 周继华, 等. 面向窃听用户的RIS-MISO系统鲁棒资源分配算法[J]. 电子与信息学报, 2022, 44(7): 2253–2263. doi: [10.11999/JEIT211537](https://doi.org/10.11999/JEIT211537).  
XU Yongjun, XU Ran, ZHOU Jihua, *et al.* Robust resource allocation algorithm for RIS-assisted MISO systems with eavesdroppers[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2022, 44(7): 2253–2263. doi: [10.11999/JEIT211537](https://doi.org/10.11999/JEIT211537).
- [14] XU Yongjun, ZHAO Xiaohui, and LIANG Yingchang. Robust power control and beamforming in cognitive radio networks: A survey[J]. *IEEE Communications Surveys & Tutorials*, 2015, 17(4): 1834–1857. doi: [10.1109/COMST.2015.2425040](https://doi.org/10.1109/COMST.2015.2425040).
- [15] KNOPP R and HUMBLET P A. On coding for block fading channels[J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2000, 46(1): 189–205. doi: [10.1109/18.817517](https://doi.org/10.1109/18.817517).
- [16] CHEN Pu, OUYANG Jian, ZHU Weiping, *et al.* Artificial-noise-aided energy-efficient secure beamforming for multi-eavesdroppers in cognitive radio networks[J]. *IEEE Systems Journal*, 2020, 14(3): 3801–3812. doi: [10.1109/JSYST.2020.2967470](https://doi.org/10.1109/JSYST.2020.2967470).
- [17] ZHANG Xianda. *Matrix Analysis and Applications*[M]. Cambridge: Cambridge University Press, 2017. doi: [10.1017/9781108277587](https://doi.org/10.1017/9781108277587).
- [18] BOYD S, EL GHAOU L, FERON E, *et al.* *Linear Matrix Inequalities in System and Control Theory*[M]. Philadelphia: Society for Industrial and Applied Mathematics, 1994. doi: [10.1137/1.9781611970777](https://doi.org/10.1137/1.9781611970777).
- [19] BOYD S and VANDENBERGHE L. *Convex Optimization*[M]. Cambridge: Cambridge University Press, 2004.
- [20] GHARAVOL E A and LARSSON E G. The sign-definiteness lemma and its applications to robust transceiver

- optimization for multiuser MIMO systems[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2013, 61(2): 238–252. doi: [10.1109/TSP.2012.2222379](https://doi.org/10.1109/TSP.2012.2222379).
- [21] XU Lingwei, ZHOU Xinpeng, LI Ye, *et al.* Intelligent power allocation algorithm for energy-efficient mobile internet of things (IoT) networks[J]. *IEEE Transactions on Green Communications and Networking*, 2022, 6(2): 766–775. doi: [10.1109/TGCN.2022.3144532](https://doi.org/10.1109/TGCN.2022.3144532).
- [22] LU Yang, XIONG Ke, FAN Pingyi, *et al.* Worst-case energy efficiency in secure SWIPT networks with rate-splitting ID and power-splitting EH receivers[J]. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 2022, 21(3): 1870–1885. doi: [10.1109/TWC.2021.3107866](https://doi.org/10.1109/TWC.2021.3107866).
- 徐勇军: 男, 副教授, 博士生导师, 研究方向智能反射面、鲁棒安全资源分配.
- 符加劲: 男, 硕士生, 研究方向为智能反射面、鲁棒安全资源分配.
- 黄 琼: 女, 教授, 硕士生导师, 研究方向智能反射面、鲁棒安全资源分配.
- 黄 东: 男, 正高级工程师, 博士生导师, 研究方向为智能反射面、鲁棒安全资源分配、5G/6G等.

责任编辑: 余 蓉