

# 超大规模MIMO系统中基于交叠可视区域的功率分配方法

张军\* 陆佳程 刘同顺 张琦 蔡曙

(南京邮电大学通信与信息工程学院 南京 210003)

**摘要:** 该文解决了超大规模多输入多输出(MIMO)系统中不同用户的可视区域(VR)存在相互交叠时的下行功率分配问题。考虑单个基站服务多个单天线用户的超大规模MIMO通信场景,由于基站配备的阵列较大,各个用户受障碍物遮挡仅能与基站部分天线进行通信,这部分天线即为各用户的可视区域。该文考虑不同用户的可视区域分布两两交叠,并依此划分子阵,并在各子阵上进行规则化迫零预编码以降低复杂度。接着基于大维随机矩阵理论,推导了系统下行遍历和速率的确定性近似表达式。然后,通过最大化该表达式,给出了基于统计信道状态信息的最优用户功率分配方法的闭式解。最后,仿真结果表明,和速率近似表达式的精度很高,所提功率分配方法能有效提高系统性能。

**关键词:** 超大规模MIMO; 可视区域; 功率分配方法; 大维随机矩阵理论

中图分类号: TN92

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2023)12-4262-09

DOI: 10.11999/JEIT221468

## Power Allocation Method Based on Overlapping Visibility Region in Extra Large Scale MIMO System

ZHANG Jun LU Jiacheng LIU Tongshun ZHANG Qi CAI Shu

(College of Telecommunication and Information Engineering, Nanjing University of Posts and Telecommunications, Nanjing 210003, China)

**Abstract:** In an extra large scale Multiple-Input Multiple-Output(MIMO) system where the Visibility Regions(VR) of different users are overlapping, the ergodic sum-rate is maximized by designing power allocation. Specifically, one base station equipped with an extra large scale array serves multiple users equipped with single-antenna, and their VRs are overlapped with adjacent users'. To reduce the inter-users interference and precoding complexity, the base station array is divided into several subarrays by the VR distributions, and then the regularized zero forcing precoding is employed for different subarray respectively. Furthermore, by exploiting the statistical channel state information, an approximation of the ergodic sum-rate is derived based on the large-dimensional random matrix theory. Based on the approximations, an optimal power allocation solution for different users is given in closed-form. Simulations illustrate that the proposed approximation fits the ergodic results well, and the proposed power allocation method can effectively improve system performances.

**Key words:** Extra large scale Multiple-Input Multiple-Output (MIMO); Visibility Regions(VR); Power allocation; Large-dimensional random matrix theory

### 1 引言

目前第5代移动通信系统(the 5th Generation mobile communication system, 5G)已在全球大规模地部署商用,回顾过去20年,移动通信业务已从最基本的话音拓展到了各种高速数据业务,深刻地

改变了社会生活方式<sup>[1]</sup>。与上一代系统相比,5G与垂直行业的融合更加深入,移动通信业务也变得更加多元化<sup>[2]</sup>。然而,凭借现有的技术手段与设备要完全落地5G特色应用场景还存在着许多困难<sup>[1]</sup>。一方面,虽然5G标准中引入了极具前景的毫米波技术以缓解频谱资源的短缺,但毫米波频段的高额传播损耗需要更高的阵列增益来弥补;另一方面,海量终端的接入也会导致接收阵列规模提升,现有的阵列规模已难以满足这些要求。因此在未来移动通信系统中,天线阵列的尺寸将会提升到超大规模阵列,超大规模多输入多输出(Multiple-Input Mul-

收稿日期: 2022-11-23; 改回日期: 2023-04-21; 网络出版: 2023-04-27

\*通信作者: 张军 zhangjun@njupt.edu.cn

基金项目: 国家自然科学基金(62071247, 62171231, 62071249)

Foundation Items: The National Natural Science Foundation of China (62071247, 62171231, 62071249)

multiple-Output, MIMO)技术也将成为未来移动通信系统的关键技术之一<sup>[3]</sup>。为在民用通信市场与国防领域抢占先机, 世界各通信强国已经针对下一代移动通信系统制定了一系列的研发计划<sup>[4]</sup>, 其中超大规模MIMO系统凭借其在高频带高速率通信上的优势, 成为学术界与工业界未来探索的重点之一。

与传统的MIMO以及大规模MIMO系统相比, 超大规模MIMO系统最直观的特征就是其阵列可包含上千根天线<sup>[5]</sup>, 带来超高阵列增益以弥补传播损耗。此外, 超大阵列还将带来信道硬化和用户间信道的渐近正交等有益特性, 其性能明显优于传统MIMO系统<sup>[5]</sup>。这些超大天线阵列可集成至各类建筑节点上以节省空间, 如医院、机场、大型超商及其周边建筑物的墙壁上, 或者在体育场等人流较为密集的场所中专门配备天线阵列<sup>[5]</sup>, 用以容纳大量终端接入, 支撑高速数据传输。尽管超大规模MIMO优点颇多, 但其也存在诸多新的问题。实测结果表明, 当天线阵列不断扩大, 对应的瑞利距离也会增大, 导致远场传播假设不再成立<sup>[6]</sup>, 信道表现出空间非平稳特性<sup>[7]</sup>。可视区域(Visibility Region, VR)便是最突出最典型的非平稳性特征之一。VR特性指由于阵列规模过大, 加之散射体作用, 各天线收到的信号能量差异较大, 部分天线甚至无法收到来自特定用户的信号<sup>[8]</sup>, 这些可以被特定用户“看到”的天线即为该用户的VR。由于传播环境以及用户与基站相对位置的差异, 不同用户的VR分布可能互不交叠、完全混叠或部分混叠。因此, 虽然目前关于大规模MIMO的传输方案设计已非常成熟<sup>[9]</sup>, 但复杂的VR分布特性使得现有的大多数方案都无法直接套用到超大规模MIMO中。

综上所述, 超大规模MIMO系统应用落地的关键在于如何处理以VR为代表的空间非平稳性。到目前为止, 国内外学者也已对VR特性展开了初步研究, 文献<sup>[8]</sup>考虑了VR无混叠时的用户接入协议与调度算法设计, 有效降低了用户访问延迟, 文献<sup>[10]</sup>则基于VR分析推导了遍历和速率上界。与此类似, 文献<sup>[11]</sup>也在无混叠VR假设下, 分析了迫零(Zero Forcing, ZF)以及最大比合并预编码的性能。为简化编码设计, 上述文献假设各VR独立发送信号。此外, 在近场中, 文献<sup>[12]</sup>简化了VR假设, 即所有VR都是整个阵列, 并直接通过大尺度衰落来刻画天线与用户之间的信号强度, 距离用户越远的天线信号强度越弱, 基于此, 文献<sup>[12]</sup>优化了基于ZF预编码的天线选择方案, 但这种模型和无混叠VR假设都过于理想。然而, 若在混叠假设下, 令各VR分时独立传输, 又将造成时延过长与调度困难。可见相

比传统系统, VR给超大规模MIMO传输方案的设计带来了新的挑战。为充分探索VR对超大规模MIMO性能的影响, 本文考虑了实际可能存在的VR混叠分布情况, 并针对此情形给出了基于统计信道状态信息(Channel State Information, CSI)的发送预编码设计方案, 有效降低了系统预编码的复杂度。本文具体工作内容如下:

(1) 考虑相邻用户VR存在交叠的超大规模MIMO下行传输系统, 按照VR的分布划分独立子阵, 并对各子阵分别采用规则化迫零预编码(Regularized Zero Forcing, RZF)与其可视的用户进行通信, 基于此分析了系统的遍历和速率, 并在总发射功率的约束下, 建立了最大化系统遍历和速率的用户功率分配问题。

(2) 为避免蒙特卡罗平均带来的大量计算, 基于大维随机矩阵理论, 分别推导了VR交叠分布时系统遍历和速率以及基站功率约束条件的大系统近似表达式。

(3) 基于推导出的近似表达式, 进一步给出了使系统遍历和速率最大化的功率分配因子的闭式解, 该闭式解的计算仅需统计CSI。数值仿真表明, 本文推导出的大系统近似表达式对遍历和速率的近似效果极佳, 所提出的基于VR的功率分配方法对系统性能的提升巨大。

## 2 系统模型

考虑一个超大规模MIMO下行场景, 其中基站部署了一个含 $M$ 根天线的长 $L$ (m)的线性阵。在阵列正前方垂直距离 $[0.1L, L]$ 的矩形区域内随机分布着 $K$ 个单天线用户<sup>[12]</sup>, 假设基站到用户信道类型为瑞利信道。

### 2.1 信道模型

由于基站阵列规模较大且与用户距离较近, 即使是同一用户, 收到来自不同天线的信号强度也会有所差异。因此, 本文定义基站第 $m$ 根天线到第 $k$ 个用户的大尺度衰落系数<sup>[12]</sup>为 $\beta_{m,k} = \beta_0 d_{m,k}^{-\kappa}$ , 其中 $\beta_0$ 是参考距离处的路径损耗,  $d_{m,k}$ 是天线 $m$ 到用户 $k$ 的距离,  $\kappa$ 是损耗因子。用户 $k$ 与完整阵列的大尺度衰落可写成以下对角矩阵 $\mathbf{R}_k = \text{diag}(\beta_{1,k}, \beta_{2,k}, \dots, \beta_{M,k}) \in \mathbb{R}^{M \times M}$ 。

为进一步表征VR特性, 定义 $M$ 维二进制对角阵 $\mathbf{D}_k$ , 若对角线上某元素为0, 则表示对应天线不在用户 $k$ 的VR内; 反之则对应天线属于VR。用户 $k$ 的VR长度用 $\mathbf{D}_k$ 表示。至此, 用户 $k$ 与基站间信道可建模为 $\mathbf{h}_k = (\mathbf{D}_k^{\frac{1}{2}} \mathbf{R}_k \mathbf{D}_k^{\frac{1}{2}})^{\frac{1}{2}} \mathbf{z}_k$ , 其中 $\mathbf{z}_k$ 是均值为0, 方差为 $1/M$ 的复高斯随机变量。

## 2.2 信号模型

假定基站发射长度为 $M$ 的信号 $\mathbf{x} = \sum_{k=1}^K \sqrt{p_k} \mathbf{g}_k s_k$ , 其中 $s_k$ 是用户 $k$ 的有用数据,  $p_k$ 表示功率分配因子,  $\mathbf{g}_k \in \mathbb{C}^{M \times 1}$ 是对应的预编码向量。若基站总发射功率为 $P$ , 则有功率约束 $\text{tr}(\mathbf{P}\mathbf{G}^H\mathbf{G}) = MP$ , 其中 $\mathbf{G} = [\mathbf{g}_1, \mathbf{g}_2, \dots, \mathbf{g}_K] \in \mathbb{C}^{M \times K}$ ,  $\mathbf{P} = \text{diag}(p_1, p_2, \dots, p_K)$ 。

## 2.3 用户VR分布

假设用户VR分布如图1所示, 各用户VR可分为两部分, 一部分与左侧相邻VR交叠, 另一部分与右侧相邻VR交叠。按照这种两两交叠方式, 基站阵列可分为 $K+1$ 个独立子阵, 其中每个子阵都服务两个用户(两边最外侧的子阵除外), 各子阵天线数为 $M_0, M_1, \dots, M_{K-1}, M_K$ , 且和为 $M$ 。因此, 用户 $k$ 的信道非零部分只有左子阵 $k-1$ 信道 $\mathbf{h}_{k-1,k} \in \mathbb{C}^{M_{k-1} \times 1}$ 和右子阵 $k$ 信道 $\mathbf{h}_{k,k} \in \mathbb{C}^{M_k \times 1}$ , 其中 $\mathbf{h}_{k-1,k}$ 和 $\mathbf{h}_{k,k}$ 分别表示 $\mathbf{h}_k$ 中的非零子向量, 即信道矩阵结构为

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} \mathbf{h}_{0,1} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} \\ \mathbf{h}_{1,1} & \mathbf{h}_{1,2} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{h}_{2,2} & \mathbf{h}_{2,3} & \dots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \mathbf{h}_{K-1,K} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{h}_{K,K} \end{bmatrix} \in \mathbb{C}^{M \times K} \quad (1)$$

## 2.4 预编码设计

由于不同子阵之间互不干扰, 因此在各个子阵上独立进行预编码即可。对应的预编码矩阵结构为

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} \mathbf{g}_{0,1} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} \\ \mathbf{g}_{1,1} & \mathbf{g}_{1,2} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{g}_{2,2} & \mathbf{g}_{2,3} & \dots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \mathbf{g}_{K-1,K} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{g}_{K,K} \end{bmatrix} \in \mathbb{C}^{M \times K} \quad (2)$$

其中, 对各个子阵分别采取如下的预编码设计:

(1) 内侧子阵 $k$ 同时服务于用户 $k$ 和 $k+1$  ( $1 \leq k \leq K-1$ ), 因此采用如式(3)的RZF预编码去除干扰

$$\mathbf{G}_k = (\mathbf{H}_k \mathbf{H}_k^H + \alpha_k \mathbf{I}_{M_k})^{-1} \mathbf{H}_k = \mathbf{W}_k \mathbf{H}_k \quad (3)$$

其中,  $\mathbf{G}_k = [\mathbf{g}_{k,k}, \mathbf{g}_{k,k+1}]$ ;  $\mathbf{H}_k = [\mathbf{h}_{k,k}, \mathbf{h}_{k,k+1}]$ ;  $\alpha_k$ 为正则化系数。

(2) 子阵0和 $K$ 分别只服务于1个用户, 因此采用如式(4)和式(5)的匹配滤波预编码

$$\mathbf{g}_{0,1} = \mathbf{h}_{0,1} \quad (4)$$

$$\mathbf{g}_{K,K} = \mathbf{h}_{K,K} \quad (5)$$

至此, 用户 $k$ 收到的信号为

$$y_1 = \sqrt{p_1}(\mathbf{h}_{0,1}^H \mathbf{h}_{0,1} s_1 + \mathbf{h}_{1,1}^H \mathbf{g}_{1,1} s_1) + \sqrt{p_2} \mathbf{h}_{1,1}^H \mathbf{g}_{1,2} s_2 + n_1 \quad (6a)$$

$$y_k = \sqrt{p_{k-1}} \mathbf{h}_{k-1,k}^H \mathbf{g}_{k-1,k-1} s_{k-1} + \sqrt{p_k} (\mathbf{h}_{k-1,k}^H \mathbf{g}_{k-1,k} + \mathbf{h}_{k,k}^H \mathbf{g}_{k,k}) s_k + \sqrt{p_{k+1}} \mathbf{h}_{k,k}^H \mathbf{g}_{k,k+1} s_{k+1} + n_k, \quad 2 \leq k \leq K-1 \quad (6b)$$

$$y_K = \sqrt{p_{K-1}} \mathbf{h}_{K-1,K}^H \mathbf{g}_{K-1,K-1} s_{K-1} + \sqrt{p_K} (\mathbf{h}_{K-1,K}^H \mathbf{g}_{K-1,K} + \mathbf{h}_{K,K}^H \mathbf{g}_{K,K}) s_K + n_K \quad (6c)$$

其中,  $s_i$ 表示用户 $i$ 的目标数据,  $n_k$ 是服从均值为0, 方差为 $\sigma^2$ 的加性复高斯分布白噪声。根据式(6), 并结合预编码向量式(3)~式(5), 各用户的信干噪比 (Signal to Interference and Noise Ratio, SINR)为

$$\gamma_1 = \frac{p_1 |\mathbf{h}_{0,1}^H \mathbf{h}_{0,1} + \mathbf{h}_{1,1}^H \mathbf{W}_1 \mathbf{h}_{1,1}|^2}{p_2 |\mathbf{h}_{1,1}^H \mathbf{W}_1 \mathbf{h}_{1,2}|^2 + \sigma^2} \quad (7a)$$

$$\gamma_k = \frac{p_k |\mathbf{h}_{k-1,k}^H \mathbf{W}_{k-1} \mathbf{h}_{k-1,k} + \mathbf{h}_{k,k}^H \mathbf{W}_k \mathbf{h}_{k,k}|^2}{p_{k-1} |\mathbf{h}_{k-1,k}^H \mathbf{W}_{k-1} \mathbf{h}_{k-1,k-1}|^2 + p_{k+1} |\mathbf{h}_{k,k}^H \mathbf{W}_k \mathbf{h}_{k,k+1}|^2 + \sigma^2}, \quad 2 \leq k \leq K-1 \quad (7b)$$

$$\gamma_K = \frac{p_K |\mathbf{h}_{K-1,K}^H \mathbf{W}_{K-1} \mathbf{h}_{K-1,K} + \mathbf{h}_{K,K}^H \mathbf{h}_{K,K}|^2}{p_{K-1} |\mathbf{h}_{K-1,K}^H \mathbf{W}_{K-1} \mathbf{h}_{K-1,K-1}|^2 + \sigma^2} \quad (7c)$$

由此, 该超大规模MIMO系统遍历和速率为

$$R_{\text{sum}} = \sum_{k=1}^K \mathbb{E}_H \{\log_2(1 + \gamma_k)\} \quad (8)$$

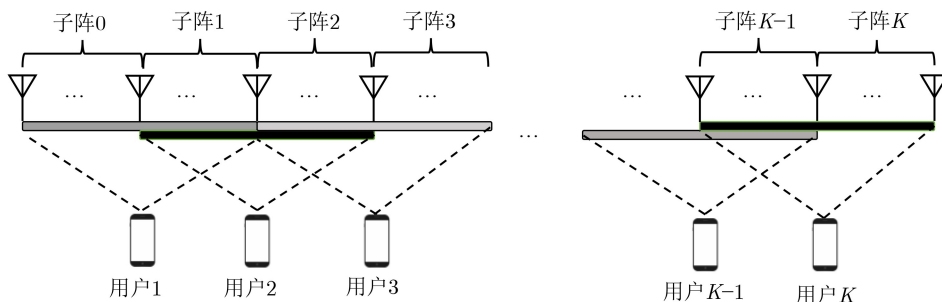


图1 超大规模MIMO系统模型图

## 2.5 问题描述

从式(7)中可见 $\gamma_k$ 是关于功率因子 $p_k$ 的函数, $p_k$ 设置不当会导致系统速率的下降。本文的研究目标在于合理设计 $p_k$ 以最大化超大规模MIMO系统的遍历和速率。因此,结合基站处的发射功率约束,本文的优化问题可以写成

$$\begin{aligned} \max_{\mathbf{P}} \quad & R_{\text{sum}}, \\ \text{s.t.} \quad & \text{tr}(\mathbf{P}\mathbf{G}^H\mathbf{G}) \leq MP, p_k \geq 0, k = 1, 2, \dots, K \end{aligned} \quad (9)$$

要直接求解问题式(9)相当困难。首先,目标函数是遍历形式的,其具体数值需要通过相当数量的蒙特卡罗试验来平均得到;其次,该问题需要同时优化多个参数,而常见的多目标优化算法多依赖于数值计算来决定求解精度,对于遍历形式的目标函数而言,其实现复杂度较高。为了克服上述难点,还需要对问题做进一步改写以寻求低复杂度的功率优化设计。

## 3 功率分配设计

为解决问题式(9)遍历目标函数造成的优化困难,本节首先依据大维随机矩阵理论,推导了目标函数式(8)的近似解析表达式,接着同样对约束条件进行了近似,最后基于推导的确定性近似式与改写后的约束,以闭式解的形式给出了最优的功率分配因子。

在进行推导前,假设子阵维度 $M_0, M_1, \dots, M_K$ 与用户数量 $K$ 都趋向于无穷,且比值 $\varphi_i = M_i/K$ 满足 $0 < \varphi_i < \infty, i = 0, 1, \dots, K$ 。方便起见,以 $\mathcal{N} \rightarrow \infty$ 代替上述假设。

### 3.1 遍历和速率的确定性近似解析式

基于文献[13]中的定理1做进一步推导,得到以下定理:

**定理1** 若 $\mathcal{N} \rightarrow \infty$ ,对任意 $k = 1, 2, \dots, K$ 都有 $\gamma_k - \bar{\gamma}_k \xrightarrow{\text{a.s.}} 0$ ,其中 $\bar{\gamma}_k$ 为

$$\bar{\gamma}_k = \frac{p_k \bar{a}_k^2}{\sigma^2} \quad (10)$$

其中各参数表达式为

$$\bar{a}_k = \begin{cases} \frac{1}{M} \text{tr}(\mathbf{R}_{0,1}) + \frac{\bar{u}_{1,1}}{1 + \bar{u}_{1,1}}, & k = 1 \\ \frac{\bar{u}_{k-1,k}}{1 + \bar{u}_{k-1,k}} + \frac{\bar{u}_{k,k}}{1 + \bar{u}_{k,k}}, & k = 2, 3, \dots, K-1 \\ \frac{\bar{u}_{K-1,K}}{1 + \bar{u}_{K-1,K}} + \frac{1}{M} \text{tr}(\mathbf{R}_{K,K}), & k = K \end{cases} \quad (11)$$

且 $\bar{u}_{k-1,k} = \text{tr}(\mathbf{R}_{k-1,k} \boldsymbol{\Psi}_{k-1}) / M_{k-1}$ ,  $\bar{u}_{k,k} = \text{tr}(\mathbf{R}_{k,k} \boldsymbol{\Psi}_k) / M_k$ ,  $\boldsymbol{\Psi}_k$ 的定义见式(24)。

**证明** 式(7)的各个 $\gamma_k$ 中涉及随机分量的部分

包括(1)有用信号功率 $|\mathbf{h}_{k-1,k}^H \mathbf{W}_{k-1} \mathbf{h}_{k-1,k} + \mathbf{h}_{k,k}^H \mathbf{W}_k \mathbf{h}_{k,k}|^2$ ,  $|\mathbf{h}_{0,1}^H \mathbf{h}_{0,1} + \mathbf{h}_{1,1}^H \mathbf{g}_{1,1}|^2$ 和 $|\mathbf{h}_{K-1,K}^H \mathbf{W}_{K-1} \mathbf{h}_{K-1,K} + \mathbf{h}_{K,K}^H \mathbf{h}_{K,K}|^2$ , (2)前干扰 $|\mathbf{h}_{k-1,k}^H \mathbf{W}_{k-1} \mathbf{h}_{k-1,k-1}|^2$ 和后干扰 $|\mathbf{h}_{k,k}^H \mathbf{W}_k \mathbf{h}_{k,k+1}|^2$ 。上述各项的确定性大系统近似可由附录中的引理1—引理3得到,进而证明定理1。

根据定理1得到的近似表达式,基站仅需统计CSI,即可近似评估各用户的SINR,即 $\bar{\gamma}_k$ 。接着,由文献[14]中的推论5可知,在天线数目较大时,系统的遍历和速率可由以下表达式进行近似

$$\bar{R}_{\text{sum}} = \sum_{k=1}^K \log_2(1 + \bar{\gamma}_k) \quad (12)$$

式(12)的优点在于无需大量信道样本进行蒙特卡罗试验,仅需部分统计CSI即可评估遍历和速率。在后续仿真中可见,即使天线数是有限值,式(12)与真值的差距也很小。式(12)允许本文仅用统计CSI估算式(8),极大地简化了优化过程中的计算。

### 3.2 功率约束的确定性近似解析式

功率约束可以改写为

$$\text{tr}(\mathbf{P}\mathbf{G}^H\mathbf{G}) = \sum_{k=1}^K p_k d_k \leq MP \quad (13)$$

其中, $d_k = \mathbf{g}_{k-1,k}^H \mathbf{g}_{k-1,k} + \mathbf{g}_{k,k}^H \mathbf{g}_{k,k}$ ,利用大维随机矩阵理论,可得到以下定理。

**定理2** 若 $\mathcal{N} \rightarrow \infty$ ,对 $k = 1, 2, \dots, K$ ,有 $d_k - \bar{d}_k \xrightarrow{\text{a.s.}} 0$ ,其中 $\bar{d}_k = \bar{d}_{k-1,k} + \bar{d}_{k,k}$ , $\bar{d}_{k-1,k} = \bar{v}_{k-1,k} / (1 + \bar{u}_{k-1,k})^2$ , $\bar{d}_{k,k} = \bar{v}_{k,k} / (1 + \bar{u}_{k,k})^2$ ,特别地,有 $d_{0,1} = \text{tr}(\mathbf{R}_{0,1}) / M$ , $\bar{d}_{K,K} = \text{tr}(\mathbf{R}_{K,K}) / M$ ;  $\bar{u}_{k-1,k}$ 和 $\bar{u}_{k,k}$ 则与定理1一致; $\bar{v}_{k-1,k}$ 和 $\bar{v}_{k,k}$ 的表达式为 $\bar{v}_{k-1,k} = M \bar{v}(\mathbf{R}_{k-1,k}, \mathbf{I}_{M_{k-1}}) |_{\boldsymbol{\Psi}=\boldsymbol{\Psi}_{k-1}} / M_{k-1}$ 和 $\bar{v}_{k,k} = M \bar{v}(\mathbf{R}_{k,k}, \mathbf{I}_{M_k}) |_{\boldsymbol{\Psi}=\boldsymbol{\Psi}_k} / M_k$ ,其中, $\bar{v}(\cdot, \cdot)$ 的定义由式(26)给出。

**证明** 见附录第3节。

### 3.3 功率分配方法

基于先前推导结果,问题式(9)中的遍历目标函数可以用 $\bar{R}_{\text{sum}}$ 近似,则原本的功率分配优化问题可以近似为

$$\begin{aligned} \max_{p_1, p_2, \dots, p_K} \quad & \bar{R}_{\text{sum}} = \sum_{k=1}^K \log_2 \left( 1 + \frac{p_k \bar{a}_k^2}{\sigma^2} \right), \\ \text{s.t.} \quad & \sum_{k=1}^K p_k \bar{d}_k \leq MP, p_k \geq 0, k = 1, 2, \dots, K \end{aligned} \quad (14)$$

问题式(14)可以通过拉格朗日乘子法高效求解,其对应的拉格朗日函数为

$$f(p_k, \mu) = \sum_{k=1}^K \log_2 \left( 1 + \frac{p_k \bar{a}_k^2}{\sigma^2} \right) + \mu \left( MP - \sum_{k=1}^K p_k \bar{d}_k \right) \quad (15)$$

对式(15)关于  $p_k$  求偏导得到:  $\partial f(p_k, \mu) / \partial p_k = \bar{a}_k^2 / [(\sigma^2 + p_k \bar{a}_k^2) \ln 2] - \mu \bar{d}_k = 0$ , 则最优的  $p_k$  为

$$p_k = \left( \frac{1}{\mu \bar{d}_k \cdot \ln 2} - \frac{\sigma^2}{\bar{a}_k^2} \right)^+ \quad (16)$$

其中,  $(x)^+ = \max(x, 0)$ ,  $\mu = K / \left( MP + \sum_{k=1}^K \bar{d}_k \sigma^2 / \bar{a}_k^2 \right)$ 。

#### 4 仿真结果

基于大维随机矩阵理论, 上节推导了基于统计CSI的超大规模MIMO系统遍历和速率, 以及基站功率约束的近似表达式, 并依此近似得到了最优功率分配因子的闭式解。本节将在MATLAB软件中仿真验证推导的大系统近似表达式的近似效果, 以及功率因子闭式解的有效性。其中RZF预编码的正则化系数设为  $\alpha_i = 1/\rho, i = 1, 2, \dots, K-1$ , 其中  $\rho$  是用户处的SNR。同时, 为简便起见, 假设不同用户的VR大小一致, 且在沿着阵列方向上是均匀分布的。其余仿真参数如表1所示。

图2显示了用户的位置分布情况, 结合实际, 各用户的VR中心所在位置即为该用户在与阵列平行方向的坐标;  $K$  个用户在与阵列垂直方向上3~30 m的范围内随机分布。在整个仿真中, 若无额外说明, 用户分布默认如图2的星号所示。

图3展示了本文所推导的近似表达式对蒙特卡罗平均产生的遍历和速率的近似效果, 以及本文所提预编码方案的有效性。其中遍历结果用点状图标表示, 本文推导的近似表达式结果用线表示, 等功

率分配方案指  $p_k = MP / \text{tr}(\mathbf{G}^H \mathbf{G})$ 。可见, 即使是在天线数目有限的情况下, 本文基于大系统近似理论得到的确定性近似表达式在整个SNR区间上的近似效果都非常好, 有效地避免了对大量信道样本做蒙特卡罗平均, 极大地降低了功率分配设计的复杂度。同时, 相比等功率分配方案, 本文所给出的闭式解形式的功率分配方案对于系统性能也有明显提升。

图4对比了本文所提出的预编码方案与传统的预编码方案对系统遍历和速率的影响, 包括RZF, ZF和共轭波束赋形 (Conjugate Beamforming, CB) 预编码。其中基于子阵的策略指在各个子阵上分别执行预编码, 传统方案则是在完整阵列上进行预编码, 除本文所提的方案外, 其余方案均执行等功率分配, 即  $\forall k, \mathbf{D}_k = \mathbf{I}, p_k = MP / \text{tr}(\mathbf{G}^H \mathbf{G})$ 。值得一提的是, 图4中RZF正则化因子还可进一步优化以提升性能, 但由于篇幅限制, 此处不展开讨论。本文所提方案在整个SNR区间都是最优的。此外, 即使未执行式(16)的功率分配方案, 基于子阵的策略相比传统方案的性能提升也极为明显, 特别是在高SNR下。这是由于传统预编码方案是对整个阵列进行预编码, 不可避免地导致功率浪费, 此外, 在发射功率不断增加时, 等功率分配给各个用户之间增加了不必要的干扰。因此, 在SNR较高的情况下, 传统预编码方案获得的增益较为有限。而基于子阵的预编码策略则将基站发射功率都集中到了各个用户的VR上, 尽可能地减少了用户间的干扰所带来的误差。此外, 考虑到计算复杂度, 本文所提的预编码方案由于仅需对各个子阵进行预编码, 其实现复杂度要远低于对完整阵列做RZF预编码。可见, 已知VR分布信息对于系统性能提升较大。

图5则在两种用户数目情况下, 对不同的功率

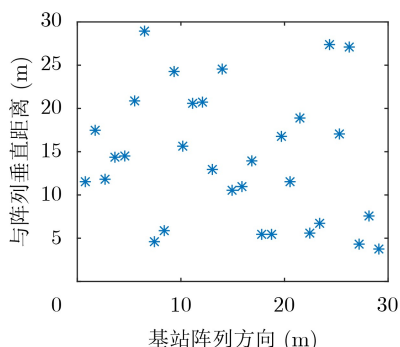


图2 用户位置分布示意图

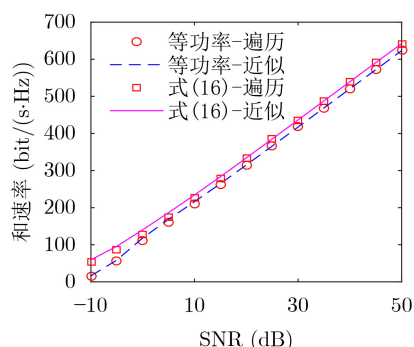


图3 系统遍历和速率与确定性等价式结果的对比

表1 仿真参数设置<sup>[11]</sup>

参数	天线数 $M$	用户数 $K$	阵列长 $L$	参考损耗 $\beta_0$	损耗因子 $\kappa$	VR长度 $D$	实验次数
数值	256	31	30 m	$10^{-3.53}$	3	16	$10^4$

分配因子设计方案做了对比, 其中闭式解的功率分配是指本文所提出的功率分配设计。fmincon方案和CVX方案则是基于两种常见的多目标优化算法得到的解, 等功率方案则是对所有用户执行等功率分配。可见, 在用户数为31时, CVX方案与等功率方案效果都较差, 而本文所提出的功率分配方案性能与fmincon方案极为接近, 在用户数较少时, 闭式解的效果是最好的。同时, 闭式解的计算复杂度也要远低于CVX与fmincon方案。

图6展示了系统的性能在不同SNR条件下与交叠VR的天线数目之间的关系。需要指出的是, 为了方便仿真展示, 图6只设置了两个单天线用户, 先前推导也仍然适用。从图6可见, 当两用户的VR交叠部分天线数越来越多时, 系统的整体性能会先

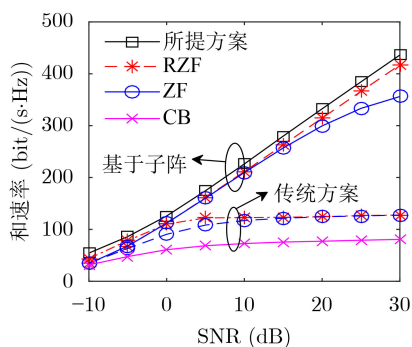


图4 不同预编码方案的性能对比

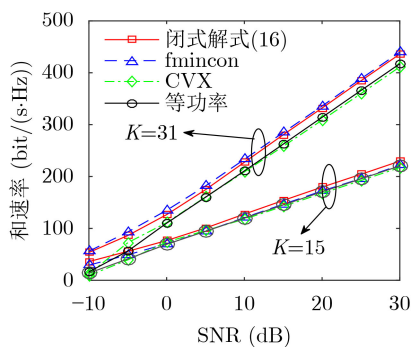


图5 不同功率分配方法

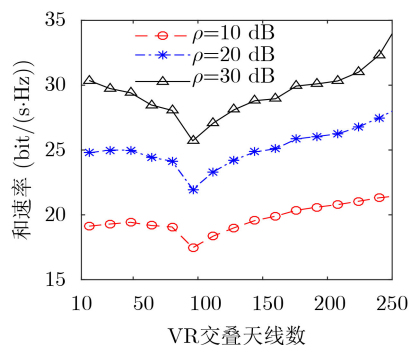


图6 VR交叠天线数与系统遍历和速率的关系

下降后上升。前面一段呈现下降趋势是因为随着VR内交叠的天线越来越多, 用户之间的干扰也不断变大, 导致整体性能下降, 但当天线数继续增加时, 用户也能看到的天线也越来越多, 信道增益不断上升, 进而抵消了干扰带来的负面影响, 整体速率呈现上升趋势。

## 5 结论

本文研究了超大规模MIMO场景下空间非平稳特性对系统性能的影响。在考虑不同用户间的VR存在相互交叠的情况下, 本文基于RZF预编码与VR信息为不同用户设计了功率分配方案, 实现了系统便利和速率的最大化。具体而言, 首先, 基于各用户的VR分布情况, 划分了多个独立子阵, 为降低编码复杂度, 在各个子阵上分别进行RZF预编码; 接着, 基于统计CSI, 分别推导了系统的遍历和速率与相应的功率约束的确定性近似式; 然后, 基于推导出的近似解析式重写了使遍历和速率最大化的功率分配问题, 并给出了该问题的闭式解; 最后, 通过仿真结果证明了所推导的近似解析式具有较高的精度, 所提出的基于VR的预编码及功率分配方案能够在显著降低复杂度的同时获得优越的性能。

## 6 附录

本附录给出了正文第3节推导各项确定性等价式涉及的定理、引理及其证明。

(1) 用户有用信号功率的等价式推导: 为推导  $\mathbf{h}_{k-1,k}^H \mathbf{W}_{k-1} \mathbf{h}_{k-1,k}$  和  $\mathbf{h}_{k,k}^H \mathbf{W}_k \mathbf{h}_{k,k}$  的确定性等价式, 给出引理1:

**引理1** 若  $\mathcal{N} \rightarrow \infty$ , 有  $\mathbf{h}_{k-1,k}^H \mathbf{W}_{k-1} \mathbf{h}_{k-1,k} - \bar{u}_{k-1,k} / (1 + \bar{u}_{k-1,k}) \xrightarrow{\text{a.s.}} 0$  和  $\mathbf{h}_{k,k}^H \mathbf{W}_k \mathbf{h}_{k,k} - \bar{u}_{k,k} / (1 + \bar{u}_{k,k}) \xrightarrow{\text{a.s.}} 0$ , 其中  $\bar{u}_{k-1,k}$  和  $\bar{u}_{k,k}$  表达式见定理1。

**证明** 由于证明过程类似, 下面仅以  $\mathbf{h}_{k-1,k}^H \mathbf{W}_{k-1} \mathbf{h}_{k-1,k}$  部分为例。根据文献[14]引理2.1矩阵求逆引理, 有

$$\mathbf{h}_{k-1,k}^H \mathbf{W}_{k-1} \mathbf{h}_{k-1,k} = \mathbf{z}_{k-1,k}^H \mathbf{R}_{k-1,k}^{-\frac{1}{2}}$$

$$\left( \underbrace{\sum_{k=1}^2 \mathbf{R}_{k-1,k}^{-\frac{1}{2}} \mathbf{z}_{k-1,k} \mathbf{z}_{k-1,k}^H \mathbf{R}_{k-1,k}^{-\frac{1}{2}} + \alpha_{k-1} \frac{M}{M_{k-1}} \mathbf{I}_{M_{k-1}}}_{\mathbf{A}_{k-1}} \right)^{-1}$$

$$\mathbf{R}_{k-1,k}^{-\frac{1}{2}} \mathbf{z}_{k-1,k} = \frac{\mathbf{z}_{k-1,k}^H \mathbf{R}_{k-1,k}^{-\frac{1}{2}} \mathbf{A}_{k-1}^{-1} \mathbf{R}_{k-1,k}^{-\frac{1}{2}} \mathbf{z}_{k-1,k}}{1 + \mathbf{z}_{k-1,k}^H \mathbf{R}_{k-1,k}^{-\frac{1}{2}} \mathbf{A}_{k-1}^{-1} \mathbf{R}_{k-1,k}^{-\frac{1}{2}} \mathbf{z}_{k-1,k}}$$
(17)

其中,  $\mathbf{A}_{k-1[k]} = \mathbf{H}_{k-1[k]} \mathbf{H}_{k-1[k]}^H + \alpha_{k-1} \mathbf{I}_{M_{k-1}}$ ,  $\mathbf{H}_{k-1[k]}$  是去除用户  $k$  信道后的  $\mathbf{H}_{k-1}$ 。由文献[14]引理2.3,

$\mathbf{z}_{k-1,k}^H \mathbf{R}_{k-1,k}^{\frac{1}{2}} \mathbf{A}_{k-1[k]}^{-1} \mathbf{R}_{k-1,k}^{\frac{1}{2}} \mathbf{z}_{k-1,k}$  等价于  $u_{k-1,k} = \text{tr}(\mathbf{R}_{k-1,k} \mathbf{A}_{k-1[k]}^{-1}) / M_{k-1}$ , 再由文献[14]引理2.2, 即  $\text{tr}(\mathbf{Q} \mathbf{A}_{[k]}^{-1}) / N - \text{tr}(\mathbf{Q} \mathbf{A}^{-1}) / N \xrightarrow{\text{a.s.}} 0$ , 加上定理3有  $u_{k-1,k} - \bar{u}_{k-1,k} \xrightarrow{\text{a.s.}} 0$ , 其中  $\bar{u}_{k-1,k} = \text{tr}(\mathbf{R}_{k-1,k} \boldsymbol{\Psi}_{k-1}) / M_{k-1}$ , 将其代入式(17), 即得引理1。

对于用户  $0$  和  $K$ , 其信号功率  $|\mathbf{h}_{0,1}^H \mathbf{h}_{0,1} + \mathbf{h}_{1,1}^H \mathbf{g}_{1,1}|^2$  和  $|\mathbf{h}_{K-1,K}^H \mathbf{W}_{K-1} \mathbf{h}_{K-1,K} + \mathbf{h}_{K,K}^H \mathbf{h}_{K,K}|^2$  的近似式推导见引理2:

**引理2** 若  $\mathcal{N} \rightarrow \infty$ , 有  $\mathbf{h}_{0,1}^H \mathbf{h}_{0,1} - \text{tr}(\mathbf{R}_{0,1}) / M \xrightarrow{\text{a.s.}} 0$  和  $\mathbf{h}_{K,K}^H \mathbf{h}_{K,K} - \text{tr}(\mathbf{R}_{K,K}) / M \xrightarrow{\text{a.s.}} 0$ 。

**证明** 由于证明过程类似, 仅以  $\mathbf{h}_{0,1}^H \mathbf{h}_{0,1}$  为例, 由于  $\mathbf{h}_{0,1}^H \mathbf{h}_{0,1} = \mathbf{z}_{0,1}^H \mathbf{R}_{0,1} \mathbf{z}_{0,1} = M_0 \mathbf{z}_{0,1}^H \mathbf{R}_{0,1} \mathbf{z}_{0,1} / M$ , 根据文献[14]引理5,  $\mathbf{z}_{0,1}^H \mathbf{R}_{0,1} \mathbf{z}_{0,1}$  等价于  $\text{tr}(\mathbf{R}_{0,1}) / M_0$ , 代入即有  $\text{tr}(\mathbf{R}_{0,1}) / M$ , 得证。

(2) 干扰功率的等价式推导: 为推导前干扰项  $|\mathbf{h}_{k-1,k}^H \mathbf{W}_{k-1} \mathbf{h}_{k-1,k-1}|^2$  与后干扰项  $|\mathbf{h}_{k,k}^H \mathbf{W}_k \mathbf{h}_{k,k+1}|^2$  的近似式, 给出引理3:

**引理3** 若  $\mathcal{N} \rightarrow \infty$ , 有  $\mathbf{h}_{k-1,k}^H \mathbf{W}_{k-1} \mathbf{h}_{k-1,k-1} \xrightarrow{\text{a.s.}} 0$  和  $\mathbf{h}_{k,k}^H \mathbf{W}_k \mathbf{h}_{k,k+1} \xrightarrow{\text{a.s.}} 0$ 。

**证明** 由于证明过程类似, 下面仅以  $\mathbf{h}_{k-1,k}^H \mathbf{W}_{k-1} \mathbf{h}_{k-1,k-1}$  为例。由矩阵求逆引理得到

$$\mathbf{h}_{k-1,k}^H \mathbf{W}_{k-1} \mathbf{h}_{k-1,k-1} = \frac{\mathbf{h}_{k-1,k}^H \mathbf{A}_{k-1[k]}^{-1} \mathbf{h}_{k-1,k-1}}{1 + \mathbf{h}_{k-1,k}^H \mathbf{A}_{k-1[k]}^{-1} \mathbf{h}_{k-1,k}} \quad (18)$$

其中,  $\mathbf{A}_{k-1[k]}^{-1} = (\mathbf{h}_{k-1,k-1} \mathbf{h}_{k-1,k-1}^H + \alpha_{k-1} \mathbf{I}_{M_{k-1}})^{-1}$ 。同样根据矩阵求逆引理, 式(18)的分子变为

$$\begin{aligned} & \mathbf{h}_{k-1,k}^H \mathbf{A}_{k-1[k]}^{-1} \mathbf{h}_{k-1,k-1} \\ &= \mathbf{h}_{k-1,k}^H (\mathbf{h}_{k-1,k-1} \mathbf{h}_{k-1,k-1}^H \\ & \quad + \alpha_{k-1} \mathbf{I}_{M_{k-1}})^{-1} \mathbf{h}_{k-1,k-1} \\ &= \frac{\mathbf{z}_{k-1,k}^H \mathbf{R}_{k-1,k}^{\frac{1}{2}} \mathbf{R}_{k-1,k-1}^{\frac{1}{2}} \mathbf{z}_{k-1,k-1}}{\alpha_{k-1} + \mathbf{z}_{k-1,k}^H \mathbf{R}_{k-1,k}^{\frac{1}{2}} \mathbf{R}_{k-1,k}^{\frac{1}{2}} \mathbf{z}_{k-1,k}} \quad (19) \end{aligned}$$

由于式(19)中  $\mathbf{z}_{k-1,k-1}$  与  $\mathbf{z}_{k-1,k}$  是独立的, 式(19)在  $\mathcal{N} \rightarrow \infty$  时趋于0, 得证。

(3) 约束的等价式推导: 为推导  $\mathbf{h}_{k-1,k}^H \mathbf{W}_{k-1} \mathbf{W}_{k-1} \mathbf{h}_{k-1,k} + \mathbf{h}_{k,k}^H \mathbf{W}_k \mathbf{W}_k \mathbf{h}_{k,k}$  的近似式, 给出引理4:

**引理4** 若  $\mathcal{N} \rightarrow \infty$ , 有  $\mathbf{h}_{k-1,k}^H \mathbf{W}_{k-1} \mathbf{W}_{k-1} \mathbf{h}_{k-1,k} - \bar{d}_{k-1,k} \xrightarrow{\text{a.s.}} 0$  和  $\mathbf{h}_{k,k}^H \mathbf{W}_k \mathbf{W}_k \mathbf{h}_{k,k} - \bar{d}_{k,k} \xrightarrow{\text{a.s.}} 0$ 。

**证明** 当  $k=1$  时,  $d_1 = \mathbf{h}_{0,1}^H \mathbf{h}_{0,1} + \mathbf{h}_{1,1}^H \mathbf{W}_1 \mathbf{W}_1 \mathbf{h}_{1,1}$ ; 当  $k=K$  时,  $d_K = \mathbf{h}_{K-1,K}^H \mathbf{W}_{K-1} \mathbf{W}_{K-1} \mathbf{h}_{K-1,K} + \mathbf{h}_{K,K}^H \mathbf{h}_{K,K}$ ; 当  $1 < k < K$  时,  $d_k = \mathbf{h}_{k-1,k}^H \mathbf{W}_{k-1} \mathbf{W}_{k-1} \mathbf{h}_{k-1,k} + \mathbf{h}_{k,k}^H \mathbf{W}_k \mathbf{W}_k \mathbf{h}_{k,k}$ 。由引理2得:  $\mathbf{h}_{0,1}^H \mathbf{h}_{0,1} - \text{tr}(\mathbf{R}_{0,1}) / M \xrightarrow{\text{a.s.}} 0$ ,  $\mathbf{h}_{K,K}^H \mathbf{h}_{K,K} - \text{tr}(\mathbf{R}_{K,K}) /$

$M \xrightarrow{\text{a.s.}} 0$ , 即  $\bar{d}_{0,1} = \text{tr}(\mathbf{R}_{0,1}) / M$ ,  $\bar{d}_{K,K} = \text{tr}(\mathbf{R}_{K,K}) / M$ 。对于  $2 \leq k \leq K-1$ ,  $\mathbf{h}_{k-1,k}^H \mathbf{W}_{k-1} \mathbf{W}_{k-1} \mathbf{h}_{k-1,k}$  与  $\mathbf{h}_{k,k}^H \mathbf{W}_k \mathbf{W}_k \mathbf{h}_{k,k}$  的证明过程类似, 下面仅以前者为例。根据矩阵求逆引理, 有

$$\begin{aligned} & \mathbf{h}_{k-1,k}^H \mathbf{W}_{k-1} \mathbf{W}_{k-1} \mathbf{h}_{k-1,k} \\ &= \frac{\mathbf{h}_{k-1,k}^H \mathbf{A}_{k-1[k]}^{-1}}{1 + \mathbf{h}_{k-1,k}^H \mathbf{A}_{k-1[k]}^{-1} \mathbf{h}_{k-1,k}} \cdot \frac{\mathbf{A}_{k-1[k]}^{-1} \mathbf{h}_{k-1,k}^H}{1 + \mathbf{h}_{k-1,k}^H \mathbf{A}_{k-1[k]}^{-1} \mathbf{h}_{k-1,k}} \\ &= \frac{\mathbf{z}_{k-1,k}^H \mathbf{R}_{k-1,k}^{\frac{1}{2}} \mathbf{A}_{k-1[k]}^{-2} \mathbf{R}_{k-1,k}^{\frac{1}{2}} \mathbf{z}_{k-1,k}}{(1 + \mathbf{z}_{k-1,k}^H \mathbf{R}_{k-1,k}^{\frac{1}{2}} \mathbf{A}_{k-1[k]}^{-1} \mathbf{R}_{k-1,k}^{\frac{1}{2}} \mathbf{z}_{k-1,k})^2} \quad (20) \end{aligned}$$

由引理1得到  $\mathbf{z}_{k-1,k}^H \mathbf{R}_{k-1,k}^{\frac{1}{2}} \mathbf{A}_{k-1[k]}^{-2} \mathbf{R}_{k-1,k}^{\frac{1}{2}} \mathbf{z}_{k-1,k}$  与  $\bar{u}_{k-1,k}$  等价,  $\mathbf{z}_{k-1,k}^H \mathbf{R}_{k-1,k}^{\frac{1}{2}} \mathbf{A}_{k-1[k]}^{-1} \mathbf{R}_{k-1,k}^{\frac{1}{2}} \mathbf{z}_{k-1,k}$  与  $M \cdot \text{tr}(\mathbf{R}_{k-1,k} \mathbf{A}_{k-1[k]}^{-2}) / M_{k-1}^2$  等价, 再由文献[14]中的引理2.2, 即  $\text{tr}(\mathbf{Q} \mathbf{A}_{[k]}^{-1}) / N - \text{tr}(\mathbf{Q} \mathbf{A}^{-1}) / N \xrightarrow{\text{a.s.}} 0$ , 结合定理5, 得到

$$\begin{aligned} & \mathbf{z}_{k-1,k}^H \mathbf{R}_{k-1,k}^{\frac{1}{2}} \mathbf{A}_{k-1[k]}^{-2} \mathbf{R}_{k-1,k}^{\frac{1}{2}} \mathbf{z}_{k-1,k} \\ & \quad - \frac{M}{M_{k-1}} \bar{v}(\mathbf{R}_{k-1,k}, \mathbf{I}_{M_{k-1}}) \Big|_{\boldsymbol{\Psi} = \boldsymbol{\Psi}_{k-1}} \xrightarrow{\text{a.s.}} 0 \quad (21) \end{aligned}$$

其中,  $\boldsymbol{\Psi}_{k-1}$  由定理4给出,  $\bar{v}(\mathbf{R}_{k-1,k}, \mathbf{I}_{M_{k-1}}) \Big|_{\boldsymbol{\Psi} = \boldsymbol{\Psi}_{k-1}}$  由定理5给出。从式(20)和式(21), 可得式  $\bar{d}_{k-1,k}$ 。

(4) 其他有用的定理、引理: 上述各项近似式的证明涉及一些定理和引理, 本节将给出具体内容。

**定理3** 假设  $\mathbf{Q} \in \mathbb{C}^{M \times M}$  谱范数均匀有界且非负定,  $M$  是非负整数,  $\mathbf{z}_k$  服从零均值、方差  $1/M$  的复高斯分布。对于  $M \times M$  矩阵  $\mathbf{B} = \sum_{k=1}^K \mathbf{R}_k^{\frac{1}{2}} \mathbf{z}_k \mathbf{z}_k^H \mathbf{R}_k^{\frac{1}{2}}$ , 其Stieltjes变换为  $m_{\mathbf{B}, \mathbf{Q}} = \text{tr}(\mathbf{Q}(\mathbf{B} + \alpha \mathbf{I}_M)^{-1}) / M$ , 若  $\mathcal{N} \rightarrow \infty$ , 有  $m_{\mathbf{B}, \mathbf{Q}} - \bar{m}_{\mathbf{B}, \mathbf{Q}} \xrightarrow{\text{a.s.}} 0, \forall \alpha \in \mathbb{C}^+$  其中  $\bar{m}_{\mathbf{B}, \mathbf{Q}} = \text{tr}(\mathbf{Q} \boldsymbol{\Psi}) / M$ , 且

$$\boldsymbol{\Psi} = \left( \frac{1}{M} \sum_{k=1}^K \frac{1}{e_k + 1} \mathbf{R}_k + \alpha \mathbf{I}_M \right)^{-1} \quad (22)$$

参数  $e_k, k=1, 2, \dots, K$  可通过求下面方程组得到

$$e_k = \text{tr}(\mathbf{R}_k \boldsymbol{\Psi}) / M, k=1, 2, \dots, K \quad (23)$$

**定理4** 前文提及的  $\boldsymbol{\Psi}_i (i=1, 2, \dots, K-1)$  满足方程式(24)

$$\boldsymbol{\Psi}_k = \left( \frac{1}{M_k} \sum_{i=0}^1 \frac{1}{e_{k,i} + 1} \mathbf{R}_{k,k+i} + \alpha_k \frac{M}{M_k} \mathbf{I}_{M_k} \right)^{-1} \quad (24)$$

参数  $e_{k,i}, i=0, 1$  是以下方程组的唯一解

$$e_{k,i} = \text{tr}(\mathbf{R}_{k,k+i} \boldsymbol{\Psi}_k) / M_k, i=0, 1 \quad (25)$$

**证明** 将定理3中  $\mathbf{B}_i$  改写为  $\mathbf{B}_i = \sum_{k=1}^K \mathbf{R}_{i,k}^{\frac{1}{2}} \mathbf{z}_i \mathbf{z}_i^H \mathbf{R}_{i,k}^{\frac{1}{2}}$

$\mathbf{R}_{i,k}^{\frac{1}{2}} = \frac{M_i}{M} \sum_{k=1}^K \mathbf{R}_{i,k}^{\frac{1}{2}} \mathbf{z}_{i,k} \mathbf{z}_{i,k}^H \mathbf{R}_{i,k}^{\frac{1}{2}} = \frac{M_i}{M} \mathbf{B}_i$ ，接着对  $\mathbf{B}_i$  应用定理3，可得式(24)。证毕

**定理5** 若  $\mathcal{N} \rightarrow \infty$ ，有  $\text{tr}(\mathbf{Q}_1(\mathbf{H}^H \mathbf{H} + \alpha \mathbf{I}_M)^{-1} \mathbf{Q}_2(\mathbf{H}^H \mathbf{H} + \alpha \mathbf{I}_M)^{-1})/M - \bar{v}(\mathbf{Q}_1, \mathbf{Q}_2) \xrightarrow{\text{a.s.}} 0$ ，其中  $\mathbf{Q}_1$  和  $\mathbf{Q}_2$  是维度为  $M \times M$ 、具有谱范数均匀有界的非负定阵， $\bar{v}(\mathbf{Q}_1, \mathbf{Q}_2)$  表达式为

$$\begin{aligned} \bar{v}(\mathbf{Q}_1, \mathbf{Q}_2) = & \frac{1}{M} \sum_{k=1}^K [\tilde{\mathbf{H}}^H \Psi \mathbf{Q}_1 \Psi \tilde{\mathbf{H}}]_{kk} \frac{\eta_{1k}}{(1+e_k)^2} \\ & + \frac{1}{M} \text{tr}(\mathbf{Q}_1 \Psi \mathbf{Q}_2 \Psi) \\ & - \frac{\alpha}{M^2} \sum_{k=1}^K \eta_{2k} \text{tr}(\mathbf{Q}_1 \Psi \mathbf{T}_k \Psi) \end{aligned} \quad (26)$$

其中， $\Psi$  见式(22)， $\tilde{\Psi} = (\alpha \mathbf{I}_M + \alpha \text{diag}(e_1, e_2, \dots, e_K))^{-1}$ ， $\{\eta_{1k}, \eta_{2k}\}_{\forall k}$  满足方程组  $\begin{pmatrix} \Gamma_{11} & \Gamma_{12} \\ \Gamma_{21} & \Gamma_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \eta_1 \\ \eta_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \end{pmatrix}$ ，其中， $\eta_1, \eta_2, \varepsilon_1$  和  $\varepsilon_2$  是  $M \times M$  的矢量， $\Gamma_{11}, \Gamma_{12}, \Gamma_{21}$  和  $\Gamma_{22}$  是  $K \times K$  的矩阵，且有  $[\eta_1]_k = \eta_{1k}$ ， $[\varepsilon_1]_k = \text{tr}(\mathbf{T}_k \Psi \mathbf{Q}_2 \Psi)/N$ ， $[\eta_2]_k = \eta_{2k}$ ， $[\varepsilon_2]_k = -[\tilde{\Psi} \tilde{\mathbf{H}}^H \Phi \mathbf{Q}_2 \Phi \tilde{\mathbf{H}} \tilde{\Psi}]_{kk}/\alpha$ ，其中  $[\Gamma_{12}]_{lk} = \alpha \text{tr}(\mathbf{T}_k \Psi \mathbf{T}_l \Psi)/M^2$ ， $[\Gamma_{21}]_{lk} = \alpha [\tilde{\Psi}]_{kl} [\tilde{\Psi}]_{lk}$ ，以及

$$[\Gamma_{11}]_{lk} = \begin{cases} -\frac{1}{M(1+e_l)^2} [\tilde{\mathbf{H}}^H \Psi \mathbf{T}_k \Psi \tilde{\mathbf{H}}]_{ll}, & l \neq k \\ 1 - \frac{1}{M(1+e_l)^2} [\tilde{\mathbf{H}}^H \Psi \mathbf{T}_l \Psi \tilde{\mathbf{H}}]_{ll}, & l = k \end{cases}$$

$$\text{和} [\Gamma_{22}]_{lk} = \begin{cases} -\frac{1}{M} [\tilde{\Psi} \tilde{\mathbf{H}}^H \Phi \mathbf{T}_l \Phi \tilde{\mathbf{H}} \tilde{\Psi}]_{kk}, & l \neq k \\ 1 - \frac{1}{M} [\tilde{\Psi} \tilde{\mathbf{H}}^H \Phi \mathbf{T}_l \Phi \tilde{\mathbf{H}} \tilde{\Psi}]_{ll}, & l = k \end{cases}$$

**证明** 将式  $\text{tr}(\mathbf{Q}_1(\mathbf{H}^H \mathbf{H} + \alpha \mathbf{I}_M)^{-1} \mathbf{Q}_2(\mathbf{H}^H \mathbf{H} + \alpha \mathbf{I}_M)^{-1})$  重写为  $\partial \text{tr}(\mathbf{Q}_1(\mathbf{H}^H \mathbf{H} + \alpha \mathbf{I}_M - z \mathbf{Q}_2)^{-1})/\partial z|_{z=0}$ ，由定理3，若  $\mathcal{N} \rightarrow \infty$ ，有  $\text{tr}(\mathbf{Q}_1(\mathbf{H}^H \mathbf{H} + \alpha \mathbf{I}_M - z \mathbf{Q}_2)^{-1})/M - \text{tr}(\mathbf{Q}_1 \Psi|_{\Psi=-z \mathbf{Q}_2})/M \rightarrow \text{a.s.} 0$ ，关于  $z$  进行求导，计算  $\frac{1}{M} \frac{\partial}{\partial z} \text{tr}(\mathbf{Q}_1 \Psi|_{\Psi=-z \mathbf{Q}_2})$ ，令  $z = 0$  证毕。

## 参考文献

- [1] 尤肖虎, 尹浩, 邬贺铨. 6G与广域物联网[J]. 物联网学报, 2020, 4(1): 3–11. doi: 10.11959/j.issn.2096-3750.2020.00158. YOU Xiaohu, YIN Hao, and WU Hequan. On 6G and wide-area IoT[J]. *Chinese Journal on Internet of Things*, 2020, 4(1): 3–11. doi: 10.11959/j.issn.2096-3750.2020.00158.
- [2] CHEN Xiaoming, NG D W K, YU Wei, *et al.* Massive access for 5G and beyond[J]. *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, 2021, 39(3): 615–637. doi: 10.1109/JSAC.2020.3019724.
- [3] LU Haiquan and ZENG Yong. Near-field modeling and performance analysis for multi-user extremely large-scale MIMO communication[J]. *IEEE Communications Letters*, 2022, 26(2): 277–281. doi: 10.1109/LCOMM.2021.3129317.
- [4] IMT-2030(6G)推进组. 6G总体愿景与潜在关键技术[R]. IMT-2030(6G)推进组, 2021.
- [5] HAN Yu, JIN Shi, WEN Chaokai, *et al.* Localization and channel reconstruction for extra large RIS-assisted massive MIMO systems[J]. *IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing*, 2022, 16(5): 1011–1025. doi: 10.1109/JSTSP.2022.3174654.
- [6] GONZÁLEZ-COMA J P, LÓPEZ-MARTÍNEZ F J, and CASTEDO L. Low-complexity distance-based scheduling for multi-user XL-MIMO systems[J]. *IEEE Wireless Communications Letters*, 2021, 10(11): 2407–2411. doi: 10.1109/LWC.2021.3101940.
- [7] CUI Mingyao and DAI Linglong. Channel estimation for extremely large-scale MIMO: Far-field or near-field?[J]. *IEEE Transactions on Communications*, 2022, 70(4): 2663–2677. doi: 10.1109/TCOMM.2022.3146400.
- [8] FILHO J C, BRANTE G, SOUZA R D, *et al.* Exploring the non-overlapping visibility regions in XL-MIMO random access and scheduling[J]. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 2022, 21(8): 6597–6610. doi: 10.1109/TWC.2022.3151329.
- [9] HUANG Chongwen, ZAPPONE A, ALEXANDROPOULOS G C, *et al.* Reconfigurable intelligent surfaces for energy efficiency in wireless communication[J]. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 2019, 18(8): 4157–4170. doi: 10.1109/TWC.2019.2922609.
- [10] LI Xueru, ZHOU Shidong, BJÖRNSON E, *et al.* Capacity analysis for spatially non-wide sense stationary uplink massive MIMO systems[J]. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 2015, 14(12): 7044–7056. doi: 10.1109/TWC.2015.2464219.
- [11] ALI A, DE CARVALHO E, and HEATH R W. Linear receivers in non-stationary massive MIMO channels with visibility regions[J]. *IEEE Wireless Communications Letters*, 2019, 8(3): 885–888. doi: 10.1109/LWC.2019.2898572.
- [12] MARINELLO J C, ABRÃO T, AMIRI A, *et al.* Antenna selection for improving energy efficiency in XL-MIMO systems[J]. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 2020, 69(11): 13305–13318. doi: 10.1109/TVT.2020.3022708.
- [13] ZHANG Jun, WEN Chaokai, JIN Shi, *et al.* Large system



- analysis of cooperative multi-cell downlink transmission via regularized channel inversion with imperfect CSIT[J]. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 2013, 12(10): 4801–4813. doi: [10.1109/TWC.2013.081413.120460](https://doi.org/10.1109/TWC.2013.081413.120460).
- [14] BAI Zhidong, FANG Zhaoben, and LIANG Yingchang. Spectral Theory of Large Dimensional Random Matrices and its Applications to Wireless Communications and Finance Statistics: Random Matrix Theory and its Applications[M]. Singapore: World Scientific, 2014: 11–16. doi: [10.1142/9049](https://doi.org/10.1142/9049).
- 张 军: 男, 博士, 教授, 研究方向为超大规模MIMO、无人机通信、人工智能通信、毫米波通信、RIS辅助通信、物理层安全等.
- 陆佳程: 男, 硕士生, 研究方向为超大规模MIMO、毫米波通信.
- 刘同顺: 男, 硕士, 研究方向为超大规模MIMO.
- 张 琦: 女, 博士, 副教授, 研究方向为大规模MIMO、毫米波通信、无人机通信、RIS辅助通信等.
- 蔡 曙: 男, 博士, 副教授, 研究方向为大规模MIMO、感知通信一体化、毫米波通信等.

责任编辑: 余 蓉