

误差条件下基于协方差矩阵重构的自适应波束形成

胡斌* 沈学勇 蒋敏

(南京电子技术研究所 南京 210012)

摘要: 针对有幅相误差的互质阵列, 提出了一种基于协方差矩阵重构的鲁棒自适应波束形成方法。该方法的主要思想是重构信号的协方差矩阵。如果幅相误差存在且无法被忽视, 协方差矩阵重构的精度会受到幅相误差的影响。为了消除幅相误差的影响, 准确地重构信号的协方差矩阵, 提出了一种基于最小二乘(TLS)的方法。首先, 建立了含有幅相误差的协方差矩阵重构的基本模型。然后, 将问题转化为变量误差(EIV)模型。再将幅相误差的校准转换为与幅相误差相关的误差矩阵的估计, 再利用估计结果得到信号协方差矩阵的有效估计。为了解决误差矩阵估计问题, 提出了一种交替下降算法。仿真结果表明, 即使在存在幅相误差的情况下, 该方法仍能提高协方差矩阵的重建精度, 并且自适应波束的性能优于现有算法。

关键词: 自适应波束形成; 压缩感知; 幅相误差; 互质阵列

中图分类号: TN958

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2023)08-2986-05

DOI: 10.11999/JEIT220918

Robust Adaptive Beamforming Based on Covariance Matrix Reconstruction with Uncertainties

HU Bin SHEN Xueyong JIANG Min

(Nanjing Research Institute of Electronics Technology, Nanjing 210012, China)

Abstract: A robust adaptive beamforming method based on covariance matrix reconstruction for a coprime array with gain/phase uncertainties is proposed. The main idea of this method is to reconstruct the covariance matrix of the signals. However, the accuracy of the reconstruction of the covariance matrix might be influenced by the gain/phase uncertainties. To eliminate the influence of the gain/phase uncertainties and reconstruct accurately the covariance matrix of the signals, a Total Least Squares (TLS) based method is proposed. First, the basic model of the covariance matrix reconstruction with gain/phase uncertainties is established. Then, the problem is converted into an Errors In Variables (EIV) model. The calibration of the gain/phase uncertainties is then converted into the estimation of an error matrix related to the gain/phase uncertainties. An alternating descent algorithm is developed to solve this problem. Simulation results showed that the proposed method can improve the accuracy of the reconstruction of the covariance matrix and is effective for adaptive beamforming.

Key words: Adaptive beamforming; Compressed sensing; Gain/phase uncertainties; Coprime array

1 引言

在阵列信号处理中, 互质阵列^[1]的研究是近年来备受关注的课题。利用互质数的性质和互质数组的互质阵, 可以得到一个更大的虚拟阵列。众所周知, 更大的阵列意味着更大的阵列孔径, 这将有助于提高分辨率和干扰抑制能力。互质采样的优点是有助于提高DOA估计的自由度。此外, 一些研究

将互质采样用于自适应波束形成研究。在文献[2]中, 基于压缩感知理论^[3], 提出了一种适用于互质阵列的自适应波束形成算法, 该算法充分利用了压缩感知和互质阵列的优点, 结果表明该方法比其他方法具有更好的性能。文献[4-6]提出了几种稳健自适应波束形成算法, 但这些算法均是在理想条件下, 未考虑幅相误差的影响。

然而, 在实际阵列中, 从阵列接收的信号包含幅相误差。如果幅相误差存在但被忽视, 则自适应波束形成的性能会受到影响。因此, 如何校准幅相误差是一个非常重要的问题。为了解决该问题。许多算法被提出。大多数提出的算法, 例如基于特征结构的自校准方法^[7,8], 可以精确校准幅相误差。

收稿日期: 2022-07-06; 改回日期: 2023-02-06; 网络出版: 2023-02-08

*通信作者: 胡斌 hubin_1147@163.com

基金项目: 江苏省双创博士基金

Foundation Item: Jiangsu Innovative and Entrepreneurial Talent Programme

然而，在低信噪比和快照数较少的情况下，这些算法的性能会急剧下降。文献[9,10]提出了一种基于压缩感知的幅相误差校准算法，但该算法主要用于直线阵列。文献[11]提出了一种幅相误差条件下的稳健自适应波束形成算法，该算法主要用于均匀直线阵。文献[12]提出了一种扰动情况下的阵列信号处理模型，该方法针对均匀直线阵，将阵列扰动视为一个与信号相关的误差，建立了一个扰动存在条件下的信号接收模型，将扰动的校准问题转化为了对误差参数的估计问题，并利用文献[13,14]中的最小二乘算法实现参数的有效估计。

为了在低信噪比和少量快照的情况下准确地校准幅相误差并重构信号的协方差矩阵，本文提出了一种基于最小二乘(TLS)的方法。首先，建立了具有幅相误差的协方差矩阵重构的基本模型。然后将问题转化为变量误差(EIV)模型，此时问题就转化为估计与幅相误差相关的误差矩阵，而不是直接校准幅相误差，并提出一种交替下降算法来估计误差矩阵和重构协方差矩阵。该方法有望消除幅相误差的影响，并优于部分其他算法。最后利用重构的信号协方差矩阵进行自适应波束形成，从而降低幅相误差的影响。

2 信号模型

考虑两个均匀直线阵列，第1个阵列包含 $2M$ 个阵元，阵元之间的间距为 Nd ，第2个阵列包含 N 个阵元，阵元之间的间距为 Md 。其中， $d = \lambda/2$ ， λ 表示波长， M 和 N 满足 $M < N$ 。根据质数的性质，这两个均匀直线阵列可以等效为一个包含 $2M + N - 1$ 个阵元的互质阵列。此时，该互质阵的信号接收模型可表示为

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{x}_s(t) + \mathbf{x}_i(t) + \mathbf{n}(t) \quad (1)$$

其中， t 表示第 t 次快拍。 $\mathbf{x}_s(t) = \mathbf{a}(\theta_s)s(t)$ 表示阵列输出的目标信号， $\mathbf{a}(\theta_s)$ 表示导向矢量， θ_s 表示信号的实际方位信息， $\mathbf{x}_i(t)$ 表示干扰信号， $\mathbf{n}(t)$ 表示均值为0方差为1的高斯白噪声。

为了自适应地抑制干扰，实现对实际目标的有效探测，常常会选择合适的自适应波束形成算法对干扰进行抑制。其中，最常用的一种自适应波束形成算法就是线性约束最小方差(Linearly Constrained Minimum Variance, LCMV)算法。LCMV算法中最重要的步骤是获得优化的权值向量。该权值向量可以表示为

$$\mathbf{w} = \frac{\mathbf{R}^{-1}\mathbf{a}(\theta_s)}{\mathbf{a}^H(\theta_s)\mathbf{R}^{-1}\mathbf{a}(\theta_s)} \quad (2)$$

其中， \mathbf{R} 表示信号的协方差矩阵，其表达式为

$$\begin{aligned} \mathbf{R} &= E[\mathbf{x}\mathbf{x}^H] \\ &= \sum_{i=1}^K E[|s_i|^2]\mathbf{a}(\theta_i)\mathbf{a}^H(\theta_i) + \sigma^2\mathbf{I} \end{aligned} \quad (3)$$

其中， K 表示信号的个数， s_i 表示信号的幅度。 \mathbf{I} 表示单位阵。

由压缩感知理论可知，压缩感知重构算法能够精确重构信号的一个前提是信号在空域上满足稀疏性，为了满足信号的稀疏性，将整个信号空间 $[-90^\circ, 90^\circ]$ 划分成 Q 等份，同时将信号的协方差矩阵向量化，此时可得

$$\mathbf{r} = \text{vec}(\mathbf{R}) = \mathbf{B}\mathbf{p} + \sigma_n^2\text{vec}(\mathbf{I}) \quad (4)$$

其中， $\mathbf{B} = [\mathbf{a}^*(\theta_1) \otimes \mathbf{a}(\theta_1), \mathbf{a}^*(\theta_2) \otimes \mathbf{a}(\theta_2), \dots, \mathbf{a}^*(\theta_Q) \otimes \mathbf{a}(\theta_Q)]$ ， $\mathbf{p} = [0, \dots, s_s^2, \dots, s_2^2, \dots, s_K^2, \dots, 0] \in \mathbb{C}^{Q \times 1}$ ， \otimes 表示Kronecker积， s_s^2 表示目标信号的功率， s_2^2, \dots, s_K^2 表示 $K-1$ 个干扰信号的功率， σ_n^2 表示噪声信号的功率。

以上模型建立在阵列精确已知的理想情况下，但在实际系统中，由于雷达系统器件本身的非理想性，比如滤波器特性不一致、放大器的幅相特性不一致等因素，会导致阵列幅相误差的出现，且这些误差在实际系统中无法避免，幅相误差的存在，会导致雷达参数估计性能的下降。考虑幅相误差，令

$$\begin{aligned} \mathbf{\Gamma} &= \text{diag}[1, \Gamma_2, \dots, \Gamma_{2M+N-1}]^T \\ &= \text{diag}[1, \rho_2 e^{j\phi_2}, \dots, \rho_{2M+N-1} e^{j\phi_{2M+N-1}}]^T \end{aligned} \quad (5)$$

表示幅相误差矩阵。其中， Γ_i 表示第 i 个阵元的幅相误差， ρ_i 和 ϕ_i 分别表示第 i 个阵元的幅度误差和相位误差。此时，向量化的信号协方差矩阵可表示为

$$\mathbf{r}' = \text{vec}(\mathbf{R}') = \mathbf{B}'\mathbf{p} + \sigma_n^2\text{vec}(\mathbf{I}) \quad (6)$$

其中， $\mathbf{B}' = [\mathbf{\Gamma}^* \mathbf{a}^*(\theta_1) \otimes \mathbf{\Gamma} \mathbf{a}(\theta_1), \dots, \mathbf{\Gamma}^* \mathbf{a}^*(\theta_Q) \otimes \mathbf{\Gamma} \mathbf{a}(\theta_Q)]$ ，“*”表示共轭。

根据Kronecker积的运算性质，

$$\mathbf{\Gamma}^* \mathbf{a}^*(\theta_i) \otimes \mathbf{\Gamma} \mathbf{a}(\theta_i) = (\mathbf{\Gamma}^* \otimes \mathbf{\Gamma}) [\mathbf{a}^*(\theta_i) \otimes \mathbf{a}(\theta_i)] \quad (7)$$

因此有

$$\mathbf{B}' = (\mathbf{\Gamma}^* \otimes \mathbf{\Gamma}) \mathbf{B} = \mathbf{\Gamma}' \mathbf{B} \quad (8)$$

其中， $\mathbf{\Gamma}' = \mathbf{\Gamma}^* \otimes \mathbf{\Gamma}$ 。

此时，信号的协方差矩阵的向量化形式可表示为

$$\mathbf{r}' = \mathbf{\Gamma}' \mathbf{B} \mathbf{p} + \mathbf{n}' \quad (9)$$

其中， $\mathbf{n}' = \sigma_n^2 \text{vec}(\mathbf{I})$ 。

从上述模型中可以看出，由于 \mathbf{B} 跟阵列相关，因此可认为是已知的，如果能够准确估计出 $\mathbf{\Gamma}'$ 和

\mathbf{p} , 则可以在存在幅相误差的情况下准确构建信号协方差矩阵。

3 提出的方法

为了得到该问题的求解, 我们首先将式(9)中的模型转换为一个EIV模型

$$\begin{aligned} \mathbf{r}' &= \mathbf{\Gamma}' \mathbf{B} \mathbf{p} + \mathbf{n}' \\ &= [\mathbf{B} + (\mathbf{\Gamma}' - \mathbf{I}) \mathbf{B}] \mathbf{p} + \mathbf{n}' \\ &= [\mathbf{B} + \mathbf{E}] \mathbf{p} + \mathbf{n}' \end{aligned} \quad (10)$$

其中, $\mathbf{E} = (\mathbf{\Gamma}' - \mathbf{I}) \mathbf{B}$ 表示和幅相误差矩阵相关的误差矩阵。此时, 对幅相误差的估计问题就转化为对误差矩阵 \mathbf{E} 的求解问题。通过文献[12-14], 式(10)中的问题可转换为对以下问题的求解

$$\left. \begin{aligned} \arg \min_{\mathbf{p}, \mathbf{E}, \mathbf{n}'} & \left\{ \|\mathbf{E} \mathbf{n}'\|_{\text{F}}^2 + \lambda \|\mathbf{p}\|_1 \right\} \\ \text{s.t. } & \mathbf{r}' = [\mathbf{B} + \mathbf{E}] \mathbf{p} + \mathbf{n}' \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

其中 $\|\cdot\|_{\text{F}}$ 表示F范数, $\|\cdot\|_1$ 表示1范数。

式(11)的问题中, 主要目标是利用有效的参数估计算法, 实现对未知参数的有效估计。但是由于和误差矩阵相关的 $\mathbf{E} \mathbf{p}$ 的存在, 式(11)中的求解问题是一个非凸优化的问题, 难以直接通过凸优化算法进行参数的求解。为了解决该问题, 将式(11)中的优化问题转换为一个无约束的优化问题, 可转化为

$$\min_{\mathbf{p}, \mathbf{E}} \|\mathbf{E}\|_{\text{F}}^2 + \|\mathbf{r}' - [\mathbf{B} + \mathbf{E}] \mathbf{p}\|_2^2 + \lambda \|\mathbf{p}\|_{1,2} \quad (12)$$

通过式(12)可以得到 \mathbf{E} 和 \mathbf{p} 的求解, 但该问题仍然是一个非凸优化问题, 仍然无法直接求解, 为了得到问题的求解, 本文中采用梯度下降算法, 通过迭代的方式进行求解。该算法主要通过迭代对多个未知参数进行求解, 首先假设其中一个待求解的参数是已知的, 然后利用该参数求解另一个未知参数, 再利用求解的参数估计另外的未知参数, 直到迭代收敛, 从而得到多个未知参数的求解。

首先, 假设误差矩阵 \mathbf{E} 是已知的, 在第 i 次迭代过程中, 稀疏目标信号和干扰信号向量 \mathbf{p} 可通过式(13)进行求解:

$$\min_{\mathbf{p}^i} \|\mathbf{p}^i\|_{1,2} \quad \text{s.t.} \quad \|\mathbf{r}' - [\mathbf{B} + \mathbf{E}^{i-1}] \mathbf{p}^i\|_{\text{F}} \leq \varepsilon \quad (13)$$

其中, ε 为常数。

式(13)中的问题可通过压缩感知信号重构方法进行求解, 例如 l_1/l_2 混合范数优化方法、贪婪算法等, 本文选择贪婪算法进行问题的求解, 主要选择 OMP (Orthogonal Matching Pursuit) 算法, OMP 算法的最大特点就是操作简单、计算复杂度较低。得到了稀疏目标信号和干扰信号向量 \mathbf{p} 的估计, 将

估计得到的稀疏信号向量 \mathbf{p} 代入式(12), 可以得到误差矩阵 \mathbf{E}^i 的估计如式(14)所示

$$\mathbf{E}^i = \min_{\mathbf{E}} \|\mathbf{E}\|_2^2 + \|\mathbf{r}' - [\mathbf{B} + \mathbf{E}] \mathbf{p}^i\|_{\text{F}}^2 \quad (14)$$

对式(14)关于 \mathbf{E} 求偏导数并等于0, 可得到误差矩阵 \mathbf{E} 的求解

$$\mathbf{E}^i = [\mathbf{r}' - \mathbf{B} \mathbf{p}^i] (\mathbf{p}^i)^{\text{T}} \left[\mathbf{I} + \mathbf{p}^i (\mathbf{p}^i)^{\text{T}} \right]^{-1} \quad (15)$$

本文提出的算法主要是将贪婪算法和最小二乘算法相结合, 进行参数的估计。其中误差矩阵 \mathbf{E} 的初始化为 $\mathbf{E}^0 = \mathbf{0}$ 。该算法主要包括两个关键步骤: 式(13)中对稀疏目标信号和干扰信号向量 \mathbf{p} 的估计以及式(14)中对和幅相误差相关的误差矩阵 \mathbf{E} 的估计。当满足迭代终止条件时, 迭代终止。通过估计的稀疏目标信号和干扰信号向量 \mathbf{p} , 以及已知的 \mathbf{B} , 可以通过式(4)得到信号的协方差矩阵向量化的有效估计:

$$\mathbf{r} = \mathbf{B} \mathbf{p} \quad (16)$$

从而得到重构的信号协方差矩阵, 并将其代入式(2)中, 得到自适应波束形成的加权向量的有效估计, 从而得到互质阵列的自适应波束形成结果

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{w}^{\text{H}} \mathbf{x}(t) \quad (17)$$

建立了信号模型, 并提出了估计幅相误差和重建信号协方差矩阵的方法。第4节将进行仿真分析, 以验证所提方法的有效性。

4 仿真分析

对于所有的仿真试验, 假设两个均匀直线阵的阵元数目分别为 $2M = 10$ 以及 $N = 11$, 假设1个目标信号和1个干扰信号, 信号角度分别为 $\theta_s = 15^\circ$, $\theta_1 = 45^\circ$ 。对于幅相误差, 假设幅度误差和相位误差均满足均匀分布, 其中, 幅度误差为 $U = [-0.2, 0.2]$, 相位误差为 $U = [-20^\circ, 20^\circ]$ 。

首先利用重构得到的信号协方差矩阵, 得到自适应波束形成的最优权系数, 得到自适应波束形成之后的方向图, 并和含有幅相误差情况下直接进行自适应波束形成以及理想情况下的自适应波束形成结果比较。

从图1可以看出, 在含有幅相误差的高信噪比条件下, 利用本文提出的算法对信号的协方差矩阵进行重构之后再做自适应波束形成, 得到的波束方向图基本和理想的均匀直线阵的结果相近。和含有幅相误差的结果相比, 提出的算法在很大程度上降低了幅相误差的影响, 得到的方向图旁瓣更低, 干扰方向的零陷更深。

为了进一步验证提出的方法的有效性, 进行蒙

多卡罗仿真试验，分别仿真了相干信号和非相干信号的蒙特卡罗仿真试验，通过输出信噪比进行不同方法的衡量比较

$$\text{Output SINR} = \frac{\sigma_s^2 |\mathbf{w}^H \mathbf{a}(\theta_s)|^2}{\mathbf{w}^H \mathbf{R} \mathbf{w}} \quad (18)$$

其中， σ_s^2 是目标信号的功率， $\mathbf{a}(\theta_s)$ 是目标信号的导向矢量。蒙特卡罗分析次数为500次。我们将本文方法与文献[15]中基于稀疏表示技术(SR technique)的鲁棒自适应波束形成方法和文献[2]中的互质阵列自适应波束形成方法(CA-ABF)进行比较。

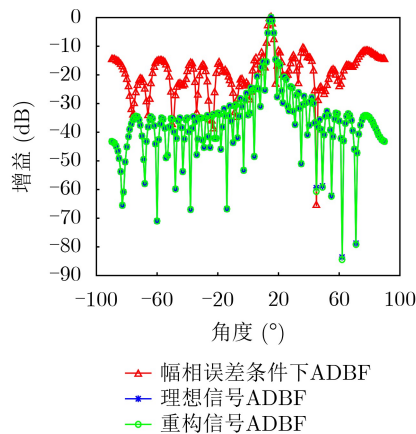


图1 自适应波束形成方向图

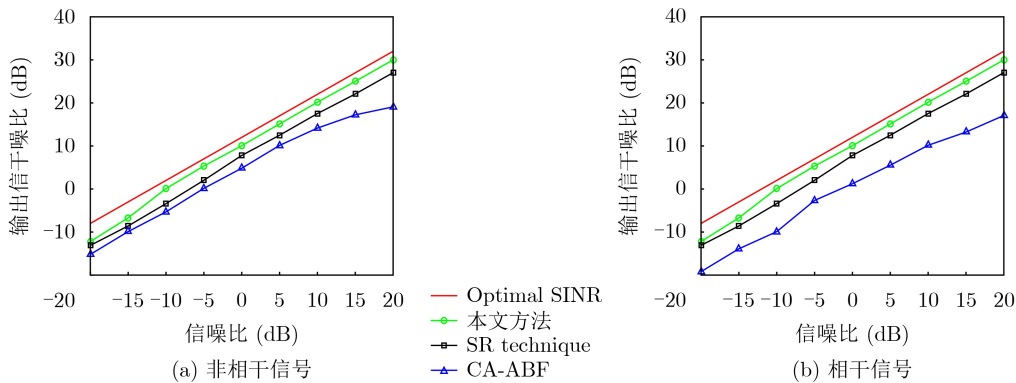


图2 不同信噪比下输出信噪比

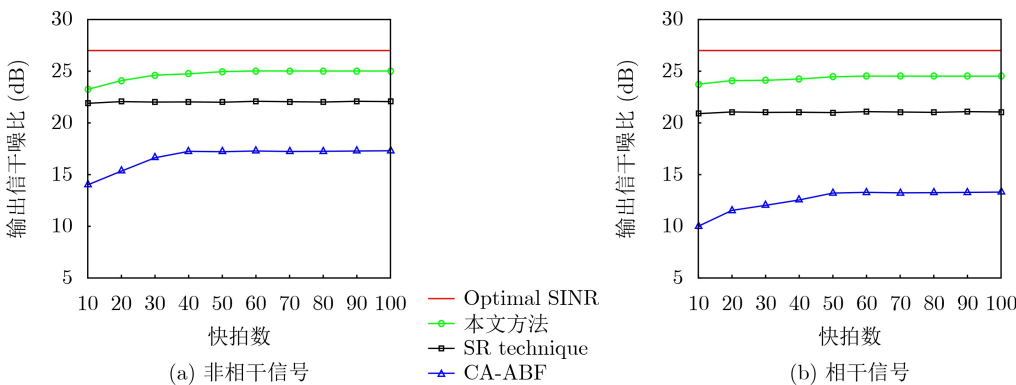


图3 不同快拍数下输出信噪比

首先仿真分析不同信噪比条件下，不同方法的输出信噪比，信噪比从-20 dB到20 dB间变化，结果如图2所示。

从图2可以看出，当SNR较低时，输出SINR将显著降低。由于信噪比较低，信号协方差矩阵的估计偏差较大。当信噪比较高时，信号协方差矩阵被准确估计，输出信噪比显著提高。与其他方法相比，本文提出的方法的输出信噪比更高。当考虑到信号相干性问题时，基于压缩感知的方法基本不受信号相干性的影响。

接着仿真分析不同快拍数条件下，不同方法的输出信噪比，快拍数的变化范围为10~100，结果如图3所示。

图3中，当快拍数量较少时，信号的协方差矩阵估计有一定的偏差，导致输出SINR低于快照较多的情况。当快拍数量增加时，输出SINR增加并趋于稳定。与其他方法相比，本文方法的输出信噪比也更高。

5 结论

在本文中，针对存在幅相误差的互质阵列，提出了一种基于协方差矩阵重构的鲁棒自适应波束形成方法。首先，建立了协方差矩阵重构的基本模型。然后我们要解决的问题变成了EIV问题。然后，将

幅相误差校准问题转换为与幅相误差相关的误差矩阵的估计。为了解决这一问题,提出了一种基于TLS的交替下降算法。从仿真结果可以看出,相对于不同的信噪比和快照,该方法可以获得比其他方法更好的性能。但目前我们的研究还存在一些局限性,仍然面临着失配问题。这影响了它在实际系统中的应用。

参考文献

- [1] VAIDYANATHAN P P and PAL P. System identification with sparse coprime sensing[J]. *IEEE Signal Processing Letters*, 2010, 17(10): 823–826. doi: [10.1109/LSP.2010.2060331](https://doi.org/10.1109/LSP.2010.2060331).
 - [2] GU Yujie, ZHOU Chengwei, GOODMAN N A, et al. Coprime Array adaptive beamforming based on compressive sensing virtual array signal[C]. Proceedings of 2016 IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing, Shanghai, China, 2016: 2981–2985. doi: [10.1109/ICASSP.2016.7472224](https://doi.org/10.1109/ICASSP.2016.7472224).
 - [3] DONOHO D L. Compressed sensing[J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2006, 52(4): 1289–1306. doi: [10.1109/TIT.2006.871582](https://doi.org/10.1109/TIT.2006.871582).
 - [4] 孟振. 天线阵列稳健自适应波束形成算法研究[D]. [博士学位论文], 哈尔滨工程大学, 2020. doi: [10.27060/d.cnki.ghbcu.2020.001714](https://doi.org/10.27060/d.cnki.ghbcu.2020.001714).
MENG Zhen. Study on The method of robust adaptive beamforming in antennas array[D]. [Ph. D. dissertation], Harbin Engineering University, 2020. doi: [10.27060/d.cnki.ghbcu.2020.001714](https://doi.org/10.27060/d.cnki.ghbcu.2020.001714).
 - [5] ZHANG Kun, SHEN Chong, LI Hanwen, et al. Direction of arrival estimation and robust adaptive beamforming with unfolded augmented coprime array[J]. *IEEE Access*, 2020, 8: 22314–22323. doi: [10.1109/ACCESS.2020.2968956](https://doi.org/10.1109/ACCESS.2020.2968956).
 - [6] MENG Zhen and ZHOU Weidong. Robust adaptive beamforming for coprime array with steering vector estimation and covariance matrix reconstruction[J]. *IET Communications*, 2020, 14(16): 2749–2758. doi: [10.1049/iet-com.2019.1314](https://doi.org/10.1049/iet-com.2019.1314).
 - [7] 刘春波, 陈伯孝, 陈多芳, 等. 双基地高频地波SIAR通道幅相误差的自校准方法[J]. 电子与信息学报, 2009, 31(3): 614–618. doi: [10.3724/SP.J.1146.2007.01659](https://doi.org/10.3724/SP.J.1146.2007.01659).
LIU Chunbo, CHEN Baixiao, CHEN Duofang, et al. Self-calibration of channel errors for bistatic HF surface wave SIAR[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2009, 31(3): 614–618. doi: [10.3724/SP.J.1146.2007.01659](https://doi.org/10.3724/SP.J.1146.2007.01659).
 - [8] FRIEDLANDER B and WEISS A J. Eigenstructure methods for direction finding with sensor gain and phase uncertainties[C]. Proceedings of International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing, New York, USA, 1988: 2681–2684. doi: [10.1109/ICASSP.1988.197201](https://doi.org/10.1109/ICASSP.1988.197201).
 - [9] HU Bin, WU Xiaochuan, ZHANG Xin, et al. DOA estimation based on compressed sensing with gain/phase uncertainties[J]. *IET Radar, Sonar & Navigation*, 2018, 12(11): 1346–1352. doi: [10.1049/iet-rsn.2018.5087](https://doi.org/10.1049/iet-rsn.2018.5087).
 - [10] 胡斌. 基于压缩感知的稀疏阵列DOA估计关键技术研究[D]. [博士学位论文], 哈尔滨工业大学, 2020. doi: [10.27061/d.cnki.ghgdu.2020.004676](https://doi.org/10.27061/d.cnki.ghgdu.2020.004676).
HU Bin. Research on key technologies of DOA estimation of sparse array based on compressed sensing[D]. [Ph. D. dissertation], Harbin Institute of Technology, 2020. doi: [10.27061/d.cnki.ghgdu.2020.004676](https://doi.org/10.27061/d.cnki.ghgdu.2020.004676).
 - [11] GE Qichao, ZHANG Yongshun, FENG Ziang, et al. Novel robust adaptive beamformer in the presence of gain-phase errors[J]. *Circuits, Systems, and Signal Processing*, 2021, 40(4): 1926–1947. doi: [10.1007/s00034-020-01568-7](https://doi.org/10.1007/s00034-020-01568-7).
 - [12] ZHU Hao, LEUS G, and GIANNAKIS G B. Sparsity-cognizant total least-squares for perturbed compressive sampling[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2011, 59(5): 2002–2016. doi: [10.1109/TSP.2011.2109956](https://doi.org/10.1109/TSP.2011.2109956).
 - [13] MARKOVSKY I and VAN HUFFEL S. Overview of total least-squares methods[J]. *Signal Processing*, 2007, 87(10): 2283–2302. doi: [10.1016/j.sigpro.2007.04.004](https://doi.org/10.1016/j.sigpro.2007.04.004).
 - [14] NESTARES O, FLEET D J, and HEEGER D J. Likelihood functions and confidence bounds for total-least-squares problems[C]. Proceedings of IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition, Hilton Head, USA, 2000: 13–15. doi: [10.1109/CVPR.2000.855864](https://doi.org/10.1109/CVPR.2000.855864).
 - [15] LI Hui, ZHAO Yongbo, CHENG Zengfei, et al. Robust adaptive beamforming based on sparse representation technique[J]. *IET Radar, Sonar & Navigation*, 2017, 11(9): 1417–1424. doi: [10.1049/iet-rsn.2016.0621](https://doi.org/10.1049/iet-rsn.2016.0621).
- 胡 斌: 男, 博士, 研究方向为雷达信号处理和雷达系统设计等。
沈学勇: 男, 硕士, 研究员级高级工程师, 研究方向为雷达信号处理和雷达系统设计等。
蒋 敏: 男, 博士, 高级工程师, 研究方向为雷达信号处理和雷达系统设计等。

责任编辑: 于 青