

## 基于算术平均融合的分布式多伯努利扩展目标跟踪

吴孙勇<sup>①②</sup> 郑翔飞<sup>\*①</sup> 李天成<sup>③</sup> 胡青霜<sup>①</sup> 吕晓燕<sup>①</sup>

<sup>①</sup>(桂林电子科技大学数学与计算科学学院 桂林 541004)

<sup>②</sup>(广西密码学与信息安全重点实验室 桂林 541004)

<sup>③</sup>(西北工业大学自动化学院 西安 710071)

**摘要:** 在分布式传感网络中, 由于同一扩展目标的方位角以及轴长等状态参数在不同传感器下估计结果不一致, 因此多扩展目标估计关联困难, 从而为后续密度信息融合带来了巨大挑战。相比于点目标后验密度信息, 扩展目标后验密度同时包含了质心状态和外形信息。该文结合质心欧氏距离和外形矩阵非欧氏尺寸-形状度量提出了椭圆距离(ED), 该椭圆距离同时考虑了扩展目标质心状态与外形信息, 更好地实现了不同传感器下同一扩展目标后验密度关联。此外该文在算术平均(AA)融合规则下推导了融合空间密度的近似伽马高斯逆威沙特(GGIW)分布, 实现了不同传感器下同一扩展目标后验信息AA融合。仿真实验表明, 该文所提算法在分布式传感网络中能有效地进行多扩展目标跟踪。

**关键词:** 分布式网络; 扩展目标; 椭圆距离; 算术平均; 伽马高斯逆威沙特分布

中图分类号: TN911.73; TP391

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2023)06-2171-09

DOI: 10.11999/JEIT220688

## Distributed Multi-Bernoulli Extended Targets Tracking Based on Arithmetic Average Fusion

WU Sunyong<sup>①②</sup> ZHENG Xiangfei<sup>①</sup> LI Tiancheng<sup>③</sup>

HU Qingshuang<sup>①</sup> LÜ Xiaoyan<sup>①</sup>

<sup>①</sup>(Mathematics and Computer Science College of Guilin University of Electronic Technology, Guilin 541004, China)

<sup>②</sup>(Guangxi Key Laboratory of Cryptography and Information Security, Guilin 541004, China)

<sup>③</sup>(School of Automation, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710071, China)

**Abstract:** In distributed sensor networks, the inconsistent estimation results of state parameters such as azimuth and axis lengths of the same extended target under different sensors lead to the difficulty of extended target estimation association, which gives rise to challenges to the subsequent density information fusion. Compared with the point target posterior density information, the extended target posterior density contains both centroid state and shape information. Moreover, the Ellipse Distance (ED) is proposed based on the Euclidean distance of centroid and non-Euclidean size-shape metric of shape matrix. The ellipse distance considers both the centroid state and shape information of the extended target, and better realizes the posterior density correlation of the same extended target under different sensors. In addition, in this paper, the approximate Gamma Gaussian Inverse Wishart (GGIW) distribution of fusion space density is derived under the Arithmetic Average (AA) fusion rule, and the AA fusion of posterior information of the same extended

收稿日期: 2022-05-27; 改回日期: 2022-09-03; 网络出版: 2022-09-08

\*通信作者: 郑翔飞 zxf\_double@163.com

基金项目: 国家自然科学基金(62263007, 62061010, 62161007, 62071389), 中央引导地方科技发展资金项目(2022YZX2001), 广西科技厅项目(AA19182007), 广西密码学与信息安全重点实验室研究课题(GCIS202132), 桂林电子科技大学数学与计算科学学院研究生创新项目(2022YJSCX02), 桂林电子科技大学研究生教育创新计划(2022YCXS145)

Foundation Items: The National Natural Science Foundation of China (62263007, 62061010, 62161007, 62071389), The Central Government Guided Local Science and Technology Development Fund Project (2022YZX2001), Guangxi Science and Technology Department Project (AA19182007), Guangxi Key Laboratory of Cryptography and Information Security (GCIS202132), The Graduate Innovation Program of School of Mathematics and Computing Science, GUET (2022YJSCX02), The Innovation Project of GUET Graduate Education (2022YCXS145)

target under different sensors is realized. Simulation results show that the proposed algorithm can effectively track multiple extended targets in distributed sensor networks.

**Key words:** Distributed network; Extended target; Ellipse Distance (ED); Arithmetic Average(AA); Gamma Gaussian Inverse Wishart (GGIW) distribution

## 1 引言

随着无线网络和通信技术的快速发展, 基于随机有限集(Random Finite Set, RFS)的多传感器多目标信息融合算法引起了国内外众多学者的关注<sup>[1-3]</sup>。目前, 在RFS领域基于信息平均一致性的分布式多传感器多目标后验概率密度融合方法主要有两种: 算术平均(Arithmetic Average, AA)融合<sup>[4]</sup>和几何平均(Geometric Average, GA)融合<sup>[5]</sup>, GA融合又称为广义协方差交集融合(Generalized Covariance Intersection, GCI)<sup>[6]</sup>。AA融合和GA/GCI融合都是基于KLD(Kullback-Leibler Divergence)的次优分布式融合算法<sup>[7]</sup>。文献<sup>[8]</sup>分析了GA融合和AA融合的统计特性, 并指出GA融合对漏检的敏感性和AA融合的鲁棒性以及更强的抗漏检能力。对于相邻传感器之间信息一致性问题, 文献<sup>[9]</sup>提出了一种分布式集合论信息泛洪(Flooding), 以确保传感器网络中所有节点获得相同信息, 与平均一致性相比, 避免了信息的重复使用。文献<sup>[10]</sup>进一步提出了基于泛洪通信的部分一致方法以减少通信代价, 即仅共享重要的信息。

对于分布式传感网络下扩展目标后验概率密度融合问题, 文献<sup>[11]</sup>在平方高斯瓦瑟斯坦(Gaussian Wasserstein, GW)距离的基础上提出最小平方GW估计算法, 实现了多传感器单扩展目标后验密度信息融合, 但没有考虑多扩展目标跟踪问题。Li等人<sup>[12]</sup>提出了基于GCI融合的分布式伽马高斯逆威沙特-势概率假设密度(Gamma Gaussian Inverse Wishart - Cardinality balance Probability Hypothesis Density, GGIW-CPHD)滤波器, 实现了分布式多传感器网络下多扩展目标跟踪。

文献<sup>[13]</sup>提出了基于高斯混合(Gaussian Mixture, GM)实现的伽马高斯逆威沙特-势平衡多目标多伯努利(Gamma Gaussian Inverse Wishart-Cardinality Balance Multi-target Multi-Bernoulli, GGIW-CBMeMBer)滤波器。与GGIW-CPHD滤波器<sup>[14]</sup>不同, GGIW-CBMeMBer滤波器通过传递的多伯努利RFS参数能够直接获得多扩展目标的后验密度<sup>[15]</sup>, 能够可靠、高效提取多扩展目标状态。相比于独立同分布的GA融合仍然是独立同分布, 多伯努利分布的AA融合则难以保证融合后仍为多伯努利分布。为了保证多伯努利分布AA融合的闭合性, 文献<sup>[16]</sup>将一个多伯努利分布中的伯努利分

量先与另一个多伯努利分布中的伯努利分量关联, 然后将关联后的伯努利分量进行AA融合, 最后再重新组合成一个新的多伯努利分布。对于椭圆扩展目标, 伯努利后验密度信息不仅仅包含了质心位置同时也包含了外形信息, 因此实现不同传感器下同一扩展目标的伯努利后验密度信息关联在多传感器多扩展目标跟踪问题上尤为重要。文献<sup>[17]</sup>提出GW距离是描述椭圆扩展目标最合适的度量, 但当外形矩阵服从独立同分布时, 以GW距离描述椭圆度量则不再合理。针对服从独立同分布的矩阵度量问题, 文献<sup>[18]</sup>提出了非欧氏尺寸-形状度量。

本文在GM实现的GGIW-CBMeMBer滤波器的基础上, 开展分布式多扩展目标跟踪方法研究, 提出了分布式算术平均融合的伽马高斯逆威沙特多伯努利(Arithmetic Average - Gamma Gaussian Inverse Wishart - Multi-Bernoulli, AA-GGIW-MB)跟踪算法。方法创新在于: 本文结合质心欧氏距离和外形矩阵非欧氏尺寸-形状度量, 提出一种新的描述椭圆扩展目标的距离公式——椭圆距离(Ellipse Distance, ED), 以关联不同传感器下同一扩展目标的伯努利后验密度信息; 对于不同传感器下同一扩展目标后验密度融合, 本文借助AA融合规则推导了融合空间密度的近似GGIW, 保证了空间密度的封闭性。仿真实验表明, 所提AA-GGIW-MB跟踪算法能够有效提升目标跟踪的精度以及更准确地估计目标数量。

## 2 问题背景及模型

### 2.1 扩展目标状态模型及量测模型

在2维空间中, 椭圆扩展目标在 $k$ 时刻的目标状态 $\xi_k$ 可由原本的点目标状态模型扩充, 即

$$\xi_k = (\gamma_k, \mathbf{x}_k, \mathbf{X}_k) \quad (1)$$

其中,  $\gamma_k$ 表示 $k$ 时刻椭圆扩展目标量测模型泊松率;  $\mathbf{x}_k$ 表示 $k$ 时刻椭圆扩展目标质心的运动状态向量;  $\mathbf{X}_k$ 表示 $k$ 时刻椭圆扩展目标的外形矩阵。

多扩展目标跟踪中, 目标的状态和数目都是时变的, 将扩展目标状态 $\xi_k$ 进一步建模为RFS, 即

$$\Xi_k = \left\{ \xi_k^j = (\gamma_k^j, \mathbf{x}_k^j, \mathbf{X}_k^j) \right\}_{j=1}^{N_k} \quad (2)$$

其中,  $N_k$ 表示 $k$ 时刻扩展目标数目,  $N_k = |\Xi_k|$ 是时变的,  $|\Xi_k|$ 表示 $\Xi_k$ 中的元素个数。

扩展目标质心运动状态模型为

$$\mathbf{x}_{k+1}^{(j)} = \mathbf{F}_{k+1|k} \mathbf{x}_k^{(j)} + \mathbf{w}_{k+1}^{(j)} \quad (3)$$

其中,  $\mathbf{F}_{k+1|k}$  为状态转移矩阵;  $\mathbf{w}_{k+1}^{(j)}$  是协方差为  $\mathbf{Q}_{k+1|k}^{(j)}$  的0均值高斯白噪声。

扩展目标在  $k$  时刻的量测也建模为RFS, 即

$\mathbf{Z}_k = \{\kappa_k^i\}_{i=1}^{N_{\kappa,k}} \cup \left\{ \{z_k^{i',j}\}_{j=1}^{N_{z,k}^{i'}} \right\}_{i'=1}^{N_k}$ ,  $\kappa_k^i$  表示  $k$  时刻第  $i$  个杂波量测,  $N_{\kappa,k}$  表示杂波数且服从泊松率为  $\lambda_{\kappa,k}$  的泊松分布, 杂波在场景内随机出现;  $z_k^{i',j}$  表示  $k$  时刻扩展目标  $i'$  的第  $j$  个量测, 其中  $N_{z,k}^{i'}$  表示第  $i'$  个扩展目标量测数目且服从泊松率为  $\gamma_k^{i'}$  的泊松分布。

扩展目标单个量测模型为

$$\mathbf{z}_k = \mathbf{H}_k \mathbf{x}_k + \mathbf{e}_k \quad (4)$$

其中,  $\mathbf{H}_k$  为量测转移矩阵,  $\mathbf{e}_k$  为协方差与外形矩阵  $\mathbf{X}_k$  有关的0均值高斯白噪声。式(4)的量测模型已成功地应用于许多单传感器场景, 然而如何在分布式多传感器上实现还没有得到解决。

## 2.2 扩展目标多伯努利RFS

扩展目标多伯努利随机有限集  $\mathfrak{E}$  是  $M$  个相互独立的扩展目标伯努利随机有限集  $\mathfrak{E}^{(l)}$  的并集, 即  $\mathfrak{E} = \bigcup_{l=1}^M \mathfrak{E}^{(l)}$ , 其中, 每个伯努利随机有限集  $\mathfrak{E}^{(l)}$  的概率密度函数为

$$\pi(\mathfrak{E}^{(l)}) = \begin{cases} 1 - r^{(l)}, & \mathfrak{E} = \emptyset \\ r^{(l)} p^{(l)}(\boldsymbol{\xi}), & \mathfrak{E}^{(l)} = \{\boldsymbol{\xi}\} \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \quad (5)$$

从而多伯努利随机有限集  $\mathfrak{E}$  的概率密度函数  $\pi(\mathfrak{E})$  可以完全由一组  $\{(r^{(l)}, p^{(l)}(\boldsymbol{\xi}))\}_{l=1}^M$  描述,  $r^{(l)}$  表示第  $l$  个伯努利分量的存在概率,  $p^{(l)}(\boldsymbol{\xi})$  表示第  $l$  个伯努利分量的空间分布概率密度函数, 则多伯努利概率密度函数  $\pi(\mathfrak{E})$  为

$$\pi(\mathfrak{E}) = \begin{cases} \prod_{l=1}^M 1 - r^{(l)}, & \mathfrak{E} = \emptyset \\ \pi(\emptyset) \sum_{1 \leq l^1 \neq \dots \neq l^n \leq M} \prod_{j=1}^n \frac{r^{(l^j)} p^{(l^j)}(\boldsymbol{\xi}_j)}{1 - r^{(l^j)}}, & \mathfrak{E} = \{\boldsymbol{\xi}_1, \boldsymbol{\xi}_2, \dots, \boldsymbol{\xi}_n\} \end{cases} \quad (6)$$

## 2.3 GGIW分布

根据文献[14]可将伯努利分量的空间分布概率密度函数  $p^{(l)}(\boldsymbol{\xi})$  近似为GGIW分布混合, 即

$$\begin{aligned} p^{(l)}(\boldsymbol{\xi}) &\approx \sum_{j=1}^{J_l} w_{l,j} \text{GGIW}(\boldsymbol{\xi}_{l,j}; \varsigma_{l,j}) \\ &= \sum_{j=1}^{J_l} w_{l,j} \text{GAM}(\gamma_{l,j}; \alpha_{l,j}, \beta_{l,j}) \\ &\quad \times N(\mathbf{x}_{i,j}; \mathbf{m}_{l,j}, \mathbf{P}_{l,j}) \times \text{IW}_d(\mathbf{X}_{l,j}; \nu_{l,j}, \mathbf{V}_{l,j}) \end{aligned} \quad (7)$$

其中,  $J_l$  为GGIW分量个数;  $\varsigma_{l,j} = \{\alpha_{l,j}, \beta_{l,j}, \mathbf{m}_{l,j}, \mathbf{P}_{l,j}, \nu_{l,j}, \mathbf{V}_{l,j}\}$ ;  $w_{l,j}$  为第  $j$  个GGIW分量权重且  $\sum_{j=1}^{J_l} w_{l,j} = 1$ ;  $\text{GAM}(\gamma_{l,j}; \alpha_{l,j}, \beta_{l,j})$  表示服从形状参数为  $\alpha_{l,j}$ 、逆尺度参数  $\beta_{l,j}$  的伽马分布[14];  $N(\mathbf{x}_{l,j}; \mathbf{m}_{l,j}, \mathbf{P}_{l,j})$  表示服从均值和协方差为  $\mathbf{m}_{l,j}, \mathbf{P}_{l,j}$  的高斯分布[14];  $\text{IW}_d(\mathbf{X}_{l,j}; \nu_{l,j}, \mathbf{V}_{l,j})$  表示服从自由度  $d$  及逆尺度矩阵参数分别为  $\nu_{l,j}, \mathbf{V}_{l,j}$  的逆威夏特(Inverse Wishart, IW)分布[14]。

## 3 扩展目标AA融合

### 3.1 椭圆距离

为了保证多伯努利分布AA融合的闭合性, 需要将多伯努利AA融合拆分成多个并行的伯努利AA融合[19], 因此如何关联不同传感器下同一扩展目标的伯努利分布对后续AA融合至关重要。由于每一个伯努利分布的空间概率密度函数均由GGIW混合近似, 本文利用最大后验估计得到每一个伯努利分量所代表的扩展目标状态估计, 从而将伯努利分布关联转换到扩展目标状态估计关联。

对于椭圆扩展目标之间的距离度量, 文献[17]详细分析了几种可能的椭圆度量并且认为GW距离是描述椭圆扩展目标最适合的度量。GW距离定义为

$$\begin{aligned} \text{GW}(\mathbf{x}_1, \mathbf{X}_1, \mathbf{x}_2, \mathbf{X}_2) &= \|\mathbf{x}_1 - \mathbf{x}_2\| \\ &\quad + \sqrt{\text{tr} \left( \mathbf{X}_1 + \mathbf{X}_2 - 2 \left( \mathbf{X}_1^{1/2} \mathbf{X}_2 \mathbf{X}_1^{1/2} \right)^{1/2} \right)} \end{aligned} \quad (8)$$

其中,  $\|\mathbf{x}\|$  为  $\mathbf{x}$  的2-范数,  $\text{tr}(\cdot)$  为矩阵的迹。然而, GW距离被定义为两个高斯概率分布之间的瓦瑟斯坦距离[20], 但扩展目标估计之间的距离关系并不是高斯概率分布之间的距离。根据文献[14]可知扩展目标质心服从高斯分布, 外形矩阵服从IW分布, 并且外形矩阵状态估计通过IW分布求出, 质心状态估计通过高斯分布求出。

当矩阵  $\mathbf{X}$  服从独立同分布时, 文献[18]提出了一种非欧氏尺寸-形状度量来衡量矩阵之间关系, 并展现了良好的优越性。两个  $d \times d$  维形状矩阵  $\mathbf{X}_1$  和  $\mathbf{X}_2$  的非欧氏尺寸和形状度量定义为

$$d_{\mathbf{X}}(\mathbf{X}_1, \mathbf{X}_2) = \inf_{\mathbf{R} \in \mathbf{O}(d)} \|\mathbf{L}_1 - \mathbf{L}_2 \mathbf{R}\| \quad (9)$$

其中,  $\mathbf{L}_i$  为矩阵  $\mathbf{X}_i$  的一种分解, 即  $\mathbf{X}_i = \mathbf{L}_i \mathbf{L}_i^T$ ,  $\mathbf{O}(d)$  为  $d \times d$  维正交矩阵。本文对矩阵  $\mathbf{X}_i$  采用楚列斯基分解法[17], 即  $\mathbf{L}_i = \text{chol}(\mathbf{X}_i)$ , 且  $\mathbf{L}_i$  为对角元大于0的下三角矩阵。利用普鲁克方法[18]可以得到

$$\hat{\mathbf{R}} = \arg \inf_{\mathbf{R} \in \mathbf{O}(d)} \|\mathbf{L}_1 - \mathbf{L}_2 \mathbf{R}\| = \mathbf{U} \mathbf{V}^T \quad (10)$$

将式(10)代入到式(9)中有

$$d_{\mathbf{X}}(\mathbf{X}_1, \mathbf{X}_2) = \inf_{\mathbf{R} \in \mathbf{O}(d)} \|\mathbf{L}_1 - \mathbf{L}_2 \mathbf{R}\| = \|\mathbf{L}_1 - \mathbf{L}_2 \mathbf{U} \mathbf{V}^T\| \quad (11)$$

其中,  $\|\mathbf{X}\| = \sqrt{\text{tr}(\mathbf{X}^T \mathbf{X})}$ ,  $\mathbf{L}_1^T \mathbf{L}_2 = \mathbf{U} \mathbf{A} \mathbf{V}^T$ ,  $\mathbf{A}$  为有正奇异值的对角矩阵,  $\mathbf{U}, \mathbf{V} \in \mathbf{O}(d)$ .

结合质心欧氏距离和外形矩阵非欧氏尺寸-形状度量, 从而得到了衡量两个椭圆扩展目标估计值的ED公式

$$\text{ED}(\mathbf{r}_1, \mathbf{X}_1, \mathbf{r}_2, \mathbf{X}_2) = \|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2\|_2 + d_{\mathbf{X}}(\mathbf{X}_1, \mathbf{X}_2) \quad (12)$$

根据文献[18]以及欧氏距离的定义, 不难证明ED满足距离的定义。

### 3.2 GGIW-伯努利AA融合

考虑由  $S$  个传感器构成的传感器网络, 每个传感器的检测概率等性能一致, 且各个传感器均没有系统误差。传感器节点  $s$  的局部扩展目标后验密度为  $f_s(\boldsymbol{\Xi})$ , 相应的融合权重  $w_s \geq 0$ , 其中  $s = 1, 2, \dots, S$  且有  $\sum_{s=1}^S w_s = 1$ 。根据AA融合准则[19]可知

$$f_{AA}(\boldsymbol{\Xi}) = \arg \min_{g(\boldsymbol{\Xi})} \sum_{s=1}^S w_s D_{\text{KL}}(f_s(\boldsymbol{\Xi}) \| g(\boldsymbol{\Xi})) \quad (13)$$

其中,  $D_{\text{KL}}(f_s(\boldsymbol{\Xi}) \| g(\boldsymbol{\Xi})) = \int f_s(\boldsymbol{\Xi}) \log_2 \left( \frac{f_s(\boldsymbol{\Xi})}{g(\boldsymbol{\Xi})} \right) d\boldsymbol{\Xi}$ 。

**引理1**[19] 当  $f_s(\boldsymbol{\Xi})$  是存在概率为  $r_s$ , 且空间概率密度函数为  $p_s(\boldsymbol{\xi})$  的伯努利RFS时, 有

$$r_{AA} = \sum_{s=1}^S w_s r_s \quad (14)$$

$$p_{AA}(\boldsymbol{\xi}) = \arg \min_{g(\boldsymbol{\xi})} \sum_{s=1}^S w_s r_s D_{\text{KL}}(p_s(\boldsymbol{\xi}) \| g(\boldsymbol{\xi})) \quad (15)$$

当  $p_s(\boldsymbol{\xi}) \approx \sum_{j=1}^{J_s} w_{s,j} \text{GGIW}(\boldsymbol{\xi}; \zeta_{s,j})$  且  $\sum_{j=1}^{J_s} w_{s,j} = 1$  时, 为保证融合后验密度的封闭性, 融合后的空间概率函数  $p_{AA}(\boldsymbol{\xi})$  仍然要服从GGIW分布。利用引理1, 文献[21,22], 可得到伯努利GGIW空间概率密度AA融合, 即定理1。

**定理1** 当传感器节点  $s$ ,  $s = 1, 2, \dots, S$  的伯努利后验空间概率密度函数  $p_s(\boldsymbol{\xi})$  由GGIW分布近似时, 即  $p_s(\boldsymbol{\xi}) \approx \sum_{j=1}^{J_s} w_{s,j} \text{GGIW}(\boldsymbol{\xi}; \zeta_{s,j})$ , 且  $\sum_{j=1}^{J_s} w_{s,j} = 1$ , 则根据AA融合准则得到融合空间概率密度函数为

$$p_{AA}(\boldsymbol{\xi}) = \text{GGIW}(\boldsymbol{\xi}; \zeta_{AA}) \quad (16)$$

其中,  $\zeta_{AA} = \{\alpha_{AA}, \beta_{AA}, \mathbf{m}_{AA}, \mathbf{P}_{AA}, v_{AA}, \mathbf{V}_{AA}\}$ , 且

$$\mathbf{m}_{AA} = \frac{1}{r_{AA}} \sum_{s=1}^S \sum_{j=1}^{J_s} w_s r_s w_{s,j} \mathbf{m}_{s,j} \quad (17)$$

$$\mathbf{P}_{AA} = \frac{1}{r_{AA}} \sum_{s=1}^S \sum_{j=1}^{J_s} w_s r_s w_{s,j} \cdot (\mathbf{P}_{s,j} + (\mathbf{m}_{AA} - \mathbf{m}_{s,j})(\mathbf{m}_{AA} - \mathbf{m}_{s,j})^T) \quad (18)$$

$$\beta_{AA} = \frac{\alpha_{AA}}{\sum_{s=1}^S \sum_{j=1}^{J_s} w_s r_s w_{s,j} \frac{\alpha_{s,j}}{\beta_{s,j}}} \quad (19)$$

$$\mathbf{V}_{AA} = r_{AA}(v_{AA} - d - 1) \cdot \left( \sum_{s=1}^S \sum_{j=1}^{J_s} w_s r_s w_{s,j} (v_{s,j} - d - 1) \mathbf{V}_{s,j}^{-1} \right)^{-1} \quad (20)$$

而  $\alpha_{AA}$  和  $v_{AA}$  则满足

$$0 = \log_2 \alpha_{AA} - \psi_0(\alpha_{AA}) + \frac{1}{r_{AA}} \sum_{s=1}^S \sum_{j=1}^{J_s} w_s r_s w_{s,j} (\psi_0(\alpha_{s,j}) - \log_2 \beta_{s,j}) - \log_2 \left( \frac{1}{r_{AA}} \sum_{s=1}^S \sum_{j=1}^{J_s} w_s r_s w_{s,j} \frac{\alpha_{s,j}}{\beta_{s,j}} \right) \quad (21)$$

$$0 = r_{AA} d \log_2(v_{AA} - d - 1) - r_{AA} \sum_{h=1}^d \psi_0 \left( \frac{v_{AA} - d - h}{2} \right) + r_{AA} \log_2 r_{AA} - r_{AA} \log_2 \left| \sum_{s=1}^S \sum_{j=1}^{J_s} w_s r_s w_{s,j} (v_{s,j} - d - 1) \mathbf{V}_{s,j}^{-1} \right| + \sum_{s=1}^S \sum_{j=1}^{J_s} \sum_{h=1}^d w_s r_s w_{s,j} \psi_0 \left( \frac{v_{AA} - d - h}{2} \right) - \sum_{s=1}^S \sum_{j=1}^{J_s} w_s r_s w_{s,j} \log_2 |V_{s,j}| \quad (22)$$

### 3.3 算法流程

本节将通过以下4个步骤介绍分布式AA-GGIW-MB跟踪算法。

**步骤1** 传感器通过局部GGIW-CBMeMBer滤波器得到  $k$  时刻局部多伯努利后验密度信息, 即  $\pi_{s,k}(\boldsymbol{\Xi})$ ,  $s = 1, 2, \dots, S$ 。

**步骤2** 通过相邻传感器之间的泛洪通信, 各个传感器均包含相邻传感器的后验密度信息[9], 从而保证融合结果的一致性[16,19]。设传感器间的通信迭代次数为  $t = 0, 1, \dots, T$ ,  $L_s(t)$  表示与第  $s$  个传感器通信需要迭代  $t$  次的传感器的集合。迭代  $t$  次以后, 传感器  $s$  所得到的所有伯努利后验信息集合为

$$\pi_{s,k}^{(t)}(\boldsymbol{\Xi}) = \bigcup_{j \in L_s(\leq t)} \pi_{j,k}(\boldsymbol{\Xi}) \quad (23)$$

其中, 当  $t = 0$  时,  $\pi_{s,k}^{(0)}(\boldsymbol{\Xi}) = \pi_{s,k}(\boldsymbol{\Xi})$ , 通信完成之后, 每个传感器得到的后验概率密度为  $\pi_{s,k}^{(t)}(\boldsymbol{\Xi})$ 。

**步骤3** 将同一扩展目标的伯努利分量关联到同一子集中。伯努利分量距离关联为

$$\text{dist} = \text{ED}(\mathbf{r}_{s,k}^i, \mathbf{X}_{s,k}^i, \mathbf{r}_{s',k}^j, \mathbf{X}_{s',k}^j) \quad (24)$$

其中,  $\mathbf{r}_{s,k}^i$  表示  $k$  时刻传感器节点  $s$  的第  $i$  个伯努利分量的目标估计质心位置,  $\mathbf{r}_{s',k}^j$  表示传感器节点  $s'$  的



第 $j$ 个伯努利分量的目标估计质心位置, 质心估计为均值 $\mathbf{m}_{s,k}^i, \mathbf{m}_{s',k}^j$ ; 外形矩阵 $\mathbf{X}_{s,k}^i$ 和 $\mathbf{X}_{s',k}^j$ 通过IW函数计算为

$$\mathbf{X} = \frac{\mathbf{V}}{v - 2d - 2} \quad (25)$$

$\mathbf{V}, v$ 均来自伯努利分量的GGIW参数。此外需要设置门限阈值 $D_{\max}$ 来控制关联子集。当dist小于阈值 $D_{\max}$ 时, 认为这两个伯努利分量代表的是同一个扩展目标。此外还需设置阈值 $N_{b_{\max}}$ 来确定伯努利子集所代表的是目标而非杂波, 例如文献[16]中, 设置伯努利子集阈值为 $L_s(t)/2$ , 即经过 $t$ 次通信迭代后, 至少有1/2的传感器跟踪到同一扩展目标才认为是真实目标并且保留相应的伯努利后验信息。

步骤4 将关联的伯努利子集进行AA融合。在 $k$ 时刻传感器 $s$ 通过椭圆距离关联法一共关联了 $U_{s,k}$ 个子集, 每个子集的伯努利分量表示同一个扩展目标, 每一子集 $u = 1, 2, \dots, U_{s,k}$ 对应的伯努利分量数为 $J_{s,k}^{(u)}$ , 子集中所有的伯努利分量所在的传感器集合为 $L_{s,k}^{(u)} \subseteq L_{s,k} (\leq T)$ 。将第 $u$ 个子集中的伯努利分量进行AA融合, 即对 $(r_{s,k}^{(u,j)}, p_{s,k}^{(u,j)}(\xi))_{j=1}^{J_{s,k}^{(u)}}$ 进行AA融合, 从而融合后的伯努利存在概率为

$$\bar{r}_{s,k}^{(u)} = \frac{1}{|L_{s,k}^{(u)}|} \sum_{j=1}^{J_{s,k}^{(u)}} r_{s,k}^{(u,j)} \quad (26)$$

空间概率 $\bar{p}_{s,k}^{(u)}(\xi)$ 由定理1给出, 其中, 融合概率为 $w_j = 1/|L_{s,k}^{(u)}|, j = 1, 2, \dots, L_{s,k}^{(u)}$ 。

局部传感器运行GGIW-CBMeMBer滤波之后的目标个数为

$$N_{s,k} = \sum_{j=1}^{M_{s,k}} r_{s,k}^j \quad (27)$$

AA融合之后的个数估计为

$$\bar{N}_{s,k} = \frac{1}{|L_{s,k}(\leq T)|} \sum_{j \in L_{s,k}(\leq T)} N_{j,k} \quad (28)$$

经过AA融合后传感器 $s$ 上的所有关联子集都成为一个新的伯努利分量, 即 $\left\{ \bar{r}_{s,k}^{(u)}, \left\{ \bar{p}_{s,k}^{(u,j)}(\xi) \right\}_j \right\}_{j=1}^{U_{s,k}}$ 。

## 4 仿真实验

### 4.1 仿真设置

设置如图1所示的9个传感器的分布式网络图。整个场景的范围设置为 $[-450 \text{ m}, 450 \text{ m}] \times [-450 \text{ m}, 450 \text{ m}]$ , 所有传感器都分布在此范围且每个传感器的视场均覆盖整个场景。目标质心状态记为 $[x_k, \dot{x}_k, y_k, \dot{y}_k, \omega_k]$ , 其中 $[x_k, y_k]$ 表示的是当前目标位

置, 单位为m;  $[\dot{x}_k, \dot{y}_k]$ 表示质心速度, 单位为m/s;  $\omega_k$ 为转弯率, 单位为rad/s。新生扩展目标的高斯分布协方差均为:  $\mathbf{P}_B = \text{diag}([1, 1, 1, 1, 6(\pi/180)]^T)^2$ , 均值由真实目标新生位置所确定。新生扩展目标的外形的IW参数为:  $v_B = 12, \mathbf{V}_B = 12\text{diag}([1, 1])$ , 以及量测数目服从的伽马分布参数为:  $\alpha_B = 32, \beta_B = 4$ 。

存活单扩展目标的质心状态转移模型为

$$\mathbf{x}_{k|k-1} = \mathbf{F}(\omega_{k-1})\mathbf{x}_{k-1} + \mathbf{w}_k \quad (29)$$

其中,  $\mathbf{w}_k$ 是均值为0、协方差为 $\mathbf{Q}_k$ 的高斯白噪声;  $\mathbf{F}(\omega_{k-1})$ 和 $\mathbf{Q}_k$ 分别为

$$\mathbf{F}(\omega_{k-1}) = \begin{bmatrix} 1 & \frac{\sin \omega \Delta}{\omega} & 0 & -\frac{1 - \cos \omega \Delta}{\omega} & 0 \\ 0 & \cos \omega \Delta & 0 & -\sin \omega \Delta & 0 \\ 0 & \frac{1 - \cos \omega \Delta}{\omega \Delta} & 1 & \frac{\sin \omega \Delta}{\omega \Delta} & 0 \\ 0 & \sin \omega \Delta & 0 & \cos \omega \Delta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{Q}_k = \begin{bmatrix} \Delta^4/4 & \Delta^3/2 & 0 & 0 & 0 \\ \Delta^3/2 & \Delta^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \Delta^4/4 & \Delta^3/2 & 0 \\ 0 & 0 & \Delta^3/2 & \Delta^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \sigma^2 \end{bmatrix} \quad (30)$$

其中,  $\Delta = 1 \text{ s}$ 为采样周期;  $\sigma = (\pi/180) \text{ rad/s}$ 。每个传感器 $s \in S$ 都依检测概率Pd产生量测数目服从均值为 $\lambda_\xi = 7$ 的泊松分布和杂波量测数目服从均值为 $\lambda_\kappa = 60$ 的泊松分布。式(6)中的量测转移矩阵为

$$\mathbf{H}_k = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

滤波性能通过广义最优子模式分配(Generalized Optimal Sub-Pattern Assignment, GOSPA)<sup>[23]</sup>和最优子模式分配(Optimal Sub-Pattern Assign-

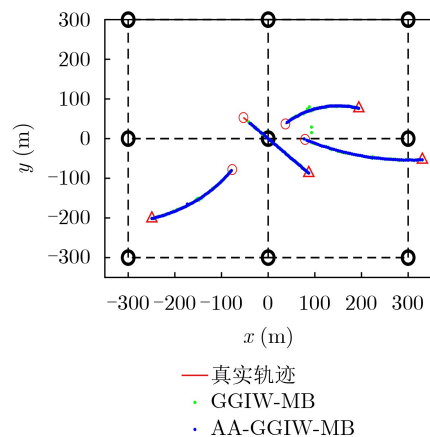


图1 跟踪结果

ment, OSPA)<sup>[24]</sup>进行评估, 本文中设置 $c = 10$  m,  $p = 1$ , GOSPA是OSPA的推广, GOSPA在OSPA仅考虑质心的误差上进一步考虑扩展目标外形误差。

本文依照文献[16]设置3种不同信息一致跟踪算法与本文提出的算法进行对比, 分别为: 标准的势分布信息一致跟踪算法(GGIW-MB-Standard-Cardinality Consensus, GGIW-MB-Standard-CC), 即使多伯努利分布的势分布信息一致; 伯努利的势分布信息一致跟踪算法(GGIW-MB-Cardinality Consensus, GGIW-MB-CC), 即先关联再融合, 使得同一扩展目标的伯努利分布的势分布信息一致; 伯努利后验信息一致跟踪算法(GGIW-MB-Consensus), 同样是先对同一扩展目标的伯努利关联后, 再按照标准的信息一致方法进行伯努利后验信息融合。

#### 4.2 多扩展目标非线性运动

场景内存在4个目标, 目标质心状态以及出现时间和消失时间如表1, 所有目标的存活概率为 $P_s = 0.98$ , 场景内目标外形的方位角及长短轴均为 $[0 \text{ rad}; 0.8 \text{ m}; 1 \text{ m}]$ , 每个目标的转弯率各不相同, 同时场景内扩展目标数目最大为4。实验中, 不考虑传感器视场限制且所有传感器的检测概率均为 $P_d = 0.9$ , 传感器网络的泛洪通信迭代最大值为 $T = 4$ 。伯努利关联阈值 $D_{\max} = 10$ , 以及伯努利子集阈值 $Nb_{\max} = L_s(t)/2$ 。运行100次蒙特卡罗(Monte Carlo, MC)仿真实验, 并统计仿真结果的GOSPA误差和OSPA误差, 仿真实验结果如图1—图6所示, 其中GGIW-MB表示的是局部传感器的滤波结果, AA-GGIW-MB代表传感器之间泛洪通信迭代4次滤波结果。

图1表示真实轨迹和滤波估计图, 其中黑色圆圈为传感器位置, 传感器之间虚线表示传感器之间能进行信息交换; 为表示清楚, 仅展示了扩展目标的质心位置。从图2目标个数随时间变化可知: AA-GGIW-MB算法的目标个数估计整体上与真实值接近, 要优于其他3种不同信息一致算法以及GGIW-MB算法; 在 $k = 10, 20, 30$ 处, 由于场景内出现新目标, AA-GGIW-MB跟踪算法的目标个数估计偏差较为明显但仍然更接近真实值, 这表明AA-GGIW-MB跟踪算法在目标数目估计上更有优势。

表1 场景内目标状态及存活时间

目标	目标质心状态	出现时刻(s)	消失时刻(s)
目标1	$[75; 4; 0; -2; \pi/360]$	1	59
目标2	$[-75; -2; -75; -3; -\pi/270]$	10	69
目标3	$[35; 2; 35; 2; -\pi/180]$	20	69
目标4	$[-55; 2; 55; -2; 0]$	30	100

图3和图4表示OSPA和GOSPA误差随时间变化图。通过OSPA误差图可知: 相较于GGIW-MB和其他3种跟踪算法, 本文提出的AA-GGIW-MB算法跟踪性能更好; 此外, 在 $k = 10, 20$ 等处出现峰值, 这是因为场景内有新目标出现。通过图4的GOSPA误差图可以看出: 当场景内出现新目标时,

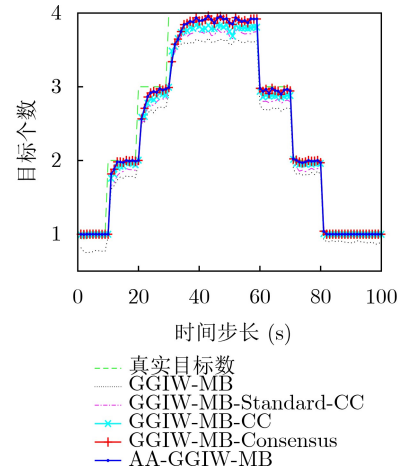


图2 目标个数

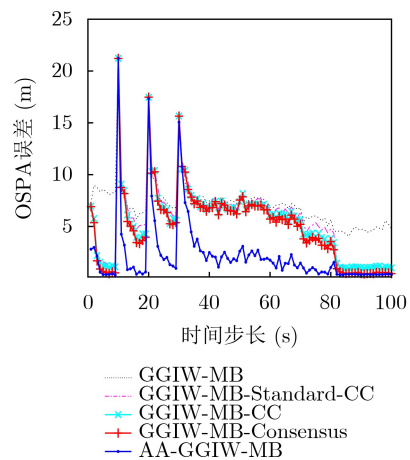


图3 OSPA误差图

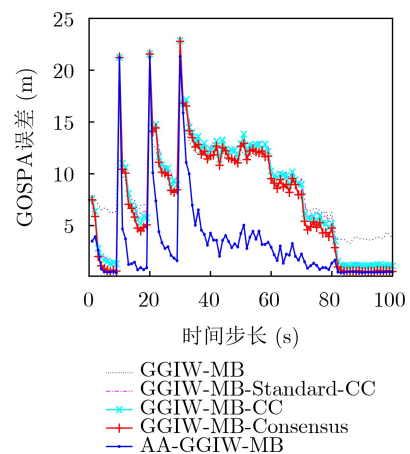


图4 GOSPA误差图

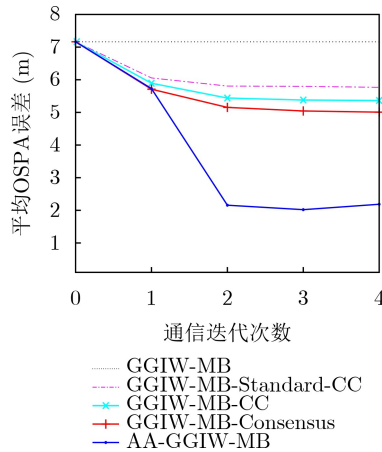


图5 平均OSPA误差图

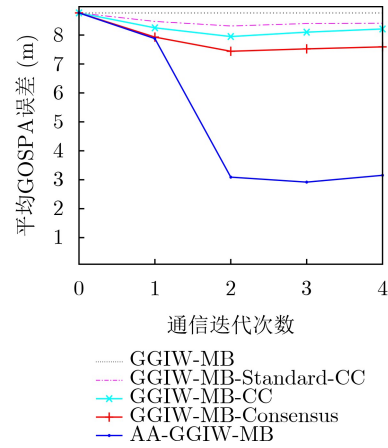


图6 平均GOSPA误差图

GOSPA误差存在波动，但整体上AA-GGIW-MB算法跟踪算法误差更小，受场景内出现的新目标影响更小，这表明AA-GGIW-MB算法跟踪性能更好。

为了探究不同通信迭代次数对跟踪性能的影响，本文对不同通信迭代次数下的平均OSPA和平均GOSPA误差进行统计，图5和图6比较了不同通信迭代次数与平均OPSA和平均GOSPA误差关系， $T = 1$ 代表局部传感器节点仅仅与相邻传感器交换后验密度信息。当传感器只进行1次信息交换时，很难保证同一伯努利子集中的伯努利分量个数大于阈值 $Nb_{max}$ ，而且关联到同一扩展目标的伯努利分量数量较少，从而导致平均OPSA和平均GOSPA误差较大。而通信迭代2次之后，与同一个传感器通信的传感器数量增多，获取的伯努利后验信息更多，此时关联到同一扩展目标的伯努利分量数量增多，融合效果更好，因而平均OSPA误差以及平均GOSPA误差将减小。但通信迭代3次与迭代4次的平均OSPA以及平均GOSPA误差相差不大，因而可以在保证误差的情况下减少通信次数，从而减少通信代价。

为了进一步探究场景设置参数的变化对算法效果的影响，在4.1节的实验场景基础上，考虑了不同杂波(泊松)率下以及检测概率的实验场景。表2为不同场景参数下GGIW-MB以及AA-GGIW-MB算法的GOSPA误差和OSPA误差结果，其中 $(Pd, \lambda_{\kappa})$ 表示检测概率 $Pd$ 以及杂波率 $\lambda_{\kappa}$ 。通过表2可知，在不同场景设置参数下本文所提算法仍然能够有效提升目标跟踪性能。

表2 不同场景设置参数 $(Pd, \lambda_{\kappa})$ 的GOSPA误差和OSPA误差(m)

	(0.7,30)		(0.7,60)		(0.9,30)		(0.9,60)	
	GOSPA	OSPA	GOSPA	OSPA	GOSPA	OSPA	GOSPA	OSPA
GGIW-MB	1764.0	1440.4	1843.8	1510.4	904.7	729.6	933.1	757.3
AA-GGIW-MB	1492.0	1134.5	1463.6	1107.6	372.4	242.7	382.1	249.4

### 5 结束语

针对分布式多传感网络下的多扩展目标跟踪问题，本文提出的AA-GGIW-MB滤波器能够有效提升扩展目标跟踪性能。相较于GW距离，ED对于扩展目标伯努利后验关联更合理。通过目标跟踪实验可知，利用ED关联后验信息，将关联后的后验信息以AA融合算法进行融合，并以此能够提升跟踪性能。该算法相比传统单传感器跟踪算法在目标数目估计方面更精准，并且GOSPA误差和OSPA误差更小。虽然本算法的目标数目估计相较于单传感器有一定的提升，但仍然不足，目标数目估计准确性的进一步提升以及考虑不同传感器视场下同一扩展目标的不同外形表现是未来需要深入研究的工作。

### 参考文献

- [1] DA Kai, LI Tiancheng, ZHU Yongfeng, *et al.* Recent advances in multisensor multitarget tracking using random finite set[J]. *Frontiers of Information Technology & Electronic Engineering*, 2021, 22(1): 5-24. doi: 10.1631/FITEE.2000266.
- [2] GAO Lin, BATTISTELLI G, and CHISCI L. Multiobject fusion with minimum information loss[J]. *IEEE Signal Processing Letters*, 2020, 27: 201-205. doi: 10.1109/LSP.2019.2963817.
- [3] 杨标, 朱圣棋, 余昆, 等. 贪婪的量化划分机制下的多传感器多机动目标跟踪算法[J]. *电子与信息学报*, 2021, 43(7):

- 1962–1969. doi: [10.11999/JEIT200498](https://doi.org/10.11999/JEIT200498).
- YANG Biao, ZHU Shengqi, YU Kun, *et al.* Multi-sensor multiple maneuvering targets tracking algorithm under greedy measurement partitioning mechanism[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2021, 43(7): 1962–1969. doi: [10.11999/JEIT200498](https://doi.org/10.11999/JEIT200498).
- [4] LI Tiancheng and HLAWATSCH F. A distributed particle-PHD filter using arithmetic-average fusion of Gaussian mixture parameters[J]. *Information Fusion*, 2021, 73: 111–124. doi: [10.1016/j.inffus.2021.02.020](https://doi.org/10.1016/j.inffus.2021.02.020).
- [5] BATTISTELLI G, CHISCI L, FANTACCI C, *et al.* Consensus CPHD filter for distributed multitarget tracking[J]. *IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing*, 2013, 7(3): 508–520. doi: [10.1109/JSTSP.2013.2250911](https://doi.org/10.1109/JSTSP.2013.2250911).
- [6] MAHLER R P S. Optimal/robust distributed data fusion: A unified approach[C]. SPIE 4052, Signal Processing, Sensor Fusion, and Target Recognition IX, Orlando, USA, 2000: 128–138. doi: [10.1117/12.395064](https://doi.org/10.1117/12.395064).
- [7] DA Kai, LI Tiancheng, ZHU Yongfeng, *et al.* Kullback-Leibler Averaging for Multitarget Density Fusion[M]. Cham: Springer, 2020: 253–261. doi: [10.1007/978-3-030-23887-2\\_29](https://doi.org/10.1007/978-3-030-23887-2_29).
- [8] LI Tiancheng, FAN Hongqi, GARCÍA J, *et al.* Second-order statistics analysis and comparison between arithmetic and geometric average fusion: Application to multi-sensor target tracking[J]. *Information Fusion*, 2019, 51: 233–243. doi: [10.1016/j.inffus.2019.02.009](https://doi.org/10.1016/j.inffus.2019.02.009).
- [9] LI Tiancheng, CORCHADO J M, and PRIETO J. Convergence of distributed flooding and its application for distributed Bayesian filtering[J]. *IEEE Transactions on Signal and Information Processing over Networks*, 2017, 3(3): 580–591. doi: [10.1109/TSIPN.2016.2631944](https://doi.org/10.1109/TSIPN.2016.2631944).
- [10] LI Tiancheng, CORCHADO J M, and SUN Shudong. Partial consensus and conservative fusion of Gaussian Mixtures for distributed PHD fusion[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2019, 55(5): 2150–2163. doi: [10.1109/TAES.2018.2882960](https://doi.org/10.1109/TAES.2018.2882960).
- [11] THORMANN K and BAUM M. Fusion of elliptical extended object estimates parameterized with orientation and axes lengths[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2021, 57(4): 2369–2382. doi: [10.1109/TAES.2021.3057651](https://doi.org/10.1109/TAES.2021.3057651).
- [12] LI Guchong, LI Gang, and HE You. Distributed GGIW-CPHD-Based extended target tracking over a sensor network[J]. *IEEE Signal Processing Letters*, 2022, 29: 842–846. doi: [10.1109/LSP.2022.3158589](https://doi.org/10.1109/LSP.2022.3158589).
- [13] 裴佳. 基于随机超曲面的多扩展目标跟踪算法研究[D]. [硕士学位论文], 西安电子科技大学, 2017.
- PEI Jia. Research on algorithms of multiple extended targets tracking based on random hypersurface model[D]. [Master dissertation], Xidian University, 2017.
- [14] LUNDQUIST C, GRANSTRÖM K, and ORGUNER U. An extended target CPHD filter and a gamma Gaussian inverse Wishart implementation[J]. *IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing*, 2013, 7(3): 472–483. doi: [10.1109/JSTSP.2013.2245632](https://doi.org/10.1109/JSTSP.2013.2245632).
- [15] 连峰, 马冬冬, 元向辉, 等. 扩展目标CBMeMber滤波器及其高斯混合实现[J]. *控制与决策*, 2015, 30(4): 611–616. doi: [10.13195/j.kzyjc.2014.0286](https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2014.0286).
- LIAN Feng, MA Dongdong, YUAN Xianghui, *et al.* CBMeMber filter for extended targets and its Gaussian mixture implementations[J]. *Control and Decision*, 2015, 30(4): 611–616. doi: [10.13195/j.kzyjc.2014.0286](https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2014.0286).
- [16] LI Tiancheng, WANG Xiaoxu, LIANG Yan, *et al.* On arithmetic average fusion and its application for distributed Multi-Bernoulli multitarget tracking[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2020, 68: 2883–2896. doi: [10.1109/TSP.2020.2985643](https://doi.org/10.1109/TSP.2020.2985643).
- [17] YANG Shishan, BAUM M, and GRANSTRÖM K. Metrics for performance evaluation of elliptic extended object tracking methods[C]. 2016 IEEE International Conference on Multisensor Fusion and Integration for Intelligent Systems. Baden-Baden, Germany, 2016: 523–528.
- [18] DRYDEN I L, KOLOYDENKO A, and ZHOU K D. Non-Euclidean statistics for covariance matrices, with applications to diffusion tensor imaging[J]. *The Annals of Applied Statistics*, 2009, 3(3): 1102–1123. doi: [10.1214/09-AOAS249](https://doi.org/10.1214/09-AOAS249).
- [19] LI Tiancheng, LIU Zhunga, and PAN Quan. Distributed Bernoulli filtering for target detection and tracking based on arithmetic average fusion[J]. *IEEE Signal Processing Letters*, 2019, 26(12): 1812–1816. doi: [10.1109/LSP.2019.2950588](https://doi.org/10.1109/LSP.2019.2950588).
- [20] GIVENS C R and SHORTT R M. A class of Wasserstein metrics for probability distributions[J]. *The Michigan Mathematical Journal*, 1984, 31(2): 231–240. doi: [10.1307/](https://doi.org/10.1307/)



- [mmj/1029003026](#).
- [21] GRANSTRÖM K and ORGUNER U. On the reduction of Gaussian Inverse Wishart mixtures[C]. 2012 15th International Conference on Information Fusion, Singapore, 2012: 2162–2169.
- [22] GRANSTRÖM K and ORGUNER U. Estimation and maintenance of measurement rates for multiple extended target tracking[C]. 2012 15th International Conference on Information Fusion, Singapore, 2012: 2170–2176.
- [23] RAHMATHULLAH A S, GARCÍA-FERNÁNDEZ Á F, and SVENSSON L. Generalized optimal sub-pattern assignment metric[C]. 2017 20th International Conference on Information Fusion, Xi'an, China, 2017: 1–8. doi: [10.23919/ICIF.2017.8009645](#).
- [24] VO B T, VO B N, HOSEINNEZHAD R, *et al.* Robust Multi-Bernoulli filtering[J]. *IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing*, 2013, 7(3): 399–409. doi: [10.1109/JSTSP.2013.2252325](#).
- 吴孙勇: 男, 教授, 博士生导师, 研究方向为阵列信号处理、信息融合、弱目标检测和跟踪等.
- 郑翔飞: 男, 硕士生, 研究方向为扩展目标跟踪、多传感信息融合、随机有限集.
- 李天成: 男, 教授, 博士生导师, 研究方向为多传感信息融合、多目标跟踪、雷达组网等.
- 胡青霜: 女, 硕士生, 研究方向为扩展目标跟踪、随机有限集.
- 吕晓燕: 女, 硕士生, 研究方向为扩展目标跟踪、随机有限集.

责任编辑: 余蓉