

基于联合似然函数的多扩展目标广义标签多伯努利滤波器

刘艺多 姬红兵* 张永权
(西安电子科技大学 西安 710077)

摘要: 高分辨率雷达监视系统可观测到区域内不同形状的多扩展目标, 可靠的形状估计有利于提高扩展目标跟踪性能, 并可作为战场态势评估的重要依据。该文针对不同形状多扩展目标跟踪问题, 提出一种基于联合似然函数的广义标签多伯努利(JL-GLMB)滤波器, 可实现目标数目、航迹以及形状的精确定估计。首先, 将目标形状建模为星凸集, 并利用非线性量测变换滤波器更新GLMB分布中的高斯分量, 有效提高扩展目标状态估计精度。然后, 通过对数加权融合策略, 构造联合似然函数, 综合衡量扩展目标和量测单元之间的相似程度。最后, 基于吉布斯采样, 提出快速计算扩展目标状态后验概率密度的方法, 有效提高数据关联的准确率和计算效率。仿真实验结果表明, 所提滤波器能够有效估计不同形状的多扩展目标状态, 且在杂波环境下具有稳定的势估计。

关键词: 多扩展目标跟踪; 随机有限集; 星凸集模型; 非线性估计

中图分类号: TN953

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2023)04-1303-10

DOI: 10.11999/JEIT220213

A Multiple Extended Target Generalized Labeled Multi-Bernoulli Filter Based on Joint Likelihood Function

LIU Yiduo JI Hongbing ZHANG Yongquan

(School of Electronic Engineering, Xidian University, Xi'an 710077, China)

Abstract: High-resolution radar systems monitor multiple extended targets with different shapes in a surveillance area. Reliable shapes estimation can effectively improve tracking performance and are crucial to battle-field situation evaluations. In this paper, a Joint Likelihood based Generalized Labeled Multi-Bernoulli (JL-GLMB) filter is proposed to estimate accurately the number of targets, target tracks, and target shapes. Firstly, the extended target is modeled as a star-convex set, and Gaussian components in the GLMB density are updated by the measurement transformation filter to improve the accuracy of state estimation. Then, a joint likelihood function is constructed by log-weighted fusion strategy to measure comprehensively the similarity between extended target and measurement cell. Finally, a fast approximation method for posterior probability density is proposed based on Gibbs sampling, which improves the accuracy and efficiency of the data association. Simulation results show that the proposed algorithm can effectively estimate multiple extended target states of different shapes, and provide stable cardinality estimation in the clutter environment compared to traditional multiple extended target tracking.

Key words: Multiple extended target tracking; Random finite set; Star-convex set model; Nonlinear estimation

1 引言

随着现代雷达技术的快速发展, 高分辨率雷达

可接收到同一目标的多个散射点产生的多个量测, 这些量测提供了比传统点目标更加丰富的信息, 包括目标的运动规律和形态特征等^[1], 综合利用这些扩展信息, 可以更加准确地估计目标的运动状态和扩展状态, 有效提高目标跟踪系统的性能, 因此扩展目标跟踪成为目标跟踪领域的研究热点^[2]。

由于季节、大气、光照、视角等因素的影响, 目标散射点随时间会发生变化, 且其产生的量测还会受到随机噪声的干扰^[3]。因此, 利用不确定的量测估计目标形状特性一直是扩展目标跟踪研究的难点。现有的扩展目标形状建模方法通常将目标建模

收稿日期: 2022-03-01; 改回日期: 2022-07-08; 网络出版: 2022-07-15

*通信作者: 姬红兵 hbji@xidian.edu.cn

基金项目: 国家自然科学基金(61871301), 中国博士后科学基金(2020T130494, 2018M633470), 中央高校基本科研业务费专项资金(XJS210211)

Foundation Items: The National Natural Science Foundation of China (61871301), China Postdoctoral Science Foundation (2020T130494, 2018M633470), The Fundamental Research Funds for the Central Universities (XJS210211)

为特定的几何形状^[4-7],例如,自行车建模为直线段、汽车建模为矩形、飞机和舰艇建模为椭圆形等。然而,这些算法只能粗略估计目标的长度和宽度,不能准确估计目标的形状,损失了可用的量测信息。为此,文献[8]提出星凸集模型,它通过形状自适应变化对各种形状的目标进行建模,并准确描述目标形状细节,但其构造的量测方程具有较强的非线性和随机性,难以直接获得目标状态估计的解析解。为了解决目标状态的非线性估计问题,文献[9]通过目标中心与量测之间的马氏距离构造伪量测,估计目标的运动状态和扩展状态。随后,文献[10]提出基于闭合形式似然函数的粒子滤波算法。为了提高算法的鲁棒性,文献[11]利用高斯过程回归拟合目标形状函数的后验概率密度,并通过扩展卡尔曼滤波实现递推过程。随后,文献[12]提出基于量测变换的非线性滤波(Measurement Transformation Nonlinear Filter, MT-NF)算法跟踪扩展目标,该算法通过非线性变换充分利用量测信息,在保证算法计算效率的同时提高了目标状态估计精度。

近年来,针对多扩展目标跟踪问题,随机有限集(Random Finite Set, RFS)理论简化了目标和量测的关联关系,并能够处理由目标新生、衍生、合并和消亡等现象导致目标数目变化的问题,为多扩展目标跟踪提供了全新的解决思路^[13]。文献[14]将目标形状建模为椭圆形,提出高斯逆威沙特概率假设密度滤波器。为了估计未知目标量测数目,文献[15]利用伽马分布对空间分布模型中的量测率进行建模,提出伽马高斯逆威沙特(Gamma Gaussian Inverse Wishart, GGIW)势概率假设密度滤波器,可在低检测概率和密集杂波环境中,提高目标数目的估计精度。为了显示目标航迹变化情况,文献[16]将标签引入RFS,提出广义标签多伯努利(Generalized Labelled Multi-Bernoulli, GLMB)滤波器。随后,文献[17]将GGIW与GLMB相结合,为椭圆形扩展目标提供可靠的航迹估计。然而,椭圆形模型仅能描述目标的长度、宽度和方向等简单形状特征,难以全面刻画复杂目标的形状,不利于后续的目标识别和分类。为了进一步跟踪复杂形状扩展目标,文献[18]将星凸集模型引入标签随机有限集中,提出基于高斯过程回归(Gaussian Process Regression, GPR)的GLMB滤波器。文献[19]通过分离似然函数,将基于高斯过程回归的GLMB滤波算法应用于激光雷达智能汽车跟踪系统,验证了多扩展目标跟踪算法的实际应用效果。然而,上述算法仍然无法准确估计不同形状的扩展目标,尤其在杂波环境中。

本文提出一种基于联合似然函数的GLMB滤波器,可实现对不同形状的多扩展目标跟踪。该滤波器将扩展目标形状建模为星凸集,并利用非线性量测变换估计扩展目标的状态,以更新GLMB分布中的每一个高斯分量。然后,对目标运动状态和扩展状态似然函数进行加权融合,通过构造扩展目标联合似然函数计算每一个高斯分量的权重,并利用RFS理论推导出多扩展目标状态后验概率密度的一步递推公式,进而构造该滤波器一步联合预测与更新的关联矩阵。为了提高数据关联的计算效率,利用吉布斯采样快速计算关联映射的有效样本值,进而近似多扩展目标状态的后验概率密度,提高目标状态的估计精度。仿真实验结果验证了所提算法的有效性和稳定性。

2 非线性量测变换

2.1 星凸集模型

星凸集是凸集的拓展,具有广义凸性^[20]。若选取目标中心作为星凸集的中心点,则 k 时刻扩展目标的形状可建模为星凸集,即

$$\mathcal{S}(\mathbf{x}_k, \mathbf{p}_k) = \{ \mathbf{H}\mathbf{x}_k + s \cdot r(\phi, \mathbf{p}_k) \cdot \mathbf{e}(\phi) \mid s \in [0, 1], \phi \in [0, 2\pi] \} \quad (1)$$

其中, \mathbf{H} 为观测矩阵; $\mathbf{x}_k = [\mathbf{m}_k, \mathbf{v}_k, \mathbf{a}_k]$ 为运动状态,包括目标中心位置、速度和加速度; s 为尺度参数; ϕ 为角度参数; $\mathbf{p}_k = [a_k^{(0)}, a_k^{(1)}, b_k^{(1)}, \dots, a_k^{(N_F)}, b_k^{(N_F)}]$ 为扩展状态; $r(\phi, \mathbf{p}_k) \triangleq a^{(0)}/2 + \sum_{n=1}^{N_F} [a^{(n)} \cos(n\phi) + b^{(n)} \sin(n\phi)]$ 表示目标边界的径向函数; $\mathbf{e}(\phi) \triangleq [\cos(\phi), \sin(\phi)]^T$ 表示从极坐标系变换到直角坐标系的单位向量。

星凸集模型的量测方程分为两部分,第1部分是根据目标的形状建模散射点 $\mathbf{y}_{k,i}$ 在目标表面的分布,第2部分是根据散射点的分布和传感器的特性建模量测的产生过程。 k 时刻扩展目标的量测方程为

$$\mathbf{z}_{k,i} = \mathbf{y}_{k,i} + \mathbf{v}_{k,i} = \mathbf{H}\mathbf{x}_k + s_{k,i} \cdot r(\mathbf{p}_k, \phi_{k,i}) \cdot \mathbf{e}(\phi_{k,i}) + \mathbf{v}_{k,i} \quad (2)$$

其中, $\mathbf{v}_{k,i}$ 为独立同分布的量测噪声,且 $\mathbf{v}_{k,i} \sim \mathcal{N}(\mathbf{0}, \Sigma_v)$ 。

2.2 MT-NF算法

MT-NF算法具有目标状态估计精度高、计算效率高等优点^[12]。在更新过程中,MT-NF为两阶段非线性滤波器,第1阶段估计目标的运动状态,第2阶段利用非线性量测变换提取量测的尺度参数和角度参数,并将其映射到高维空间,使得变换后的量测模型近似为线性,估计目标的扩展状态。

根据量测模型式(2),可构造非线性量测变换^[2],即

$$\mathbf{M}_{k,i} \triangleq f^M(\mathbf{z}_{k,i}, \hat{\mathbf{x}}_k) = [\rho_{k,i}, \cos(\varphi_{k,i}), \sin(\varphi_{k,i}), \dots, \cos(N_F \varphi_{k,i}), \sin(N_F \varphi_{k,i})]^T \quad (3)$$

其中, $\hat{\mathbf{x}}_k$ 为 k 时刻运动状态的估计值, $\rho_{k,i}$ 和 $\varphi_{k,i}$ 为量测 $\mathbf{z}_{k,i}$ 在以目标中心为原点的局部极坐标系中的坐标。那么, 变换后的量测方程为

$$\mathbf{M}_{k,i} = \mathbf{H}^M(\hat{\mathbf{x}}_k) \mathbf{p}_k + \mathbf{v}_{k,i}^M \quad (4)$$

其中, $\mathbf{H}^M(\hat{\mathbf{x}}_k)$ 和 $\mathbf{v}_{k,i}^M$ 的详细形式可参阅文献[12]。根据变换后的量测方程式(4), 依次利用变换的量测 $\mathbf{M}_{k,i}$ 更新目标的扩展状态, 其均值向量为 $\boldsymbol{\mu}_{k,i}^p = \boldsymbol{\mu}_{k,i-1}^p + \mathbf{K}_{k,i}^p (\mathbf{M}_{k,i} - \boldsymbol{\mu}_{k,i}^M)$ 和协方差矩阵为 $\boldsymbol{\Sigma}_{k,i}^p = \boldsymbol{\Sigma}_{k,i-1}^p \mathbf{K}_{k,i}^p \mathbf{S}_{k,i}^p (\mathbf{K}_{k,i}^p)^T$, 其中, 参数 $\boldsymbol{\mu}_{k,i}^M$, $\mathbf{S}_{k,i}^p$ 和 $\mathbf{K}_{k,i}^p$ 可通过基于采样点的非线性滤波方法计算。

3 基于联合似然函数的GLMB滤波器

3.1 多扩展目标状态

对于多扩展目标跟踪, 标签RFS能够描述扩展目标状态的不确定性, 且能够为扩展目标提供唯一的标识。假设 k 时刻扩展目标状态向量为 $\boldsymbol{\xi}_k = (\mathbf{x}_k, \mathbf{p}_k, \mathbf{l}_k) \in \mathbb{X} \times \mathbb{P} \times \mathbb{L}_k$, 其中 \mathbf{x}_k 为运动状态, \mathbf{p}_k 为扩展状态, $\mathbf{l}_k = [k, l]$ 为目标标签, 则多扩展目标状态可建模为标签RFS $\boldsymbol{\Xi}_k = \{\xi_{k,1}, \xi_{k,2}, \dots, \xi_{k,N_k}\}$, 其中 $N_k = |\boldsymbol{\Xi}_k|$ 为 k 时刻扩展目标的数目。那么, 多扩展目标状态的后验概率密度则服从GLMB分布, 即

$$\pi(\boldsymbol{\Xi}_k) = \Delta(\boldsymbol{\Xi}_k) \sum_{c \in \mathbb{C}} \omega^{(c)}(\mathcal{L}(\boldsymbol{\Xi}_k)) \left[p^{(c)} \right]^{\boldsymbol{\Xi}_k} \quad (5)$$

其中, \mathbb{C} 为离散索引集合, $\mathcal{L}(\boldsymbol{\xi}_k) \triangleq \mathcal{L}((\mathbf{x}_k, \mathbf{p}_k, \mathbf{l}_k)) = \mathbf{l}_k$ 为标签投影函数, $\Delta(\boldsymbol{\Xi}_k) \triangleq \delta_{|\boldsymbol{\Xi}_k|}(\mathcal{L}(\boldsymbol{\Xi}_k))$ 为指示函数, $\Delta(\boldsymbol{\Xi}_k) = 1$ 表示标签RFS $\boldsymbol{\Xi}_k$ 中的标签互异, $\omega^{(c)}(\cdot)$ 为关联假设的权重, $p^{(c)}$ 为单扩展目标概率密度。

3.2 联合似然函数

由于每个时刻每个扩展目标产生多个量测, 多扩展目标跟踪算法需要先进行量测划分, 再考虑扩展目标与量测单元之间的关联。当量测数目增加时, 所有可能的划分数目也急剧增长, 如果只利用扩展目标与量测单元之间的距离构造似然函数, 当两个目标靠近时, 则无法确定量测单元与扩展目标的关联关系; 反之, 如果只利用目标形状与量测单元空间范围的相似程度构造似然函数, 当两个目标形状相似时, 也无法确定量测单元与扩展目标的关联关系。上述现象将造成GLMB分布中相似关联假设的增多, 导致数据关联的准确率和计算效率都大幅度下降。为此, 本文利用2.2节的非线性量测变换构造一种联合似然函数, 能够有效区分不同位置不同形状的扩展目标, 提高了多扩展目标状态的估计精度, 同时避免关联假设数目过于庞大。

多扩展目标量测模型包含了目标量测 $\mathbf{D}(\boldsymbol{\xi}_k)$ 和杂波 \mathbf{K}_k , k 时刻多扩展目标似然函数可表示为

$$g(\mathbf{Z}_k | \boldsymbol{\Xi}_k) = \pi_{\mathbf{K}}(\mathbf{Z}_k) \sum_{j=1}^{|\boldsymbol{\Xi}_k|+1} \sum_{\substack{\mathcal{U}(\mathbf{Z}_k) \in \mathcal{P}_j(\mathbf{Z}_k) \\ \theta \in \Theta(\mathcal{U}(\mathbf{Z}_k))}} \left[\psi_{\mathcal{U}_{\theta(\mathbf{l}_k)}(\mathbf{Z}_k)}(\cdot, \theta) \right]^{\boldsymbol{\Xi}_k} \quad (6)$$

其中, $\pi_{\mathbf{K}}(\mathbf{K}_k) = e^{-\kappa} \kappa^{\mathbf{K}_k}$ 为杂波的概率密度函数, $\mathcal{P}_j(\mathbf{Z}_k)$ 为将量测集 \mathbf{Z}_k 划分为包含 j 个量测单元所有划分的集合, $\mathcal{U}(\mathbf{Z}_k) \in \mathcal{P}_j(\mathbf{Z}_k)$ 表示某一个特定划分, 其由 j 个量测单元组成 $\mathcal{U}(\mathbf{Z}_k) = \{\mathbf{W}_1, \mathbf{W}_2, \dots, \mathbf{W}_j\}$ 。假设 k 时刻多扩展目标状态为 $\boldsymbol{\Xi}_k$, $\theta: \mathcal{L}(\boldsymbol{\Xi}_k) \rightarrow \{0, 1, \dots, |\mathcal{U}(\mathbf{Z}_k)|\}$ 表示满足条件 $\theta(\mathbf{l}) = \theta(\mathbf{l}') > 0 \Rightarrow \mathbf{l} = \mathbf{l}'$ 的关联映射, $\Theta(\mathcal{U}(\mathbf{Z}_k))$ 表示上述所有可能关联映射的空间。此外

$$\psi_{\mathcal{U}_{\theta(\mathbf{l}_k)}(\mathbf{Z}_k)}(\boldsymbol{\xi}_k, \theta) = \begin{cases} \frac{p_D(\boldsymbol{\xi}_k) g(\mathcal{U}_{\theta(\mathbf{l}_k)}(\mathbf{Z}_k) | \boldsymbol{\xi}_k)}{[\kappa]^{\mathcal{U}_{\theta(\mathbf{l}_k)}(\mathbf{Z}_k)}}, & \theta(\mathbf{l}_k) > 0 \\ q_D(\boldsymbol{\xi}_k), & \theta(\mathbf{l}_k) = 0 \end{cases} \quad (7)$$

其中, $\mathcal{U}_{\theta(\mathbf{l}_k)}(\mathbf{Z}_k)$ 表示在映射 θ 下划分 $\mathcal{U}(\mathbf{Z}_k)$ 中与标签 \mathbf{l}_k 对应的量测单元, $g(\mathcal{U}_{\theta(\mathbf{l}_k)}(\mathbf{Z}_k) | \boldsymbol{\xi}_k)$ 为单扩展目标似然函数, 其表示标签为 \mathbf{l}_k 的扩展目标 $\boldsymbol{\xi}_k$ 产生量测集为 $\mathcal{U}_{\theta(\mathbf{l}_k)}(\mathbf{Z}_k)$ 的似然, $p_D(\boldsymbol{\xi}_k)$ 为检测概率, $q_D(\boldsymbol{\xi}_k) = 1 - p_D(\boldsymbol{\xi}_k)$ 为漏检概率。

为了获得可行的关联假设, 需要计算单扩展目标似然 $g(\mathcal{U}_{\theta(\mathbf{l}_k)}(\mathbf{Z}_k) | \boldsymbol{\xi}_k)$, 并构建关联矩阵。由于扩展目标状态与量测之间为非线性关系, 难以求解单扩展目标似然函数的解析形式。利用非线性量测变换可计算扩展状态 \mathbf{p}_k 的似然函数, 获得目标形状与量测单元空间范围的相似程度, 而运动状态似然函数则能够衡量扩展目标和量测单元之间的距离。为此, 通过对数加权融合策略, 可构造一个联合似然函数, 全面衡量扩展目标和量测单元之间的关系, 即

$$\begin{aligned} \ln(g(\mathcal{U}_{\theta(\mathbf{l}_k)}(\mathbf{Z}_k) | \mathbf{x}_k, \mathbf{p}_k, \mathbf{l}_k)) &= \omega^k \ln(g^k(\mathcal{U}_{\theta(\mathbf{l}_k)}(\mathbf{Z}_k) | \mathbf{x}_{k|k-1}, \mathbf{l}_{k|k-1})) \\ &\quad + \omega^e \ln(g^e(\mathcal{U}_{\theta(\mathbf{l}_k)}(\mathbf{Z}_k) | \mathbf{x}_k, \mathbf{p}_{k|k-1}, \mathbf{l}_{k|k-1})) \\ &= \omega^k \ln(g^k(\mathcal{U}_{\theta(\mathbf{l}_k)}(\mathbf{Z}_k) | \mathbf{x}_{k|k-1}, \mathbf{l}_{k|k-1})) \\ &\quad + \sum_{i=1}^{|\mathcal{U}_{\theta(\mathbf{l}_k)}(\mathbf{Z}_k)|} \omega^e \ln(g(\mathbf{z}_{k,i} | \mathbf{x}_k, \mathbf{p}_{k,i-1}, \mathbf{l}_{k|k-1})) \end{aligned} \quad (8)$$

其中

$$\begin{aligned} g^k(\mathcal{U}_{\theta(\mathbf{l}_k)}(\mathbf{Z}_k) | \mathbf{x}_{k|k-1}, \mathbf{l}_{k|k-1}) &= \mathcal{N}(\overline{\mathcal{U}_{\theta(\mathbf{l}_k)}(\mathbf{Z}_k)}; \mathbf{H} \mathbf{x}_{k|k-1}, \mathbf{S}_k^x) \end{aligned} \quad (9)$$

$$g(\mathbf{z}_{k,i}|\mathbf{x}_k, \mathbf{p}_{k,i-1}, \mathbf{l}_{k|k-1}) = \mathcal{N}(\mathbf{M}_{k,i}; \mathbf{H}^M(\hat{\mathbf{x}}_k)\mathbf{p}_{k,i-1}, \mathbf{S}_{k,i}^p) \quad (10)$$

且 $\overline{\mathcal{U}_{\theta}(\mathbf{Z}_k)}$ 表示量测单元 $\mathcal{U}_{\theta}(\mathbf{Z}_k)$ 内所有量测的均值向量, \mathbf{S}_k^e 为运动状态新息矩阵, ω^k 为运动状态似然函数权重, ω^e 为扩展状态似然函数权重。由于 $g^k(\cdot)$ 为2维高斯分布, 而 $g^e(\cdot)$ 为 $2N_F + 1$ 维高斯分布, 在每一维标准差相同的条件下, 高斯分布的维数越大, 似然函数越尖锐。此外, 通过非线性量测变换, 量测噪声被映射到高维空间, 在每一维上的量测噪声分量均小于总的量测噪声, 因此扩展状态的新息矩阵 $\mathbf{S}_{k,i}^p$ 较小, 导致似然函数 $g^e(\cdot)$ 更为尖锐。对于同一量测单元, $g^e(\cdot)$ 与 $g^k(\cdot)$ 的值会相差多个数量级, 如图1所示。从图1(a)中可以看出, 当量测单元空间范围相似而等效中心位置不同时, $g^e(\cdot)$ 的值相近且数量级均为 10^{90} , $g^k(\cdot)$ 的值则存在差异, 可用于区分 \mathbf{W}_1 和 \mathbf{W}_2 。从图1(b)中可以看出, 当量测单元等效中心位置相同而空间范围不同时, $g^k(\cdot)$ 的值相同且数量级均为 10^{-9} , $g^e(\cdot)$ 的值则存在较大差异, 可用于区分 \mathbf{W}_1 和 \mathbf{W}_2 。为了保证 $g^k(\cdot)$ 和 $g^e(\cdot)$ 的值不发生相互淹没的现象, 权重采用对数形式, 即 $\omega^k = 1/\ln(c^k)$ 和 $\omega^e = 1/\ln(c^e)$ 。通常情况下, 联合似然函数主要取决于扩展目标和量测单元之间的

距离, 同时也受到扩展状态似然函数的细微调节, 因此 c^k 设置为1, c^e 设置为 10^{N_F} 。

3.3 吉布斯采样

为了提高基于联合似然函数的广义标签多伯努利(Joint Likelihood based Generalized Labeled Multi-Bernoulli, JL-GLMB)滤波器的计算效率, 将GLMB滤波器中的预测和更新步骤合并, 并利用联合似然函数, 推导扩展目标状态后验概率密度的一步递推公式, 这样只需要对GLMB分布进行一次剪枝处理。为了进一步减少数据关联算法的计算复杂度, 采用吉布斯采样算法选取关联映射的有效样本, 从而近似估计关联假设的权重以及高斯分量的均值和协方差。下面给出JL-GLMB滤波器的一步联合预测与更新步骤。

假设 $k-1$ 时刻多扩展目标状态为 Ξ_{k-1} , 其中每个扩展目标 ξ_{k-1} 以概率 $p_S(\xi_{k-1})$ 存活, 并以概率 $f(\mathbf{x}_k, \mathbf{p}_k|\mathbf{x}_{k-1}, \mathbf{p}_{k-1})$ 转移到新的状态 ξ_k , 或以概率 $q_S(\xi_{k-1}) = 1 - p_S(\xi_{k-1})$ 消亡。同时, 扩展目标以概率 r_B 新生, 新生目标状态可表示为标签 $RFS\mathbf{B}_k$ 。假设 $k-1$ 时刻多扩展目标状态的后验概率密度服从式(6)的GLMB分布, 则 k 时刻JL-GLMB滤波器的一步联合预测与更新递推公式为

$$\pi(\Xi_k|\mathbf{Z}_k) = \Delta(\Xi_k) \times \sum_{c \in \mathbb{C}} \sum_{i=1}^{|\Xi_k|+1} \sum_{\substack{\mathcal{U}(\mathbf{Z}_k) \in \mathcal{P}_i(\mathbf{Z}_k) \\ \theta \in \Theta(\mathcal{U}(\mathbf{Z}_k))}} \omega_{\mathcal{U}(\mathbf{Z}_k), k}^{(c, \theta)}(\mathcal{L}(\Xi_k)) \left[p_k^{(c, \theta)}(\cdot|\mathcal{U}_{\theta}(\mathbf{Z}_k)) \right]^{\Xi_k} \quad (11)$$

其中

$$\left. \begin{aligned} \omega_{\mathcal{U}(\mathbf{Z}_k), k}^{(c, \theta)}(\mathbf{L}) &= \frac{\omega_{S, k|k-1}^{(c)}(\mathbf{L} \cap \mathbb{L}) \omega_{B, k}(\mathbf{L} \cap \mathbb{B}) \left[\eta_{\mathbf{W}, k}^{(c, \theta)} \right]^{\mathbf{L}}}{\sum_{c \in \mathbb{C}} \sum_{\mathbf{J} \subseteq \mathbb{L}} \sum_{i=1}^{|\mathbf{J}|+1} \sum_{\substack{\mathcal{U}(\mathbf{Z}_k) \in \mathcal{P}_i(\mathbf{Z}_k) \\ \theta \in \Theta(\mathcal{U}(\mathbf{Z}_k))}} \omega_{S, k|k-1}^{(c)}(\mathbf{J} \cap \mathbb{L}) \omega_{B, k}(\mathbf{J} \cap \mathbb{B}) \left[\eta_{\mathbf{W}, k}^{(c, \theta)} \right]^{\mathbf{J}}} \\ p_k^{(c, \theta)}(\xi|\mathbf{W}) &= \frac{\psi_{\mathbf{W}}(\xi, \theta) p_{k|k-1}^{(c)}(\xi)}{\eta_{\mathbf{W}, k}^{(c, \theta)}(\mathbf{l})} \\ \omega_{S, k|k-1}^{(c)}(\mathbf{J}) &= \left[\eta_{S, k|k-1}^{(c)} \right]^{\mathbf{J}} \sum_{\mathbf{I} \subseteq \mathbb{L}} \mathbf{1}_{\mathbf{I}}(\mathbf{J}) \left[q_{S, k|k-1}^{(c)} \right]^{\mathbf{I}-\mathbf{J}} \omega_{k-1}^{(c)}(\mathbf{I}) \\ \omega_{B, k}(\mathbf{J}) &= \mathbf{1}_{\mathbb{B}}(\mathbf{J}) r_{B, k}^{\mathbf{J}} \left[1 - r_{B, k}^{\mathbf{J}} \right]^{\mathbb{B}-\mathbf{J}} \\ \eta_{S, k|k-1}^{(c)}(\mathbf{l}) &= \left\langle p_S(\cdot), p_{k-1}^{(c)}(\cdot) \right\rangle \\ q_{S, k|k-1}^{(c)}(\mathbf{l}) &= \left\langle q_S(\cdot), p_{k-1}^{(c)}(\cdot) \right\rangle \\ \eta_{\mathbf{W}, k}^{(c, \theta)}(\mathbf{l}) &= \left\langle \psi_{\mathbf{W}}(\cdot, \theta), p_{k|k-1}^{(c)}(\cdot) \right\rangle \\ p_{k|k-1}^{(c)}(\xi) &= \mathbf{1}_{\mathbb{L}}(\mathbf{l}) p_{S, k|k-1}^{(c)}(\xi) + \mathbf{1}_{\mathbb{B}}(\mathbf{l}) p_{B, k}(\xi) \\ p_{S, k|k-1}^{(c)}(\xi) &= \frac{\left\langle p_S(\cdot) f_{k|k-1}(\xi|\cdot), p_{k-1}^{(c)}(\cdot) \right\rangle}{\eta_S^{(c)}(\mathbf{l})} \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

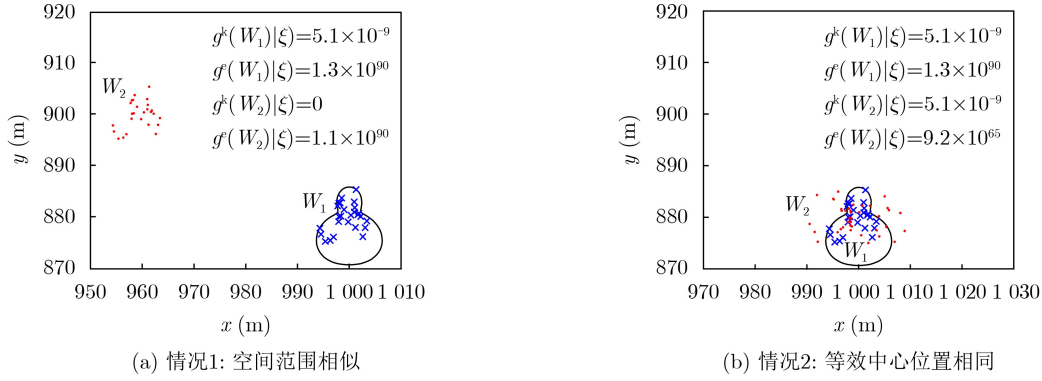


图1 在两种情况下, 运动状态和扩展状态似然值示意图

其中, $\langle f, g \rangle$ 为函数 $f(\xi)$ 和 $g(\xi)$ 的内积, 即 $\langle f, g \rangle \triangleq \int f(\xi)g(\xi)d\xi$ 。在线性高斯条件下, GLMB分布中的单扩展目标概率密度 $p_k^{(c,\theta)}(\xi | \mathbf{W})$ 服从高斯分布, 且可表示为

$$p_k^{(\theta)}(\xi | \mathbf{W}) = \mathcal{N}(\xi_k, \mu_i^\xi(\mathbf{l}_k), \Sigma_i^\xi(\mathbf{l}_k)) \quad (13)$$

其中, $\xi_k = [\mathbf{x}_k, \mathbf{p}_k]$ 为扩展目标后验状态估计, 其均值向量为 $\mu_i^\xi(\mathbf{l}_k) = [\mu_i^x(\mathbf{l}_k), \mu_i^p(\mathbf{l}_k)]$, 协方差矩阵为 $\Sigma_i^\xi(\mathbf{l}_k) = \text{blkdiag}(\Sigma_i^x(\mathbf{l}_k), \Sigma_i^p(\mathbf{l}_k))$, 可采用MT-NF算法对运动状态 \mathbf{x}_k 和扩展状态 \mathbf{p}_k 进行预测和更新。

由式(11)可知, 多扩展目标状态的后验概率密度完全由 $\omega_{\mathcal{U}(\mathbf{Z}_k), k}^{(c,\theta)}(\mathbf{L}_k)$ 和 $p_k^{(c,\theta)}(\Xi_k | \mathcal{U}(\mathbf{Z}_k))$ 决定, 利用吉布斯采样算法, 能够获得可行关联假设的权重 $\omega_{\mathcal{U}(\mathbf{Z}_k), k}^{(c,\theta)}(\mathbf{L}_k)$, 以及相应的 $p_k^{(c,\theta)}(\Xi_k | \mathcal{U}(\mathbf{Z}_k))$ 中包含

$$\eta_i(j) = \begin{cases} 1 - \eta_{S,k|k-1}^{(c)}(l_{k|k-1,i}), l_{k|k-1,i} \in \mathcal{L}(\Xi_{k-1}), & j < 0 \\ \eta_{S,k|k-1}^{(c)}(l_{k|k-1,i}) \eta_{W,k}^{(c,\theta)}(l_{k|k-1,i}), l_{k|k-1,i} \in \mathcal{L}(\Xi_{k-1}), & j \geq 0 \\ 1 - r_{B,k}(l_{k|k-1,i}), l_{k|k-1,i} \in \mathcal{L}(B_k), & j < 0 \\ r_{B,k}(l_{k|k-1,i}) \eta_{W,k}^{(c,\theta)}(l_{k|k-1,i}), l_{k|k-1,i} \in \mathcal{L}(B_k), & j \geq 0 \end{cases} \quad (15)$$

其中, $\eta_i(j)$ 由 $\Xi_{k-1}, \mathbf{L}_{k-1}$ 和 \mathbf{Z}_k 确定, 且满足 $\eta_i(j) > 0$ 的条件。根据式(14)和式(15)可得, γ 的概率密度函数为

$$\pi(\gamma) = \mathbf{1}_{\Gamma}(\gamma) \prod_{i=1}^{|\Xi_{k-1}|+|B_k|} \eta_i(\gamma_i) \quad (16)$$

其中, Γ 为 γ 在空间 $\{-1: |\mathcal{U}(\mathbf{Z}_k)|\}^{|\Xi_{k-1}|+|B_k|}$ 上所有取值的集合。这样, 多扩展目标状态的后验概率密度求解问题就转化为寻找一组具有有效权重 $\prod_{i=1}^{|\Xi_{k-1}|+|B_k|} \eta_i(\gamma_i)$ 的 γ 。但是, 直接从式(16)中采样近似计算 γ 的概率分布仍然十分困难。因此, 本节利用高效快速的吉布斯采样算法获得 γ 有效样本值, 其具体步骤如算法1所示。

JL-GLMB滤波器可用于处理不同形状多扩展目标跟踪问题, 它利用非线性量测变换估计GLMB

的高斯分量的均值和协方差, 其中每一种可行关联假设可用 (\mathbf{L}_k, θ_k) 表示。为了将JL-GLMB滤波器的预测过程融入数据关联中, 需要定义元组 $\gamma = [\gamma_1: |\Xi_{k-1}|+|B_k|] \in \{-1: |\mathcal{U}(\mathbf{Z}_k)|\}^{|\Xi_{k-1}|+|B_k|}$ 来表示扩展目标与量测单元之间的映射关系 $\mathcal{L}(\Xi_{k-1} \cup B_k) \rightarrow \{-1, 0, 1, \dots, |\mathcal{U}(\mathbf{Z}_k)|\}$, 元组 γ 可定义为

$$\gamma_i = \begin{cases} \theta(l_{k|k-1,i}), l_{k|k-1,i} \in \mathbf{L}_k \\ -1, l_{k|k-1,i} \notin \mathbf{L}_k \end{cases} \quad (14)$$

其中, $l_{k|k-1,i} \in \mathcal{L}(\Xi_{k-1} \cup B_k)$ 为 k 时刻需要进行数据关联的扩展目标标签, $\gamma_i = -1$ 表示扩展目标 $\xi_{k|k-1,i}$ 消亡, $\gamma_i = 0$ 表示扩展目标 $\xi_{k|k-1,i}$ 发生漏检, $\gamma_i \in \{1, 2, \dots, |\mathcal{U}(\mathbf{Z}_k)|\}$ 表示扩展目标 $\xi_{k|k-1,i}$ 与划分 $\mathcal{U}(\mathbf{Z}_k)$ 中的第 γ_i 个量测单元关联。 γ_i 的权重可表示为

分布中的每一个高斯分量, 使变换后的量测模型近似为线性高斯系统, 从而满足共轭先验的条件。同时, 通过联合似然函数和吉布斯采样算法, 提高数据关联的准确率和计算效率。最后, 通过删除关联假设中漏检的目标, 修正扩展目标势估计, 进而输出多扩展目标状态估计值。

4 仿真实验与分析

4.1 仿真实验1

为了验证联合似然函数的有效性, 设置两个仿真场景来测试JL-GLMB滤波器分别利用似然函数 $g^k(\cdot), g^e(\cdot)$ 和 $g(\cdot)$ 的跟踪性能。假设观测区域为 $[0, 500] \text{ m} \times [500, 1500] \text{ m}$, 采样周期 t_s 为 1 s, 在起始时刻两个目标距离较远, 然后逐渐靠近, 在第 11~40 个时刻两目标以距离 15 m 并行运动, 最后逐渐分开, 运动轨迹和目标形状如图2所示。场景1

中,两个扩展目标形状不同,其中目标1宽为5 m、长为20 m,目标2宽为10 m、长为18 m。场景2中,两个扩展目标形状相同,其中目标1和2宽均为10 m、长均为18 m。扩展目标量测数目为20^[21],量测噪声为 $\Sigma_v = \sigma_v \mathbf{I}_2$, $\sigma_v = 2$,存活概率为 $p_S = 0.9$,检测概率为 $p_D = 0.9$,扩展状态维数为 $N_F = 8$,新生扩

展目标初始均值向量设置为 $\mu_B^{x,(1)} = [200, 1060, 0, 0, 0, 0]^T$, $\mu_B^{x,(2)} = [200, 940, 0, 0, 0, 0]^T$,初始协方差矩阵设置为 $\Sigma_B^x = \text{diag}(10, 10, 10, 10, 10, 10)^2$ 。扩展状态的初始均值向量设置为 $\mu_B^p = [10, 0, \dots, 0]^T$,初始协方差矩阵设置为 $\Sigma_B^p = \text{diag}(1.2, 1.2, \dots, 1.2)^2$,尺度参数 $s_{k,i}$ 服从高斯分布,其均值为 $\mu_s = 0.45$,方差为 $\sigma_s^2 = 0.08$,角度参数 $\phi_{k,i}$ 服从零均值高斯分布,其方差为 $\sigma_\phi^2 = \pi/10$,简化量测单元参数为 $d_{\min} = 5$ 和 $d_{\max} = 12$ 。

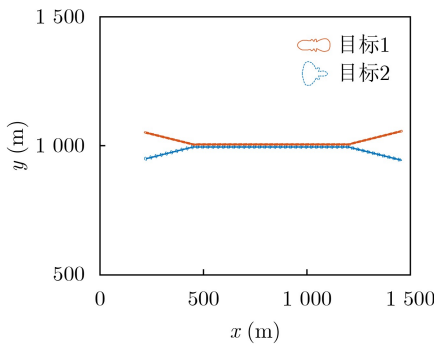
图3给出了基于似然函数 $g^k(\cdot)$ 、 $g^e(\cdot)$ 和 $g(\cdot)$ 的JL-GLMB滤波器进行100次蒙特卡洛仿真实验的平均最佳子模式分配(Optimal Sub-Pattern Assignment, OSPA)距离误差^[22]。可以看出,基于联合似然函数 $g(\cdot)$ 的JL-GLMB滤波器在两种场景中均具有较小的OSPA距离误差,且在场景1中OSPA距离误差略小。基于扩展状态似然函数 $g^e(\cdot)$ 的JL-GLMB滤波器在初始阶段目标运动状态收敛速度较慢,导致位置估计误差较大使得OSPA距离误差产生较大波动,这是因为该滤波器无法利用扩展目标和量测单元之间的距离信息区分不同目标的量测单元,进而无法利用匹配的量测单元更新目标的运动状态和扩展状态以获得精确的估计结果。随着两个目标之间距离的减少,扩展目标形状和量测单元范围的相

算法1 吉布斯采样算法

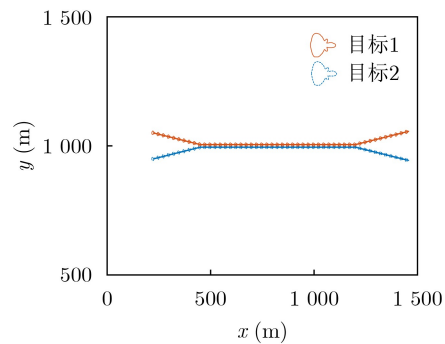
```

输入:  $\gamma^{(1)}, T_G, \eta(\gamma_i)$ 
输出:  $\gamma^{(1)}, \gamma^{(2)}, \dots, \gamma^{(T_G)}$ 
初始化:  $c = [-1, 0, \dots, |\mathcal{U}(\mathbf{Z}_k)|]$ ;
 $\hat{\eta} = [\eta(-1), \eta(0), \dots, \eta(|\mathcal{U}(\mathbf{Z}_k)|)]$ ;
for  $t = 2, 3, \dots, T_G$  do
     $\gamma^{(t)} = []$ ;
    for  $m = 1, 2, \dots, |\mathbf{E}_{k-1}| + |\mathbf{B}_k|$  do
        for  $j = 1, 2, \dots, |\mathcal{U}(\mathbf{Z}_k)|$  do
             $\hat{\eta}_m(j) = \eta_m(j)(1 - 1_{\{\gamma_{1:m-1}^{(t)}, \gamma_{m+1:|\mathbf{E}_{k-1}|+|\mathbf{B}_k|}^{(t-1)}\}}(j))$ ;
        end for
         $\gamma_m^{(t)} \sim \text{Categorical}(c, \hat{\eta}_m)$ ;
    end for
     $\gamma^{(t)} = [\gamma_1^{(t)}, \gamma_2^{(t)}, \dots, \gamma_{|\mathbf{E}_{k-1}|+|\mathbf{B}_k|}^{(t)}]$ ;
end for

```

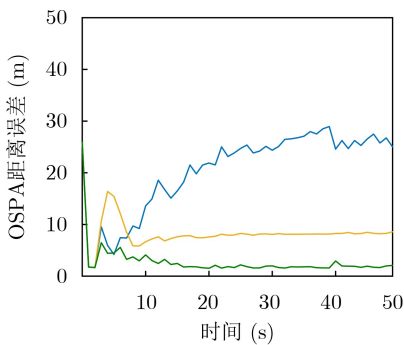


(a) 场景1: 不同形状扩展目标

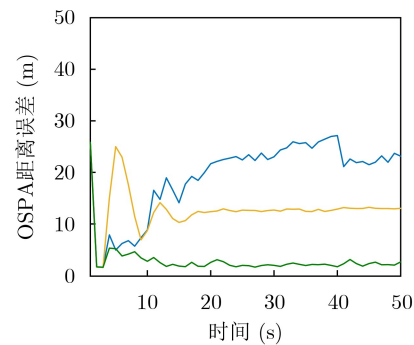


(b) 场景2: 相同形状扩展目标

图2 两个近距离扩展目标运动轨迹图



(a) 场景1: 不同形状扩展目标



(b) 场景2: 相同形状扩展目标

图3 基于不同似然函数的JL-GLMB滤波器跟踪性能对比

似程度在关联过程中逐渐发挥作用，使得JL-GLMB滤波器能够获得稳定的关联假设，因此OSPA距离误差逐渐减小趋于稳定。由于场景1中两个扩展目标形状不同而场景2中形状相同，基于扩展状态似然函数 $g^e(\cdot)$ 的JL-GLMB滤波器在场景1中的OSPA距离误差更小，并且可更快获得稳定的状态估计结果。由于两个扩展目标距离较近，基于运动状态似然函数 $g^k(\cdot)$ 的JL-GLMB滤波器的OSPA距离误差较大。在初始阶段，该滤波器与基于联合似然函数 $g(\cdot)$ 的JL-GLMB滤波器性能相近，随着两个目标之间距离的减少，OSPA距离误差逐渐增加，当两个目标再次分开时，OSPA距离误差略微下降。综上所述，基于联合似然函数 $g(\cdot)$ 的JL-GLMB滤波器能够跟踪距离较近的不同形状的扩展目标。

4.2 仿真实验2

为了验证所提算法的有效性，利用卫星工具包参考美国弹道导弹防御系统模拟一个近程多弹头弹道导弹跟踪场景，比较GPR-GLMB和JL-GLMB滤波器的跟踪性能，导弹和弹头仓的运动轨迹如图4(a)所示。根据超宽带雷达探测特性和导弹、弹头仓的电磁辐射特性，弹道导弹的长度设置为10 m，量测数目均值为10，弹头仓的长度设置为3 m，量测数目均值均为3^[21]，所生成的平面仿真图和目标形状如图4(b)所示。

目标运动状态模型采用Singer模型，采样周期 t_s 为4.476 6 s，机动时间常数 α 为2，机动加速度标准差为0.02 km/s²，目标扩展状态模型采用随机游走模型，目标形状参数标准差为0.5 m/s²。新生扩

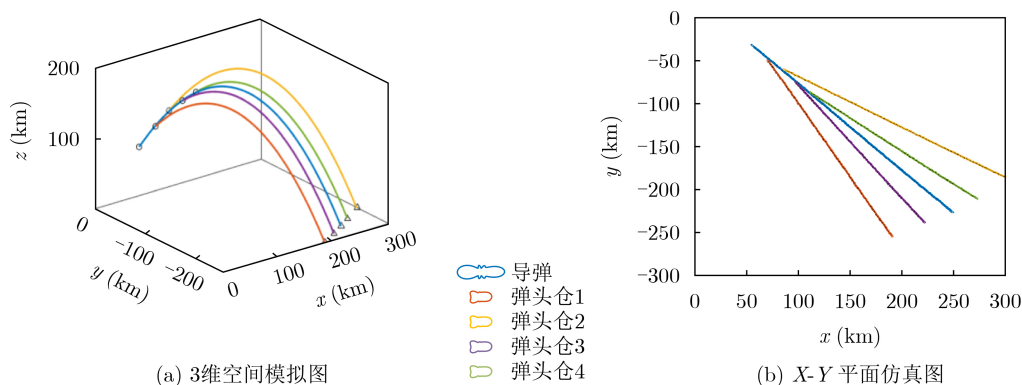


图4 多弹头弹道导弹运动轨迹图

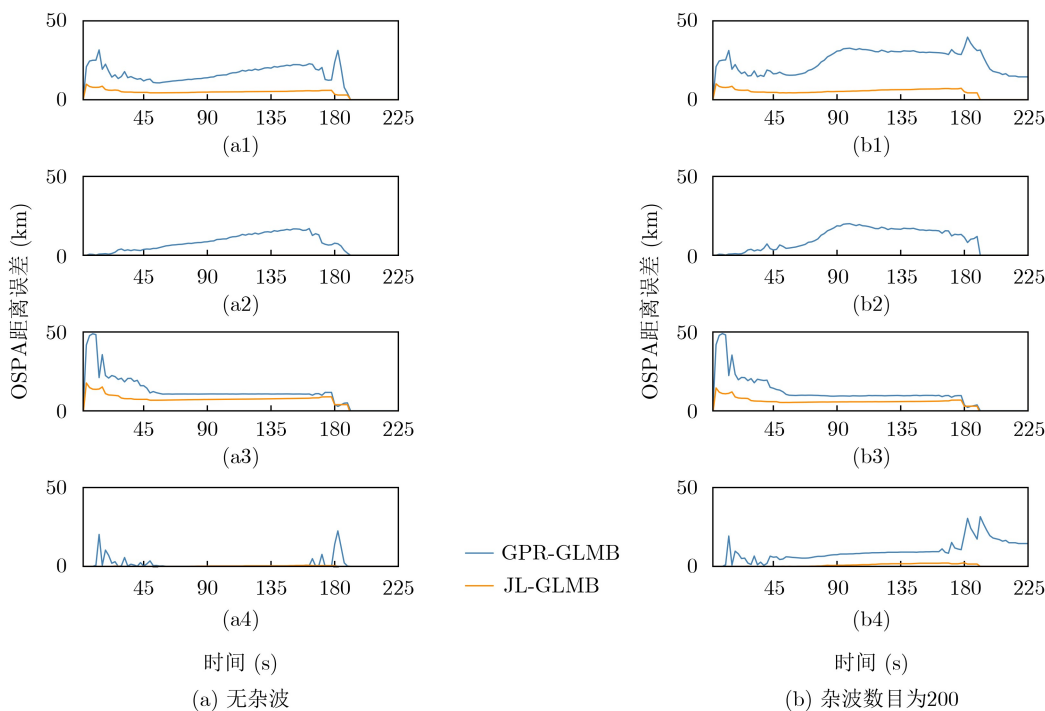


图5 GPR-GLMB和JL-GLMB滤波器跟踪性能对比

展目标初始均值向量设置为 $\mu_B^{x,(1)} = [56, -33, 0, 0, 0, 0]^T$, $\mu_B^{x,(2)} = [71, -50, 0, 0, 0, 0]^T$, $\mu_B^{x,(3)} = [87, -61, 0, 0, 0, 0]^T$, $\mu_B^{x,(4)} = [98, -76, 0, 0, 0, 0]^T$, $\mu_B^{x,(5)} = [112, -87, 0, 0, 0, 0]^T$, 初始协方差矩阵设置为 $\Sigma_B^x = \text{diag}(10, 10, 10, 10, 10, 10)^2$. 扩展状态的初始均值向量设置为 $\mu_B^p = [5, 0, \dots, 0]^T$, 初始协方差矩阵设置为 $\Sigma_B^p = \text{diag}(1.2, 1.2, \dots, 1.2)^2$. 简化量测单元参数为 $d_{\min} = 1$ 和 $d_{\max} = 30$, 其他参数与4.1节相同。

图5(a)给出了无杂波时, GPR-GLMB和JL-GLMB滤波器进行100次蒙特卡洛实验的平均OSPA距离误差^[22], 其中图5(a1)为OSPA距离, 图5(a2)为位置误差, 图5(a3)为形状误差, 图5(a4)为势误差。可以看出, JL-GLMB滤波器的位置、形状和势误差均小于GPR-GLMB。根据二者的位置误差可知, 当场景中仅存在一个扩展目标时, GPR-GLMB和JL-GLMB滤波器可获得相近的位置估计, 随着目标数目的增多, GPR-GLMB滤波器仅利用形状信息区分不同扩展目标的量测单元, 而这些扩展目标又具有相似的形状, 因此会出现大部分关联假设权重相似的现象, 导致难以提取精确的位置估计, GPR-GLMB滤波器的位置误差随着目标数目的增加而增大。根据二者的形状误差可知, 由于GPR算法形状估计收敛较慢, GPR-GLMB滤波器的形状误差在起始阶段较大, 随着时间的推移, 两个滤波器均逐渐收敛, 只是由于JL-GLMB滤波器采用非线性量测变换提高了目标形状估计精度, JL-GLMB滤波器的形状估计略优于GPR-GLMB。

根据二者的势误差可知, 在扩展目标新生和消亡的阶段, JL-GLMB滤波器由于对扩展目标势估计进行了修正, 不会出现延迟的现象, 而GPR-GLMB滤波器会出现延迟现象, 如图6(a)所示。

图5(b)给出了杂波数目为200时, GPR-GLMB和JL-GLMB滤波器的平均OSPA距离误差。可以看出, JL-GLMB滤波器的位置、形状和势误差均小于GPR-GLMB。JL-GLMB滤波器利用联合似然函数, 能够有效滤除杂波, 其跟踪性能与无杂波场景相似, 并且随着杂波数目的增加, JL-GLMB具有稳定的势估计, 如表1所示。但是, 随着杂波数目的增加, GPR-GLMB滤波器的跟踪性能明显下降。特别是当杂波较多时, GPR-GLMB滤波器无法在距离上区分不同的量测单元, 导致杂波也会与目标产生关联, 因此GPR-GLMB滤波器的势误差较大, 如表1所示。此外, 在第90个时刻后由于扩展目标距离较近且分布较为密集, GPR-GLMB和JL-GLMB滤波算法均可能出现漏跟的现象, 导致势误差略微上升, 目标数目估计值略微下降, 如图6(b)所示。

5 结束语

针对不同形状的多扩展目标跟踪问题, 本文将多扩展目标状态建模为GLMB随机有限集, 提出一种基于联合似然函数的GLMB滤波器。该滤波器首先利用非线性量测变换估计GLMB分布中的高斯分量, 提高了目标运动状态和扩展状态的估计精度。

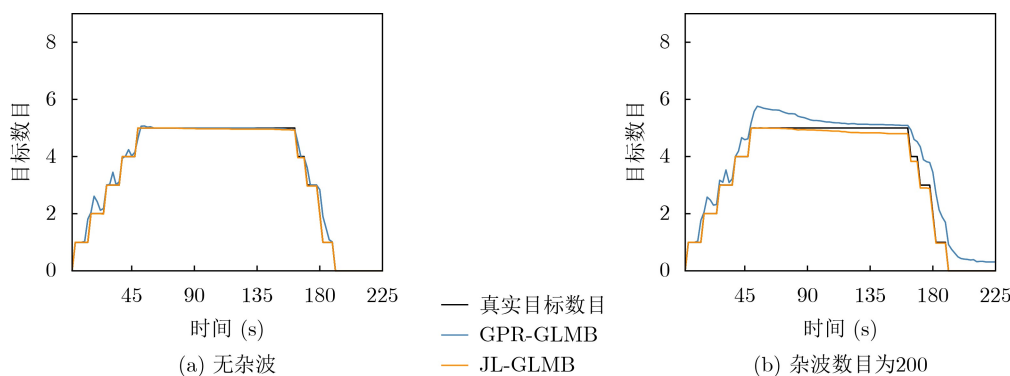


图6 GPR-GLMB和JL-GLMB滤波器目标数目估计曲线

表1 不同杂波数目下, GPR-GLMB和JL-GLMB滤波器跟踪性能对比(GPR-GLMB/JL-GLMB)

	杂波数目				
	0	50	100	150	200
OSPA距离	14.096 8/4.335 7	16.660 1/4.459 5	19.272 8/4.594 5	21.759 7/4.701 5	24.350 1/4.830 6
位置误差	6.965 0/0.012 8	7.568 7/0.013 2	8.179 7/0.013 3	8.756 7/0.014 0	9.340 3/0.014 6
形状误差	10.807 8/8.154 2	11.091 9/8.181 5	11.255 9/8.210 8	11.435 0/8.278 2	11.644 1/8.297 5
势误差	1.290 0/0.186 0	3.365 8/0.327 5	5.421 5/0.469 0	7.493 6/0.604 2	9.553 0/0.842 0

然后, 通过对数加权融合策略, 构造运动状态和扩展状态的联合似然函数, 精确描述不同形状扩展目标与量测单元之间的关系, 提高了数据关联的准确率。最后, 根据一步预测与更新的递推公式, 利用吉布斯采样计算多扩展目标状态的后验概率密度, 提高了数据关联的计算效率。仿真实验结果表明, 本文所提滤波器能够同时跟踪多个不同形状的扩展目标, 且为每个扩展目标提供精确的形状估计和可靠的航迹估计。此外, 在杂波环境中, 相比于基于扩展状态似然函数的GPR-GLMB滤波器, 所提滤波器具有更稳定的目标数目估计。

参考文献

- [1] YU Miao, GONG Liyun, OH H, *et al.* Multiple model ballistic missile tracking with state-dependent transitions and gaussian particle filtering[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2018, 54(3): 1066–1081. doi: [10.1109/TAES.2017.2773258](https://doi.org/10.1109/TAES.2017.2773258).
- [2] 李文娟, 顾红, 苏卫民. 基于多伯努利概率假设密度的扩展目标跟踪方法[J]. *电子与信息学报*, 2016, 38(12): 3114–3121. doi: [10.11999/JEIT160372](https://doi.org/10.11999/JEIT160372).
LI Wenjuan, GU Hong, and SU Weimin. Extended target tracking method based on Multi-Bernoulli probability hypothesis density[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2016, 38(12): 3114–3121. doi: [10.11999/JEIT160372](https://doi.org/10.11999/JEIT160372).
- [3] YU Le, ZUO Yanchun, LIU Songhua, *et al.* False scattering center extraction based on template matching method[J]. *IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters*, 2022, 21(4): 720–724. doi: [10.1109/LAWP.2022.3143868](https://doi.org/10.1109/LAWP.2022.3143868).
- [4] 何祥宇, 李静, 杨数强, 等. 基于ET-PHD滤波器和变分贝叶斯近似的扩展目标跟踪算法[J]. *计算机应用*, 2020, 40(12): 3701–3706. doi: [10.11772/j.issn.1001-9081.2020040451](https://doi.org/10.11772/j.issn.1001-9081.2020040451).
HE Xiangyu, LI Jing, YANG Shuqiang, *et al.* Extended target tracking algorithm based on ET-PHD filter and variational Bayesian approximation[J]. *Journal of Computer Applications*, 2020, 40(12): 3701–3706. doi: [10.11772/j.issn.1001-9081.2020040451](https://doi.org/10.11772/j.issn.1001-9081.2020040451).
- [5] RUUD K A, BREKKE E F, and EIDSVIK J. LIDAR extended object tracking of a maritime vessel using an ellipsoidal contour model[C]. *Sensor Data Fusion: Trends, Solutions, Applications*, Bonn, Germany, 2018: 1–6. doi: [10.1109/SDF.2018.8547047](https://doi.org/10.1109/SDF.2018.8547047).
- [6] ZHANG Xing, YAN Zhibin, CHEN Yunqi, *et al.* A novel particle filter for extended target tracking with random hypersurface model[J]. *Applied Mathematics and Computation*, 2022, 425: 127081. doi: [10.1016/j.amc.2022.127081](https://doi.org/10.1016/j.amc.2022.127081).
- [7] AKBARI B and ZHU Haibin. Tracking dependent extended targets using multi-output spatiotemporal Gaussian processes[J]. *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, 2022, 23(10): 18301–18314. doi: [10.1109/TITS.2022.3154926](https://doi.org/10.1109/TITS.2022.3154926).
- [8] KAULBERSCH H, BAUM M, and WILLETT P. EM approach for tracking star-convex extended objects[C]. *The 20th International Conference on Information Fusion*, Xi'an, China, 2017: 1–7. doi: [10.23919/ICIF.2017.8009884](https://doi.org/10.23919/ICIF.2017.8009884).
- [9] SUN Lifan, LAN Jian, and LI Xiaorong. Extended target tracking using star-convex model with non-linear inequality constraints[C]. *The 31st Chinese Control Conference*, Hefei, China, 2012: 3869–3874.
- [10] AFTAB W, DE FREITAS A, ARVANEH M, *et al.* A gaussian process convolution particle filter for multiple extended objects tracking with non-regular shapes[C]. *The 21st International Conference on Information Fusion*, Cambridge, UK, 2018: 1–8. doi: [10.23919/ICIF.2018.8455501](https://doi.org/10.23919/ICIF.2018.8455501).
- [11] WAHLSTRÖM N and ÖZKAN E. Extended target tracking using gaussian processes[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2015, 63(16): 4165–4178. doi: [10.1109/TSP.2015.2424194](https://doi.org/10.1109/TSP.2015.2424194).
- [12] LIU Yiduo, JI Hongbing, and ZHANG Yongquan. Measurement transformation algorithm for extended target tracking[J]. *Signal Processing*, 2021, 186: 108129. doi: [10.1016/j.sigpro.2021.108129](https://doi.org/10.1016/j.sigpro.2021.108129).
- [13] QIN Zheng, KIRUBARAJAN T, and LIANG Yangang. Application of an efficient graph-based partitioning algorithm for extended target tracking using GM-PHD filter[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2020, 56(6): 4451–4466. doi: [10.1109/TAES.2020.2990803](https://doi.org/10.1109/TAES.2020.2990803).
- [14] GRANSTROM K and ORGUNER U. A PHD filter for tracking multiple extended targets using random matrices[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2012, 60(11): 5657–5671. doi: [10.1109/TSP.2012.2212888](https://doi.org/10.1109/TSP.2012.2212888).
- [15] LUNDQUIST C, GRANSTRÖM K, and ORGUNER U. An extended target CPHD filter and a gamma gaussian inverse wishart implementation[J]. *IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing*, 2013, 7(3): 472–483. doi: [10.1109/JSTSP.2013.2245632](https://doi.org/10.1109/JSTSP.2013.2245632).
- [16] VO B T and VO B N. Labeled random finite sets and multi-object conjugate priors[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2013, 61(13): 3460–3475. doi: [10.1109/TSP.2013.2259822](https://doi.org/10.1109/TSP.2013.2259822).
- [17] BEARD M, REUTER S, GRANSTRÖM K, *et al.* A generalised labelled multi-bernoulli filter for extended multi-target tracking[C]. *The 18th International Conference on Information Fusion*, Washington, USA, 2015: 991–998.

- [18] 陈辉, 李国财, 韩崇昭, 等. 高斯过程回归模型多扩展目标多伯努利滤波器[J]. 控制理论与应用, 2020, 37(9): 1931–1943. doi: [10.7641/CTA.2020.90978](https://doi.org/10.7641/CTA.2020.90978).
CHEN Hui, LI Guocai, HAN Chongzhao, *et al.* A multiple extended target multi-Bernoulli filter based on Gaussian process regression model[J]. *Control Theory & Applications*, 2020, 37(9): 1931–1943. doi: [10.7641/CTA.2020.90978](https://doi.org/10.7641/CTA.2020.90978).
- [19] SCHEEL A, REUTER S, and DIETMAYER K. Using separable likelihoods for laser-based vehicle tracking with a labeled multi-bernoulli filter[C]. The 19th International Conference on Information Fusion, Heidelberg, Germany, 2016: 1200–1207.
- [20] LI Fu, SHUGUROV I, BUSAM B, *et al.* PolarMesh: A star-convex 3D shape approximation for object pose estimation[J]. *IEEE Robotics and Automation Letters*, 2022, 7(2): 4416–4423. doi: [10.1109/LRA.2022.3147880](https://doi.org/10.1109/LRA.2022.3147880).
- [21] 陈彦锡, 郭琨毅, 殷红成, 等. 复杂场景散射中心模型化与雷达成像应用[J]. 系统工程与电子技术, 2021, 43(10): 2733–2741. doi: [10.12305/j.issn.1001-506X.2021.10.05](https://doi.org/10.12305/j.issn.1001-506X.2021.10.05).
CHEN Yanxi, GUO Kunyi, YIN Hongcheng, *et al.* Scattering center modeling and radar imaging application in complex scenes[J]. *Systems Engineering and Electronics*, 2021, 43(10): 2733–2741. doi: [10.12305/j.issn.1001-506X.2021.10.05](https://doi.org/10.12305/j.issn.1001-506X.2021.10.05).
- [22] 王碧垚, 王永齐, 顾鹏. 考虑形状差异的RFS多目标跟踪性能评估方法[J]. 火力与指挥控制, 2021, 46(5): 58–63. doi: [10.3969/j.issn.1002-0640.2021.05.011](https://doi.org/10.3969/j.issn.1002-0640.2021.05.011).
WANG Biyao, WANG Yongqi, and GU Peng. Performance evaluation considering shape difference for multi-target tracking based on random finite set[J]. *Fire Control & Command Control*, 2021, 46(5): 58–63. doi: [10.3969/j.issn.1002-0640.2021.05.011](https://doi.org/10.3969/j.issn.1002-0640.2021.05.011).

刘艺多: 女, 博士生, 研究方向为扩展目标跟踪、信号处理.

姬红兵: 男, 教授, 研究方向为目标跟踪、模式识别.

张永权: 男, 副教授, 研究方向为目标跟踪、信息融合.

责任编辑: 余蓉