

利用双载频方向图相乘的稀疏均匀阵栅瓣抑制方法

王旭 黄冬平 魏国华* 白嘉豪 朱沁源

(北京理工大学信息与电子学院 北京 100081)

摘要: 针对稀疏阵列天线间距远大于信号波长导致阵列方向图出现大量栅瓣的问题, 该文基于不同载频阵列方向图主瓣与栅瓣相对位置关系存在差异的特性提出一种新型的栅瓣抑制算法。该算法充分利用不同载频回波信息, 避免了大规模搜索, 有效降低了计算量。首先根据算法原理确定了影响该栅瓣抑制算法性能的因素, 然后进一步对影响栅瓣抑制性能的关键参数进行了定量分析, 推导得出了栅瓣抑制后峰值旁瓣比(PSLR)与频率差的关系表达式。该表达式为栅瓣抑制快速选择最优频率差提供了理论依据。最后, 通过计算机仿真验证了该算法对栅瓣抑制的有效性以及该文所推导的峰值旁瓣比与频率差关系表达式的正确性。

关键词: 稀疏阵列; 栅瓣抑制; 方向图相乘

中图分类号: TN958

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2023)02-0534-08

DOI: 10.11999/JEIT211492

Sparse Uniform Array Grating Lobe Suppression Using Dual-carrier Frequency Pattern Multiplication

WANG Xu HUANG Dongping WEI Guohua BAI Jiahao ZHU Qinyuan

(School of Information and Electronics, Beijing Institute of Technology, Beijing 100081, China)

Abstract: A novel grating lobe suppression method based on the difference in the relative position between the main lobe and grating lobes of different carrier frequency array patterns, is proposed to solve the problem of grating lobes in the array pattern due to the sparse array antenna spacing being larger than the signal wavelength. The algorithm makes use of the echo information of different carrier frequencies avoid large-scale search and reduce effectively the amount of computation. Firstly, the factors affecting the performance of the algorithm are determined theoretically. The key ones are then quantitatively analyzed and the relationship expression between the Peak SideLobe Ratio (PSLR) and frequency difference is deduced. It provides a theoretical basis for selecting quickly the optimal frequency difference for grating lobe suppression. Finally, the effectiveness of the algorithm for grating lobe suppression and the correctness of the expression of the relationship between the PSLR and frequency difference are verified by computer simulation.

Key words: Sparse array; Grating lobe suppression; Pattern multiplication

1 引言

稀疏阵列具有布阵灵活经济和角分辨率高的优势, 在雷达探测、成像等领域得到了广泛的应用。对稀疏阵列的研究一直是国内外学者的研究热点^[1,2]。稀疏阵列天线稀疏分布时阵列方向图将出现大量栅瓣^[3,4], 这些栅瓣可能会导致在角度估计中出现模糊的情况, 从而严重影响参数估计性能。因而对稀疏阵列栅瓣抑制方法的研究具有重要的意义。

针对天线间距达到数十倍波长稀疏阵列的栅瓣抑制问题, 通过优化阵列中各天线的位置抑制方向图栅瓣的传统方法^[5-10]会因为优化的自由度过低和搜索量过大而不再适用。文献^[11]提出与自适应变化的填充因子机制相结合使用的迭代 Chirp-Z 变换技术, 在线性阵列细化的快速低旁瓣方向图综合中可以获得十分优秀的旁瓣抑制性能。该算法避免了陷入局部最优问题的出现, 加快了合成效率并促进了全局收敛, 具有良好的鲁棒性。但针对天线数量以及位置确定的阵列该方法将不能起到很好的旁瓣抑制效果。为此, 文献^[12]在确定圆形阵列下通过相位模式分析计算天线的激励幅度和相位进行方向图综合可以有效降低旁瓣电平, 但该方法仅适用稀疏度小阵列的旁瓣抑制。同时, 有研究者提出了将

收稿日期: 2021-12-13; 改回日期: 2022-05-19; 网络出版: 2022-05-24

*通信作者: 魏国华 ghwei@bit.edu.cn

基金项目: 国家自然科学基金(61671059)

Foundation Item: The National Natural Science Foundation of China (61671059)

多个不同稀疏阵列的方向图进行融合处理的栅瓣抑制方法。其中, 文献[13]通过调整3个均匀稀疏线阵天线之间的间距, 使得各阵列的栅瓣出现位置与零点出现位置接近, 然后把3个不同稀疏阵列的方向图进行融合处理, 从而达到抑制稀疏阵列栅瓣的目标。该方法对栅瓣虽有一定的抑制作用, 但仍需要对子阵的间距进行优化, 而且栅瓣位置随阵列位置变化过于随机, 不利于选取合适的阵列组合。文献[14]在分布式星载雷达上利用频分多输入多输出(Multiple-Input Multiple-Output, MIMO)技术进行子阵方向图融合, 达到了抑制稀疏阵列栅瓣的效果。文献[15]设计了由密集发射阵列与稀疏接收阵列构成的MIMO阵列, 通过使用Kaiser窗对发射阵列进行加权, 调整发射方向图的零点出现的位置, 使其与接收方向图栅瓣重合, 最后将发射方向图与接收方向图进行融合处理从而达到抑制阵列方向图栅瓣的目的。上述方法虽对稀疏阵列栅瓣能起到抑制的效果, 但对其研究均停留在定性分析与数值仿真层面, 缺乏对影响算法性能关键参数的定量分析。

本文提出一种基于双载频方向图相乘的栅瓣抑制算法, 可适用于天线间距达到数十倍波长的情况, 在最优频率差下对稀疏阵列栅瓣能达到25 dB的抑制效果。多目标探测可以根据距离和速度等维度进行目标分辨并确定目标数量, 因而可以将其分解为多个单目标探测任务。当稀疏阵列的栅瓣得到有效抑制后, 单目标测角模糊的问题便得到了解决, 随即多目标测角模糊的问题也得到了解决, 因此本文重点在单目标情况下进行算法讨论。文中分析了影响该栅瓣抑制算法性能的因素, 然后以峰值旁瓣比作为栅瓣抑制性能的评价指标, 对影响该算法性能的频率差关键参数进行定量分析, 推导出栅瓣抑制后峰值旁瓣比与频率差以及载频间的最大差异与阵列天线间距关系的表达式。

本文第2节介绍文中所使用的阵列和信号模型。第3节介绍本文所提栅瓣抑制算法的原理以及该算法对应信号处理的实现流程。第4节定量分析影响该算法栅瓣抑制性能的频率差因素, 并给出峰值旁瓣比与频率差的关系表达式。第5节给出不同条件下的算法仿真。第6节陈述相应的结论。

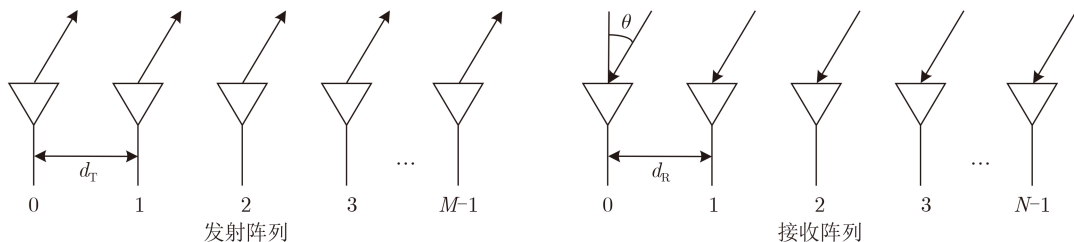


图1 稀疏阵列天线分布示意图

2 信号模型

本文考虑由 M 个天线组成的发射阵列和 N 个天线组成的接收阵列构成的均匀稀疏分布的1维分布式MIMO阵列。发射阵列天线之间的间距 $d_T = \gamma_T \lambda_0$, 接收阵列天线之间的间距 $d_R = \gamma_R \lambda_0$, γ_T, γ_R 分别为发射阵列天线间距系数与接收阵列天线间距系数, $\gamma_T, \gamma_R > 10$, λ_0 为载频1对应信号波长。假设目标与阵列的距离远大于阵列孔径, 均匀稀疏分布的1维分布式MIMO阵列示意图如图1所示。

假定发射天线将基带信号 $\mathbf{s}(t) = [s_0(t), s_1(t), \dots, s_{M-1}(t)]^T$ 分别调制到频率为 f_0 与 f_1 的载频上作为发射信号, 此时发射阵列的发射信号矢量 $\mathbf{z}(t)$ 可以表示为

$$\mathbf{z}(t) = [z_0(t), z_1(t), \dots, z_{M-1}(t)]^T \quad (1)$$

其中, $z_m(t) = s_m(t) \exp(2\pi f_0 t) + s_m(t) \exp(2\pi f_1 t) g h t$ 为第 m 个发射天线的发射信号, $\mathbf{s}(t)$ 为 $M \times 1$ 的窄带正交发射基带信号矢量。

理想情况下接收天线的接收回波信号矢量 $\mathbf{x}(t)$ 可以表示为

$$\begin{aligned} \mathbf{x}(t) = & \alpha \exp(2\pi f_0 t) \mathbf{a}_{r0}(\theta) \mathbf{a}_{t0}^T(\theta) \mathbf{s}(t) \\ & + \alpha \exp(2\pi f_1 t) \mathbf{a}_{r1}(\theta) \mathbf{a}_{t1}^T(\theta) \mathbf{s}(t) + \mathbf{n}(t) \end{aligned} \quad (2)$$

其中, α 为散射系数, $\mathbf{x}(t) = [x_0(t), x_1(t), \dots, x_{N-1}(t)]^T$ 为 $N \times 1$ 的接收向量, $x_n(t)$ 为第 n 个接收天线的接收信号, $\mathbf{n}(t)$ 为 $N \times 1$ 的接收端噪声向量, $(\cdot)^T$ 表示向量或矩阵的转置。 $\mathbf{a}_{r0}(\theta), \mathbf{a}_{t0}(\theta)$ 分别为载频1对应的接收阵列和发射阵列导向矢量; $\mathbf{a}_{r1}(\theta), \mathbf{a}_{t1}(\theta)$ 分别为载频2对应的接收阵列和发射阵列导向矢量

$$\begin{aligned} \mathbf{a}_{r0}(\theta) = & [1, \exp(-j2\rho_0 d_R \sin \theta), \dots, \\ & \exp(-j2(N-1)\rho_0 d_R \sin \theta)]^T \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{a}_{t0}(\theta) = & [1, \exp(-j2\rho_0 d_T \sin \theta), \dots, \\ & \exp(-j2(M-1)\rho_0 d_T \sin \theta)]^T \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{a}_{r1}(\theta) = & [1, \exp(-j2\rho_1 d_R \sin \theta), \dots, \\ & \exp(-j2(N-1)\rho_1 d_R \sin \theta)]^T \end{aligned} \quad (5)$$

$$\mathbf{a}_{t1}(\theta) = [1, \exp(-j2\rho_1 d_T \sin\theta), \dots, \exp(-j2(M-1)\rho_1 d_T \sin\theta)]^T \quad (6)$$

其中, $\rho_0 = \pi/\lambda_0$, $\rho_1 = \pi/\lambda_1$, λ_1 为载频2对应信号的波长。

将 $\mathbf{x}(t)$ 分别与本振 $\exp(-2\pi f_0 t)$ 和本振 $\exp(-2\pi f_1 t)$ 混频后, 再经过冲激响应为 $h(t)$ 的低通滤波器分别得到载频1,2对应的接收向量 $\mathbf{x}_0(t)$, $\mathbf{x}_1(t)$, 可表示为

$$\mathbf{x}_0(t) = [\mathbf{x}(t) \exp(-2\pi f_0 t)] * h(t) = \alpha \mathbf{a}_{r0}(\theta) \mathbf{a}_{t0}^T(\theta) \mathbf{s}(t) + \mathbf{n}_0(t) \quad (7)$$

$$\mathbf{x}_1(t) = [\mathbf{x}(t) \exp(-2\pi f_1 t)] * h(t) = \alpha \mathbf{a}_{r1}(\theta) \mathbf{a}_{t1}^T(\theta) \mathbf{s}(t) + \mathbf{n}_1(t) \quad (8)$$

其中, $\mathbf{n}_0(t)$ 为载频1对应的 $N \times 1$ 接收端噪声向量, $\mathbf{n}_1(t)$ 为载频2对应的 $N \times 1$ 接收端噪声向量, $*$ 表示卷积运算。

载频1,2对应的接收向量经过 MN 个匹配滤波器滤波后的输出矢量 $\mathbf{v}_0(t)$, $\mathbf{v}_1(t)$ 可以表示为

$$\mathbf{v}_0(t) = [\mathbf{x}_0(t) \otimes \mathbf{I}_M] * [\mathbf{I}_N \otimes \mathbf{s}^*(-t)] = \alpha \beta(t) \mathbf{a}_0(\theta) + \mathbf{e}_0(t) \quad (9)$$

$$\mathbf{v}_1(t) = [\mathbf{x}_1(t) \otimes \mathbf{I}_M] * [\mathbf{I}_N \otimes \mathbf{s}^*(-t)] = \alpha \beta(t) \mathbf{a}_1(\theta) + \mathbf{e}_1(t) \quad (10)$$

其中, $\mathbf{v}_0(t)$, $\mathbf{v}_1(t)$ 为 $MN \times 1$ 的匹配滤波器输出矢量, $\mathbf{a}_0(\theta) = \mathbf{a}_{r0}(\theta) \otimes \mathbf{a}_{t0}(\theta)$, $\mathbf{a}_1(\theta) = \mathbf{a}_{r1}(\theta) \otimes \mathbf{a}_{t1}(\theta)$ 分别为载频1,2对应的MIMO阵列导向矢量, 符号 \otimes 表示向量的Kronecker积, $\beta(t)$ 表示通过对应匹配滤波器之后的主瓣响应, $(\cdot)^*$ 表示复共轭, \mathbf{I}_M 为 $M \times 1$ 的单位矩阵, \mathbf{I}_N 为 $N \times 1$ 的单位矩阵, $\mathbf{e}_0(t)$, $\mathbf{e}_1(t)$ 分别表示经过匹配滤波器后载频1,2对应的噪声向量。

对载频1,2对应信号匹配滤波后结果 $\mathbf{v}_0(t)$, $\mathbf{v}_1(t)$ 分别进行波束形成得到的结果 $y_0(t)$, $y_1(t)$ 可以表示为

$$y_0(t) = \mathbf{w}_0^H \mathbf{v}_0(t) \quad (11)$$

$$y_1(t) = \mathbf{w}_1^H \mathbf{v}_1(t) \quad (12)$$

其中, $\mathbf{w}_0, \mathbf{w}_1$ 分别为载频1,2对应的波束形成器 $MN \times 1$ 权矢量, $(\cdot)^H$ 表示共轭转置。

假设期望信号的来波方向为 θ_0 , 载频1,2对应的最优波束权矢量分别为 $\mathbf{w}_0 = \mathbf{a}_0(\theta_0)/MN$, $\mathbf{w}_1 = \mathbf{a}_1(\theta_0)/MN$ 。结合阵列方向图定义^[16]可知, 载频1,2对应的阵列归一化方向图 $F_0(\theta)$, $F_1(\theta)$ 分别可以表示为

$$F_0(\theta) = \frac{\sin[Md_T \rho_0 (\sin\theta - \sin\theta_0)]}{M \sin[d_T \rho_0 (\sin\theta - \sin\theta_0)]} \cdot \frac{\sin[Nd_R \rho_0 (\sin\theta - \sin\theta_0)]}{N \sin[d_R \rho_0 (\sin\theta - \sin\theta_0)]} \quad (13)$$

$$F_1(\theta) = \frac{\sin[Md_T \rho_1 (\sin\theta - \sin\theta_0)]}{M \sin[d_T \rho_1 (\sin\theta - \sin\theta_0)]} \cdot \frac{\sin[Nd_R \rho_1 (\sin\theta - \sin\theta_0)]}{N \sin[d_R \rho_1 (\sin\theta - \sin\theta_0)]} \quad (14)$$

分析式(13)和式(14)可知, 载频1, 2对应的阵列方向图栅瓣出现的位置 θ_{GL0} , θ_{GL1} 分别可以表示为

$$\theta_{GL0} = \arcsin\left(\frac{i}{\gamma} + \sin\theta_0\right), \quad i = \pm 1, 2, \dots \quad (15)$$

$$\theta_{GL1} = \arcsin\left(\frac{f_0}{f_1} \cdot \frac{j}{\gamma} + \sin\theta_0\right), \quad j = \pm 1, 2, \dots \quad (16)$$

其中, γ 为 γ_R, γ_T 的最大公约数。由式(15)和式(16)可知, 出现栅瓣的数量与天线间距与波长的比值相关, 比值越大出现栅瓣的数量越多。当阵列天线间距达到数十倍波长时, 方向图将出现大量栅瓣, 从而导致角度估计中出现模糊的问题。

3 基于双载频方向图相乘的栅瓣抑制算法原理

由式(15)和式(16)可知, 阵列方向图栅瓣出现的位置与信号的载频有关。当阵列的主瓣位置指向一定, 两组不同载频信号对应的阵列方向图具备主瓣位置相同但栅瓣位置存在差异的特性, 利用该特性将两组不同载频对应的阵列方向图进行相乘处理。两组不同载频对应方向图相乘得到的归一化方向图 $F(\theta)$ 可表示为

$$F(\theta) = F_0(\theta) \cdot F_1(\theta) \quad (17)$$

为了便于后续的讨论, 可将发射与接收天线间距系数表示为 $\gamma_T = qa$, $\gamma_R = qb$, 其中 q 为发射天线间距系数与接收天线间距系数的公约数, q 为任意正数; a, b 为正整数。考虑到存在一个频率差阈值 $\Delta f_T = f_0/[q(\chi + 2)]$ 使得原本相互错开的栅瓣又出现重叠, 导致后面通过提高频率差并不能提升栅瓣抑制性能, 因此本文只考虑频率差在 $(0, \Delta f_T)$ 范围内变化。其中, $\chi = \max(a, b)$, $\Delta f = |f_1 - f_0|$ 为两组信号的频率差, f_0, f_1 分别为第1,2组信号的频率。

由归一化阵列方向图特性可知, 对 $\forall \theta \in (-\pi/2, \pi/2)$, 式(18)的不等式成立

$$\left. \begin{aligned} F_0(\theta) &\leq 1 \\ F_1(\theta) &\leq 1 \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

然后结合式(17)和式(18)可知, 对 $\forall \theta \in (-\pi/2, \pi/2)$, 式(19)的不等式成立

$$F(\theta) \leq G(\theta) \quad (19)$$

其中, $G(\theta) = \min\{F_0(\theta), F_1(\theta)\}$, 当且仅当 $\theta = \theta_0$ 时式(19)等号成立, 即相乘后方向图在主瓣方向幅度相比载频1,2对应阵列方向图未发生变化

取得最大值1, 其余方向幅度相比于载频1,2对应阵列方向图均有不同程度下降, 由此达到保留主瓣幅度同时抑制栅瓣幅度的目的。

基于上述原理提出了基于双载频方向图相乘的稀疏阵列栅瓣抑制算法, 该算法在阵列信号处理过程中具体实现流程如图2所示, 该算法的详细实现步骤如算法1所示。

4 栅瓣抑制算法性能分析

为评价栅瓣抑制算法对栅瓣的抑制性能, 本文使用峰值旁瓣比(Peak SideLobe Ratio, PSLR)作为评价指标去衡量对栅瓣的抑制效果, 其定义为

$$\text{PSLR} = 20\lg \frac{U_{\text{MSL}}}{U_{\text{ML}}} \quad (20)$$

其中, U_{MSL} 为最大旁瓣的幅度, U_{ML} 为主瓣的幅度。峰值旁瓣比越小表示栅瓣抑制效果越好。

为进一步讨论该算法对栅瓣抑制的性能, 给出以下公式推导证明。均匀稀疏分布的1维分布式MIMO阵列两组不同载频方向图相乘后得到的方向图 $F(\theta)$ 可表示为

$$F(\theta) = \left| \frac{\sin [Md_T \Re_0(\theta)]}{M \sin [d_T \Re_0(\theta)]} \cdot \frac{\sin [Nd_R \Re_0(\theta)]}{N \sin [d_R \Re_0(\theta)]} \cdot \frac{\sin [Md_T \Re_1(\theta)]}{M \sin [d_T \Re_1(\theta)]} \cdot \frac{\sin [Nd_R \Re_1(\theta)]}{N \sin [d_R \Re_1(\theta)]} \right| \quad (21)$$

$$\Re_0(\theta) = \rho_0 (\sin \theta - \sin \theta_0) \quad (22)$$

$$g_0 \left(\frac{2}{q\xi} + 2x_0 - x \right) = 20\lg \left\{ \left| \frac{\sin \left[M\pi q a \left(\frac{2}{q\xi} + 2x_0 - x - x_0 \right) \right]}{M \sin \left[\pi q a \left(\frac{2}{q\xi} + 2x_0 - x - x_0 \right) \right]} \cdot \frac{\sin \left[N\pi q b \left(\frac{2}{q\xi} + 2x_0 - x - x_0 \right) \right]}{N \sin \left[\pi q b \left(\frac{2}{q\xi} + 2x_0 - x - x_0 \right) \right]} \right| \right\} \\ 20\lg \left\{ \left| \frac{\sin \left[\frac{2M\pi a}{\xi} - M\pi q a (x - x_0) \right]}{M \sin \left[\frac{2\pi a}{\xi} - \pi q a (x - x_0) \right]} \cdot \frac{\sin \left[\frac{2N\pi b}{\xi} - N\pi q b (x - x_0) \right]}{N \sin \left[\frac{2\pi b}{\xi} - \pi q b (x - x_0) \right]} \right| \right\} \quad (28)$$

因为 $Ma/\xi, Nb/\xi, a/\xi, b/\xi$ 均为正整数, 所以式(29)可以化简为

$$g_0 \left(\frac{2}{q\xi} + 2x_0 - x \right) = 20\lg \left\{ \left| \frac{\sin [M\pi q a (x - x_0)]}{M \sin [\pi q a (x - x_0)]} \cdot \frac{\sin [N\pi q b (x - x_0)]}{N \sin [\pi q b (x - x_0)]} \right| \right\} = g_0(x) \quad (29)$$

$$\Re_1(\theta) = \rho_1 (\sin \theta - \sin \theta_0) \quad (23)$$

令 $g(\theta) = 20 \lg [F(\theta)]$, $x = \sin \theta$, $g(x)$ 可表示为

$$g(x) = 20\lg \left\{ \left| \frac{\sin [Md_T \Re_0(x)]}{M \sin [d_T \Re_0(x)]} \cdot \frac{\sin [Nd_R \Re_0(x)]}{N \sin [d_R \Re_0(x)]} \cdot \frac{\sin [Md_T \Re_1(x)]}{M \sin [d_T \Re_1(x)]} \cdot \frac{\sin [Nd_R \Re_1(x)]}{N \sin [d_R \Re_1(x)]} \right| \right\} \quad (24)$$

当信号频率差在 $(0, f_0/[q(\chi + 2)])$ 范围内变化时, 两组不同载率对应阵列方向图相乘后最大旁瓣出现位置 θ_{max} 在两个方向图第1个栅瓣之间, θ_{max} 对应的 x_{max} 处在 \mathcal{N} 区间

$$\mathcal{N} = \{x | f_0/q\xi f_1 + x_0 < x < 1/q\xi + x_0\} \quad (25)$$

其中, ξ 为 a, b 的最大公约数。

那么求解 $g(x)$ 最大旁瓣幅值首先应求解最大旁瓣对应角度, 求解 $g(x)$ 最大旁瓣对应角度 x_{max} 的问题可以写成如式(26)的等价式

$$x_{\text{max}} = \arg \max_x g(x), \text{ s.t. } x \in \mathcal{N} \quad (26)$$

令 $g_0(x) = 20 \lg [F_0(x)]$, $g_1(x) = 20 \lg [F_1(x)]$, 因为 $g'_0(x)$ 在 \mathcal{N} 区间内单调下降, $g_0(x)$ 在 \mathcal{N} 区间内单调递增; $g'_1(x)$ 在 \mathcal{N} 区间内单调下降, $g_1(x)$ 在 \mathcal{N} 区间内单调递减, 由此可知满足式(27)的 x_{max} 同时可以满足式(26)。为求解满足式(27)的 x_{max} , 需证明 $g_0(x)$ 关于 $x = 1/q\xi + x_0$ 的对称性和随 Δf 变化形状平移不变性

$$g_0(x) = g_1(x), \text{ s.t. } x \in \mathcal{N} \quad (27)$$

(1) 对称性

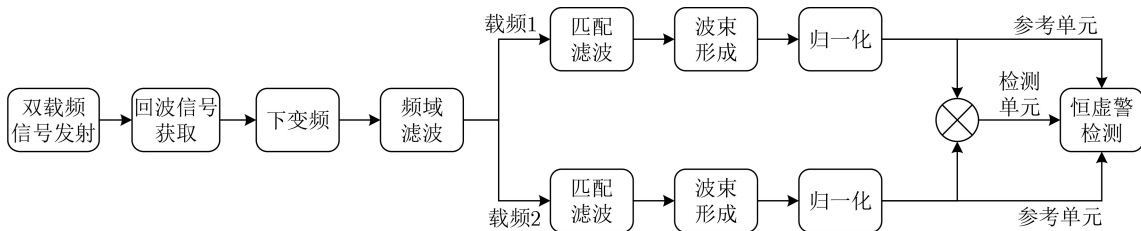


图2 栅瓣抑制算法实现流程

由此可知, $g_0(x)$ 关于 $x = 1/q\xi + x_0$ 对称。

(2) 平移不变性

$$g_1(x - \Delta x) = 20 \lg \left\{ \frac{\sin [Md_T \rho_1 (x - x_0 - \Delta x)] \sin [Nd_R \rho_1 (x - x_0 - \Delta x)]}{M \sin [d_T \rho_1 (x - x_0 - \Delta x)] N \sin [d_R \rho_1 (x - x_0 - \Delta x)]} \right\} \\ 20 \lg 10 \left\{ \frac{\sin \left[\frac{M\pi}{\lambda_0} d_T (x - x_0) - \frac{M\pi \Delta f}{c} d_T \left(x - x_0 - \frac{1}{q\xi} \right) \right]}{M \sin \left[\frac{\pi}{\lambda_0} d_T (x - x_0) - \frac{\pi \Delta f}{c} d_T \left(x - x_0 - \frac{1}{q\xi} \right) \right]} \cdot \frac{\sin \left[\frac{N\pi}{\lambda_0} d_R (x - x_0) - \frac{N\pi \Delta f}{c} d_R \left(x - x_0 - \frac{1}{q\xi} \right) \right]}{N \sin \left[\frac{\pi}{\lambda_0} d_R (x - x_0) - \frac{\pi \Delta f}{c} d_R \left(x - x_0 - \frac{1}{q\xi} \right) \right]} \right\} \quad (30)$$

其中, $\Delta x = \frac{\Delta f}{f_1 q \xi}$, 因为 $\left(x - x_0 - \frac{1}{q\xi}\right) \rightarrow 0$ 所以在 $x \in \left(\frac{1}{q\xi} + x_0, \frac{2}{q\xi} - \frac{f_0}{f_1 q \xi} + x_0\right)$ 范围内 $g_1(x - \Delta x) \approx g_0(x)$ 。

也即在 $x \in \left(\frac{1}{q\xi} + x_0, \frac{2}{q\xi} - \frac{f_0}{f_1 q \xi} + x_0\right)$ 范围内, $g_0(x)$ 因为 Δf 变化导致的平移近似不改变函数形状。

综上所述, 当 $x_{\max} = \left(\frac{1}{q\xi} + \frac{f_0}{f_1 q \xi} + 2x_0\right) / 2 = \frac{2 + \beta}{2(1 + \beta) q \xi} + x_0$ 时, 可使式(27)成立, 即此时 $g(x)$ 在 \mathcal{N} 区间内取最大值。由此可得到频率差(Δf)与峰值旁瓣比(PSLR)的表达式

$$\text{PSLR} = 40 \lg \left\{ \frac{\left| \frac{\sin \left[\frac{(2 + \beta) M \pi a}{2(1 + \beta) \xi} \right] \sin \left[\frac{(2 + \beta) N \pi b}{2(1 + \beta) \xi} \right]}{MN \sin \left[\frac{(2 + \beta) \pi a}{2(1 + \beta) \xi} \right] \sin \left[\frac{(2 + \beta) \pi b}{2(1 + \beta) \xi} \right]} \right|}{1} \right\}, \quad 0 < \beta < \frac{1}{q(\chi + 2)} \quad (31)$$

其中, 频率差系数 $\beta = \Delta f / f_0$, 当 Δf 在 $(0, f_0 / [q(\chi + 2)])$ 范围内, PSLR随信号频率差增大而减小。

5 仿真与结果分析

为了验证本文所介绍的栅瓣抑制算法原理的正确性以及栅瓣抑制性能。本文设计了由10个发射天线与10个接收天线组成的均匀稀疏分布的1维分布式MIMO阵列的仿真实验。具体的仿真参数如表1所示。

5.1 不同频率差下方向图相乘后方向图

两组不同载频对应的阵列方向图相乘栅瓣抑制性能与两组信号的频率差有关。为了验证算法栅瓣抑制原理的正确性在表1所示的仿真条件基础上设计多组不同频率差的仿真实验。

在该仿真条件下最大频率差系数约为0.028, 在该频率差系数范围内设计了频率差系数为0.013和0.026的两组仿真实验。频率差系数为0.013和天线波束最大值指向为 0° 时两组不同载频对应的阵列方向图相乘得到的方向图及局部放大图如图3(a)所示; 频率差系数为0.026和天线波束最大值指向为 0° 时两组不同载频对应的阵列方向图相乘得到的方向图及局部放大图如图3(b)所示。频率差系数为0.013和天线波束最大值指向为 20° 时两组不同载频对应的阵列方向图相乘得到的方向图及局部放大

图如图4(a)所示; 频率差系数为0.026和天线波束最大值指向为 20° 时两组不同载频对应的阵列方向图相乘得到的方向图及局部放大图如图4(b)所示。

算法1 栅瓣抑制算法

发射与接收端:

- (1) 发射双载频信号 $\mathbf{z}(t)$;
- (2) 接收回波信号 $\mathbf{x}(t)$ 。

信号处理端:

- (1) 利用式(7)和式(8)对 $\mathbf{x}(t)$ 进行下变频和频域滤波分离出 $\mathbf{x}_0(t)$ 和 $\mathbf{x}_1(t)$ 两路信号;
- (2) 利用式(9)和式(10)分别对 $\mathbf{x}_0(t)$ 和 $\mathbf{x}_1(t)$ 进行匹配滤波得到 $\mathbf{v}_0(t)$ 和 $\mathbf{v}_1(t)$;
- (3) 使用式(11)和式(12)对 $\mathbf{v}_0(t)$ 和 $\mathbf{v}_1(t)$ 信号分别进行波束形成得到 $y_0(t)$ 和 $y_1(t)$;
- (4) 对 $y_0(t)$ 和 $y_1(t)$ 进行归一化得到 $\tilde{y}_0(t)$ 和 $\tilde{y}_1(t)$;
- (5) 将 $\tilde{y}_0(t)$ 和 $\tilde{y}_1(t)$ 进行相乘处理到 $\tilde{y}(t)$;
- (6) 从 $\tilde{y}(t)$ 选取检测单元, 从 $\tilde{y}_0(t)$ 或 $\tilde{y}_1(t)$ 选取该检测单元对应的参考单元进行恒虚警检测;
- (7) 调整波束指向转到步骤(3), 完成空域的搜索, 退出。

表1 仿真实验的详细参数

发射天线数量	接收天线数量	发射天线间距系数 γ_T	接收天线间距系数 γ_R	天线间距	基准信号频率 f_0
10	10	20	25	5	10 GHz

由图3(a)和图4(a)可知,在频率差系数为0.013下使用该栅瓣抑制算法后,天线最大值指向为 0° 和 20° 方向图峰值旁瓣比分别为 -4.99 dB, -4.99 dB;由图3(b)和图4(b)可知,在频率差系数为0.026下使用该栅瓣抑制算法后,天线最大值指向为 0° 和 20° 方向图峰值旁瓣比分别为 -22.08 dB, -22.08 dB;由此可知,天线波束进行扫描并不会影响算法的栅瓣抑制性能。

由图3(a)或图4(a)可知,当频率差系数为0.013时,使用该栅瓣抑制算法后方向图峰值旁瓣比为 -4.99 dB;由图3(b)或图4(b)可知当频率差系数为0.026时,使用该栅瓣抑制算法后方向图峰值旁瓣比为 -22.08 dB。由此可知,基于不同载频方向图相乘的栅瓣抑制算法可以有效抑制栅瓣,而且栅瓣的抑制性能与频率差有关。

5.2 栅瓣抑制性能与频率差关系

由上节分析可知,该算法栅瓣抑制的性能与两组载频的频率差有关,在一定范围内频率差越大算法的栅瓣抑制性能越好。为验证本文所推导的该算法栅瓣抑制后峰值旁瓣比与频率差关系表达式的正确性,不失一般性地在表1所示仿真条件基础上设

计了天线最大值指向为 0° 时多组不同频率差的仿真实验。

两组不同载频对应的方向图相乘后得到方向图峰值旁瓣对应角度与频率差的关系曲线(近似值与理论值),如图5所示。两组不同载频对应的阵列方向图相乘得到方向图的峰值旁瓣比与两组信号频率差的关系曲线(近似值与理论值),如图6所示。

由图5和图6可知,不同频率差下得到的近似峰值旁瓣比以及对应角度与理论峰值旁瓣比以及对应角度相吻合,由此验证该算法栅瓣抑制性能近似表达式的正确性。由图6可知,在一定频率差范围内峰值旁瓣比随频率差值增大而减小。因此,频率差越大算法栅瓣抑制性能越强。

6 结束语

为了抑制稀疏阵列因天线稀疏分布而产生的大量栅瓣,本文提出一种利用双载频方向图相乘的栅瓣抑制算法。该算法利用不同载频阵列方向图主瓣与栅瓣相对位置关系存在差异的特性实现对栅瓣的有效抑制。在最优频率差下,该算法对稀疏阵列栅瓣有25 dB的抑制效果,且存在无需进行大规模搜

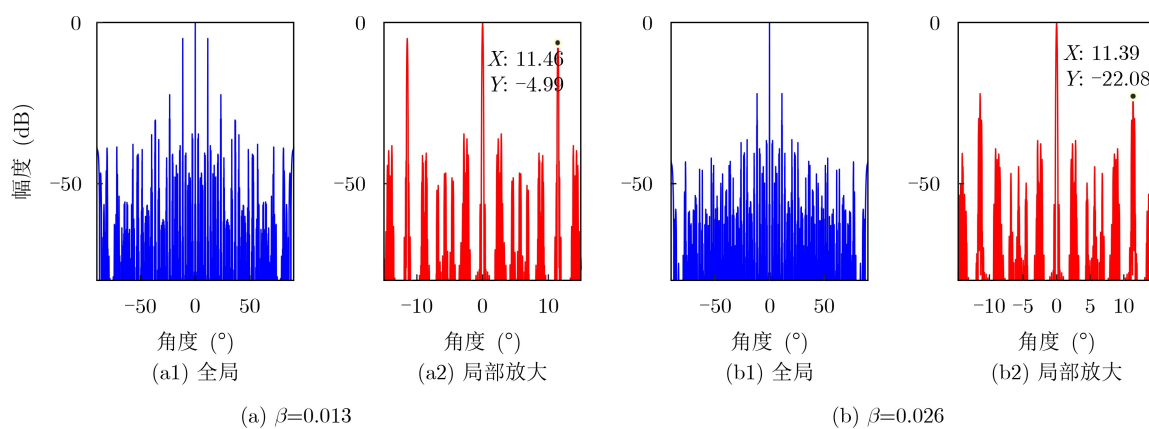


图3 相乘后方向图(波束最大值指向 0°)

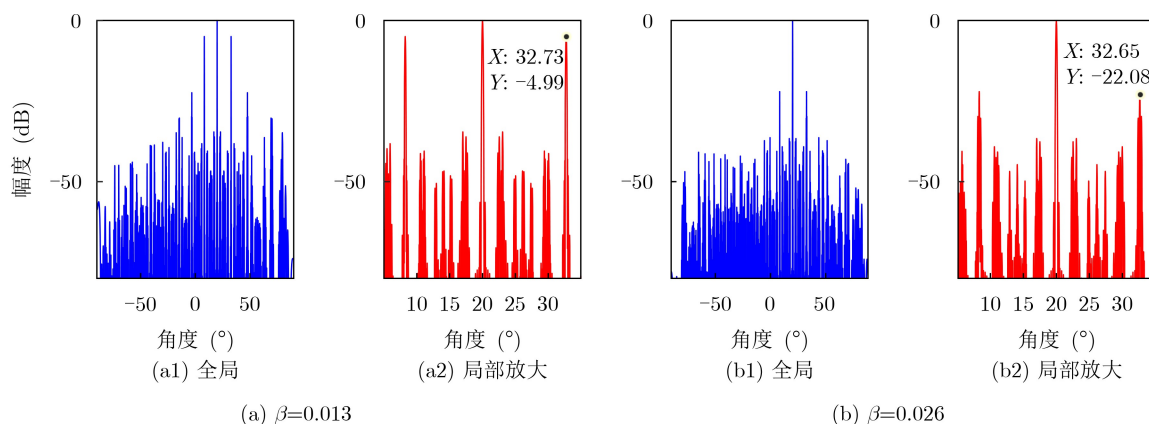


图4 相乘后方向图(波束最大值指向 20°)

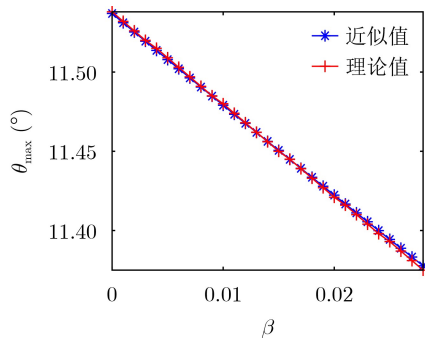


图5 峰值旁瓣对应角度与频率差关系图

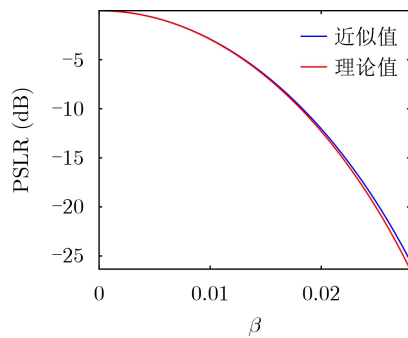


图6 峰值旁瓣比与频率差关系图

索的优势。文中推导得到的栅瓣抑制后峰值旁瓣比与频率差的关系表达式可以为雷达系统设计过程中快速选择最优频率差提供理论依据。

参考文献

- [1] DENG Weibo, WANG Hongyong, SUO Ying, *et al.* Grating lobe control of two-way pattern for linear distributed array[C]. 2020 IEEE International Symposium on Antennas and Propagation and North American Radio Science Meeting, Montreal, Canada, 2020: 621–622. doi: [10.1109/IEEECONF35879.2020.9330374](https://doi.org/10.1109/IEEECONF35879.2020.9330374).
- [2] 陈志坤, 杜康, 彭冬亮, 等. 基于混合三角变异差分进化算法的平面稀疏阵列约束优化[J]. 电子与信息学报, 2020, 42(4): 895–901. doi: [10.11999/JEIT190705](https://doi.org/10.11999/JEIT190705).
CHEN Zhikun, DU Kang, PENG Dongliang, *et al.* Planar sparse array constraint optimization based on hybrid trigonometric mutation differential evolution algorithm[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2020, 42(4): 895–901. doi: [10.11999/JEIT190705](https://doi.org/10.11999/JEIT190705).
- [3] WANG Zhe, WANG Wenqin, ZHENG Zhi, *et al.* Nested array sensor with grating lobe suppression and arbitrary transmit–receive beam pattern synthesis[J]. *IEEE Access*, 2018, 6: 9227–9237. doi: [10.1109/ACCESS.2018.2804486](https://doi.org/10.1109/ACCESS.2018.2804486).
- [4] ZHU Rongqiang, ZHOU Jianxiong, JIANG Ge, *et al.* Grating lobe suppression in near range MIMO array imaging using zero migration[J]. *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, 2020, 68(1): 387–397. doi: [10.1109/TMTT.2019.2941188](https://doi.org/10.1109/TMTT.2019.2941188).
- [5] LU Baojun, SANG Lei, LI Xiangxiang, *et al.* Research on reducing grating lobe of adjoining regular subarray using genetic algorithms (GA)[C]. 2016 11th International Symposium on Antennas, Propagation and EM Theory (ISAPE), Guilin, China, 2016: 475–477. doi: [10.1109/ISAPE.2016.7833999](https://doi.org/10.1109/ISAPE.2016.7833999).
- [6] 丛雯珊, 余岚, 沃江海. 基于粒子群算法的宽带真延时方向图栅瓣抑制方法[J]. 电子与信息学报, 2019, 41(7): 1698–1704. doi: [10.11999/JEIT180719](https://doi.org/10.11999/JEIT180719).
CONG Wenshan, YU Lan, and WO Jianghai. A grating lobe suppression method of wideband real time delay pattern based on particle swarm optimization algorithm[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2019, 41(7): 1698–1704. doi: [10.11999/JEIT180719](https://doi.org/10.11999/JEIT180719).
- [7] RUDOLPH D L and BAROTT W C. Reduction of near-field grating lobes in sparse linear phased arrays[C]. 2014 IEEE Antennas and Propagation Society International Symposium (APSURSI), Memphis, USA, 2014: 1155–1156. doi: [10.1109/APS.2014.6904904](https://doi.org/10.1109/APS.2014.6904904).
- [8] LEMES D L, HECKLER M V T, GREDA L A, *et al.* Analysis of dual-band non-uniformly spaced arrays for mobile communications[C]. 2017 SBMO/IEEE MTT-S International Microwave and Optoelectronics Conference (IMOC), Aguas de Lindoia, Brazil, 2017: 1–5. doi: [10.1109/IMOC.2017.8121121](https://doi.org/10.1109/IMOC.2017.8121121).
- [9] CUI Can, LI Wentao, YE Xiutiao, *et al.* Hybrid genetic algorithm and modified iterative fourier transform algorithm for large thinned array synthesis[J]. *IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters*, 2017, 16: 2150–2154. doi: [10.1109/LAWP.2017.2700865](https://doi.org/10.1109/LAWP.2017.2700865).
- [10] FU Yu, GUO Zhigui, WANG Haowen, *et al.* Optimization of planar thinned antenna array based on genetic and convex hybrid algorithm[C]. 2016 Progress in Electromagnetic Research Symposium (PIERS), Shanghai, China, 2016: 1299–1303. doi: [10.1109/PIERS.2016.7734641](https://doi.org/10.1109/PIERS.2016.7734641).
- [11] ZHOU Zhigang, ZENG Cao, and CHEN Baixiao. Fast low-sidelobe pattern synthesis for linear array thinning utilizing a modified iterative Chirp-Z transform technique[J]. *IEEE Sensors Journal*, 2021, 21(20): 23480–23491. doi: [10.1109/JSEN.2021.3108595](https://doi.org/10.1109/JSEN.2021.3108595).

- [12] SINGH M and GHOSH B. Antenna pattern synthesis using phase mode for circular array with reduced side-lobe level[C]. 2020 IEEE Asia-Pacific Microwave Conference (APMC), Hong Kong, China, 2020: 173–175. doi: [10.1109/APMC47863.2020.9331681](https://doi.org/10.1109/APMC47863.2020.9331681).
- [13] CUI Xiaowei, ZHANG Qingtai, and FENG Zhenming. Outage performance for maximal ratio combiner in the presence of unequal-power co-channel interferers[J]. *IEEE Communications Letters*, 2004, 8(5): 289–291. doi: [10.1109/LCOMM.2004.827401](https://doi.org/10.1109/LCOMM.2004.827401).
- [14] 冯晶晶. 分布式星载雷达栅瓣抑制技术研究[D]. [硕士论文], 电子科技大学, 2010.
FENG Jingjing. Research on grating lobe suppression technology of distributed spaceborne radar[D]. [Master. dissertation], University of Electronic Science and Technology of China, 2010.
- [15] ZHU Rongqiang, ZHOU Jianxiong, and FU Qiang. A grating and side lobe suppression method for near range MIMO array[C]. 2019 6th Asia-Pacific Conference on Synthetic Aperture Radar (APSAR), Xiamen, China, 2019: 1–4. doi: [10.1109/APSAR46974.2019.9048457](https://doi.org/10.1109/APSAR46974.2019.9048457).
- [16] 李道京, 侯颖妮, 滕秀敏, 等. 稀疏阵列天线雷达技术及其应用[M]. 北京: 科学出版社, 2014: 172–173.
- 王旭: 男, 副研究员, 研究方向为高速实时数字信号处理.
黄冬平: 男, 硕士生, 研究方向为雷达信号处理.
魏国华: 男, 研究员, 研究方向为雷达系统及其信号处理.
白嘉豪: 男, 博士生, 研究方向为雷达信号处理.
朱沁源: 男, 硕士生, 研究方向为雷达信号处理.
- 责任编辑: 余蓉