# 一种变步长最小平均p范数自适应滤波算法

王 彪 李涵琼\* 高世杰 张明亮 徐 晨 (江苏科技大学电子信息学院 镇江 212100)

摘 要: 在α稳定分布脉冲噪声背景下,为解决固定步长最小平均p范数(LMP)不能同时满足快收敛速度和低稳态 误差的问题,该文提出一种对脉冲噪声具有鲁棒性的变步长最小平均p范数(VSS-LMP)自适应滤波算法。该算法 利用改进的变形高斯函数来调节步长,采用移动平均法构造变步长函数,克服了定步长算法稳态误差高及抗噪性 能差的问题。VSS-LMP算法在系统受到脉冲噪声干扰时,能维持步长稳定;当系统逐渐稳定时,能产生小步长 以降低稳态误差。系统辨识仿真结果表明,在α稳定分布脉冲噪声下,VSS-LMP算法与固定步长和已有变步长算 法相比,具有更快的收敛速度和更强的系统跟踪能力。
 关键词:最小平均p范数;变步长;α稳定分布;变形高斯函数
 中图分类号: TN911.7 文献标识码: A 文章编号: 1009-5896(2022)02-0661-07 DOI: 10.11999/JEIT210073

# A Variable Step Size Least Mean *p*-Power Adaptive Filtering Algorithm

WANG Biao LI Hanqiong GAO Shijie ZHANG Mingliang XU Chen (School of Electronic and Information, Jiangsu University of Science and Technology, Zhenjiang 212100, China)

Abstract: Under  $\alpha$  stable distribution impulse noise environment, in order to solve the problem that the fixed step-size Least Mean *p*-Power(LMP) can not satisfy the fast convergence speed and low steady-state error at the same time, a Variable Step-Size LMP (VSS-LMP) adaptive filtering algorithm with robustness to impulse noise is proposed. The algorithm uses an improved modified Gaussian function to adjust the step size, and uses a moving average method to construct a variable step size function, which overcomes the problems of high steady-state error and poor anti-noise performance of the fixed-step algorithm. When the system is disturbed by impulse noise, the VSS-LMP algorithm can maintain a stable step size; When the system is gradually stable, it can generate a small step size to reduce the steady-state error. The simulation results of system identification show that the VSS-LMP algorithm has faster convergence speed and stronger system tracking ability compared with the fixed step size and variable step size algorithm under the condition of  $\alpha$  stable distributed impulse noise.

Key words: Least Mean p-Power(LMP); Variable step size;  $\alpha$  stable distribution; Modified Gaussian function

## 1 引言

在自适应滤波算法中,以最小均方误差为代价 函数的最小均方算法(Least Mean Square, LMS), 在高斯噪声环境中因其简单性和鲁棒性强得到了广 泛的研究和应用<sup>[1]</sup>。然而,在实际应用中,如:语 音处理、信号处理、电力通信和水声信道中,系统 往往受到非高斯噪声的干扰。已有研究表明,近海

基金项目: 国家自然科学基金(52071164)

水声信道中的非高斯噪声多以带有前鳌的鳌虾类生物产生的噪声为主,其表现出强烈的脉冲特性<sup>[2]</sup>。由于LMS算法只考虑了数据的2阶统计量,在非高斯噪声下,如脉冲噪声,LMS算法收敛速度和稳定性显著下降<sup>[3]</sup>。为克服这个问题,Shao和Nikias<sup>[4]</sup>提出了最小平均p范数(Least Mean *p*-Power, LMP)算法,以误差的p次方代替误差的平方。LMP算法因其对脉冲噪声具有鲁棒性而备受关注,已被广泛应用于多种场景,如系统辨识、回声消除、语音预测等多个领域。

传统LMP算法的步长为固定值,不能同时满 足较快的收敛速度和较低的稳态误差的要求,变步 长是解决算法收敛速度和稳态误差的有效方法<sup>[5]</sup>。

收稿日期: 2021-05-25; 改回日期: 2021-09-03; 网络出版: 2021-09-17 \*通信作者: 李涵琼 lhqjune@163.com

Foundation Item: The National Natural Science Foundation of China(52071164)

为改善固定步长LMP算法性能,相关研究人员开 展了大量研究。付柏成等人<sup>[6]</sup>采用误差的P阶互相 关加权平均值来更新步长,提出了一种新的变步长 归一化LMP算法,该变步长方法使算法收敛更加 平稳,同时加快了算法的收敛速度。为进一步提高 脉冲噪声下LMP算法性能,郝燕玲等人<sup>[7]</sup>提出一种 基于梯度加权平均的变步长归一化最小平均p范数 (Variable Step-Size-Normalized LMP, VSS-NLMP)算法,该算法利用平滑梯度矢量控制步长 的变化,提高了算法收敛速度和稳态精度。为提高 稀疏系统下LMP算法性能,陈思佳等人<sup>18</sup>将加权零 吸引思想引入到LMP算法中,并基于无噪先验误 差提出了变步长零吸引最小平均p范数(Improved Variable Step-Size Reweighted Zero Attracting-LMP, IVSS-RZA-LMP)算法。上述提出的变步长 算法能够同时获得较快的收敛速度和较低的稳态误 差,与固定步长LMP算法相比性能有所提高,但 这些算法构造的变步长函数均未考虑脉冲噪声对于 步长改变的影响。

结合上述分析,本文提出一种对脉冲噪声具有 鲁棒性的变步长LMP(Variable Step-Size LMP, VSS-LMP)自适应滤波算法,对变形高斯函数<sup>[9]</sup>进 行改进,将改进的变形高斯函数用于步长的更新 中。本文分析了算法的收敛性和参数对算法性能的 影响,并通过仿真实验证明了VSS-LMP算法具有 更快的收敛速度和更强的系统跟踪能力。

## 2 最小平均p范数算法

自适应滤波器的原理框架如图1所示,输入信 号 $\boldsymbol{x}(n)$ 经过未知系统 $\boldsymbol{w}_0$ 与噪声信号v(n)叠加得到期 望信号d(n), $\boldsymbol{x}(n)$ 经过自适应滤波器得到输出信号 y(n)。自适应滤波器通过期望信号d(n)与输出信号 y(n)相减得到误差信号e(n)来调节滤波器权值向量  $\boldsymbol{w}(n)$ ,使滤波器权值向量 $\boldsymbol{w}(n)$ 逼近未知系统冲击 响应 $\boldsymbol{w}_0$ ,从而达到系统辨识的目的。

 $\boldsymbol{x}(n) = [x(n), x(n-1), \dots, x(n-M+1)]^{T}$ 为输入信号, $\boldsymbol{w}_{0} = [w_{1}w_{2}\cdots w_{M}]^{T}$ 为未知系统的单位脉冲响应,可得到图1中自适应滤波器的期望信号d(n)

$$d(n) = \boldsymbol{w}_0^{\mathrm{T}} \boldsymbol{x}(n) + v(n) \tag{1}$$

其中,T表示转置,M表示系统长度(即滤波器长度),v(n)为环境噪声。y(n)为滤波器在n时刻的输出,可得到滤波器的瞬时误差信号

$$e(n) = d(n) - y(n) = d(n) - \boldsymbol{w}^{\mathrm{T}}(n)\boldsymbol{x}(n)$$
(2)

其中,  $\boldsymbol{w}(n) = [w_1(n), w_2(n) \cdots w_M(n)]^T$ 为滤波器权值 向量。

在 $\alpha$ 稳定分布脉冲噪声下,最小平均p范数算 法以误差的p次方来代替误差的平方,能有效地对 抗脉冲噪声干扰。因此,本文选择最小平均p范数 作为滤波器的自适应算法,即选择代价函数  $J_{LMP}(n) = |e(n)|^{p}$ ,利用随机梯度下降法得到LMP 算法的权值更新公式

$$\boldsymbol{w}(n+1) = \boldsymbol{w}(n) + \mu' \frac{\partial J_{\text{LMP}}(n)}{\partial \boldsymbol{w}(n)}$$
$$= \boldsymbol{w}(n) + \mu' p |e(n)|^{p-1} \text{sgn}(e(n)) \boldsymbol{x}(n) \quad (3)$$

其中,  $sgn(e(n))=e(n)/|e(n)|, \mu' 为步长调节参数,$ 可令 $\mu = \mu' p$ 整体作为步长因子,可将式(3)改写为

$$\boldsymbol{w}(n+1) = \boldsymbol{w}(n) + \mu |\boldsymbol{e}(n)|^{p-2} \boldsymbol{e}(n) \boldsymbol{x}(n) \qquad (4)$$

其中,0<μ<1为步长因子,0<p<α为算法范数。

## 3 变步长最小平均p范数算法

#### 3.1 VSS-LMP算法

自适应滤波算法的性能主要由收敛速度和稳态 误差来衡量,变步长是提高算法性能的有效方法。 在高斯噪声下,采用瞬时误差来更新步长是一种简 单有效的方法;但在非高斯噪声(脉冲噪声)下,估 计误差对脉冲噪声敏感,不能直接用于步长的更 新,需建立步长与误差之间的非线性关系式,以对 抗脉冲噪声的干扰。文献[9]提出基于变形高斯函数 的抗脉冲噪声干扰变步长方法,采用变形高斯函数 来控制算法步长的改变,与其他变步长方法相比计 算复杂度更低、算法收敛性更好和稳态性能更优。

本文对该变形高斯函数进一步改进,引入参数 *a*,*b*,提出改进的变形高斯函数,其表达式为

$$f(e(n)) = a|e(n)|^{2} \exp(-b|e(n)|^{2})$$
(5)



图 1 系统辨识框图

其中,参数a,b共同控制函数f(e(n))的形状和取值 范围,不同参数a,b下函数图像如图2所示,从图2 中可以看出在误差较大时,函数值很小且趋于0, 函数值不受误差突变的影响,在脉冲噪声下该函数 有着良好的稳定性。函数在当误差在 $1/\sqrt{b}$ 附近 时,函数能取得较大值,以提高收敛速度;当误差 接近原点时,函数值逐渐接近于0,以降低稳态误 差。改进的变形高斯函数f(e(n))反映了误差的动态 变化,对脉冲噪声具有鲁棒性,且实现简单,可使 用该函数来更新步长。



图 2 不同参数a, b下函数图像

考虑步长之间的相关性,本文构造的步长由前 一时刻步长和上述改进的变形高斯函数*f*(*e*(*n*))共同 控制,采用移动平均法<sup>[10]</sup>构造步长函数,得到步长 与误差之间的关系式为

$$\mu(e(n)) = \beta \mu(e(n-1)) + (1-\beta)a|e(n)|^2 \exp(-b|e(n)|^2)$$
(6)

其中, β为平滑因子,其值为小于1且接近于1的常数,β控制了步长的稳定性,β值越大步长变化越稳定,受误差e(n)影响越小,本文β取值0.98。式(6)中a,b,β为常值参数,共同调节步长的取值范围,控制算法的收敛速度和稳态误差。本文构造的变步长函数μ(e(n))当系统受到脉冲噪声干扰时,能维持步长稳定;当误差较小时,能产生小步长,以降低稳态误差。本文所提VSS-LMP算法具体实现步骤如表1所示。

#### 3.2 算法收敛性分析

为保证算法稳定,需进行收敛性分析。假设初 始步长 $\mu(e(0))$ 为0,改写式(6)

$$\mu(e(n)) = \beta \mu(e(n-1)) + (1-\beta)a|e(n)|^{2} \exp(-b|e(n)|^{2})$$
$$= \sum_{i=1}^{n} \beta^{n-i} \psi(e(i)) + \beta^{n} \mu(e(0))$$
$$= \sum_{i=1}^{n} \beta^{n-i} \psi(e(i))$$
(7)

表 1 VSS-LMP算法框图

%初始化
$\mu(0)=0$ ,初始化参数 $w_{0},a,b,\beta,p$
For $n=0,1,2,\cdots$
%计算误差
$e(n) = d(n) - \boldsymbol{w}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{x}(n)$
%更新步长
$\mu(e(n)) = \beta \mu(e(n-1)) + (1-\beta)a e(n) ^2 \exp(-b e(n) ^2)$
%更新权值
$\boldsymbol{w}(n+1) = \boldsymbol{w}(n) + \mu(\boldsymbol{e}(n)) \boldsymbol{e}(n) ^{p-2}\boldsymbol{e}(n)\boldsymbol{x}(n)$
End

其中

$$\psi(e(i)) = (1 - \beta)a|e(n)|^{2} \exp(-b|e(n)|^{2})$$
  
 
$$\leq (1 - \beta)\frac{a}{b}\exp(-1)$$
(8)

将式(8)代入式(7)中,可得

$$\mu(e(n)) \le \sum_{i=1}^{n} \beta^{n-i} (1-\beta) \frac{a}{b} \exp(-1)$$
  
=  $(1-\beta^n) \frac{a}{b} \exp(-1)$  (9)

当 $0 < \beta < 1$ 时,可得 $\mu(e(n)) \le \frac{a}{b} \exp(-1)$ , VSS-LMP算法权值更新公式为

 $w(n+1) = w(n) + \mu(e(n))|e(n)|^{p-2}e(n)x(n)$  (10) 其中, $\mu(e(n))|e(n)|^{p-2}$ 可视为LMS算法中的总步长, 在LMS算法中步长满足 $0 < \mu \le \frac{2}{3tr(\mathbf{R})}$ 时,算法才 收敛,因此VSS-LMP算法中步长应满足

$$0 < \mu(e(n))|e(n)|^{p-2} \le \frac{2}{3\mathrm{tr}(\mathbf{R})}$$
 (11)

其中, tr(·)表示矩阵的迹,  $\mathbf{R} = E[\mathbf{x}^{T}(n)\mathbf{x}(n)]$ 为输 入信号自相关矩阵。其中0 \alpha ( $\alpha \leq 2$ ),故  $|e(n)|^{p-2} \leq 1$ ,将式(9)代入式(11)中可得

$$\frac{a}{b} \le \frac{2}{3\mathrm{tr}(\boldsymbol{R})} \exp(1) \tag{12}$$

因此,当参数*a*,*b*满足式(12)时本文所提变步长 LMP算法收敛。

## 4 算法仿真与性能分析

#### 4.1 脉冲噪声模型

在仿真实验中选用α稳定分布作为脉冲噪声模型,α稳态分布噪声是一类带有线状尖峰且具有拖 尾效应的随机噪声,其不存在统一的概率密度函 数,但具有统一的特征函数<sup>[11]</sup>,可表示为

$$f(t) = \exp\{j\delta t - \gamma |t|^{\alpha} [1 + j\beta \operatorname{sgn}(t)S(t,\alpha)]\}$$
(13)  
其中, sgn(·)为符号函数,  $S(t,\alpha)$ 函数表达式为

$$S(t,\alpha) = \begin{cases} \tan\frac{\alpha\pi}{2}, & \alpha \neq 1\\ \frac{2}{\pi} \lg|t|, & \alpha = 1 \end{cases}$$
(14)

 $\alpha$ 稳定分布的特征函数由 $\alpha, \beta, \gamma$ 和 $\delta$  4个参数决定, 噪声模型可表示为 $N = [\alpha, \beta, \gamma, \delta]$ 。其中 $\alpha \in (0, 2]$ 为 特征指数,用来控制脉冲程度大小, $\alpha$ 越小脉冲特 性越强; $\beta \in [-1, 1]$ 为对称参数,当 $\beta$ =0时称为 $\alpha$ 稳 定分布; $\delta \in (-\infty, +\infty)$ 为位置参数; $\gamma \in (-\infty, +\infty)$ 为分散系数,类似于高斯分布中的方差。

由于脉冲噪声不具有方差和相关函数等2阶统 计量,传统的信噪比函数在α稳态分布噪声下将失 效,因此可用式(15)来衡量脉冲噪声与有用信号的 信噪比<sup>[12]</sup>

$$SNR_{dB} = 10 \lg \left(\frac{\sigma_s^2}{\gamma}\right)$$
 (15)

其中, $\sigma_{s}^{2}$ 为输入信号方差, $\gamma$ 为分散系数。

#### 4.2 系统辨识仿真实验

在α稳定分布脉冲噪声下,本文将所提VSS-LMP算法应用于系统辨识中。输入信号*x*(*n*)服从 均值为0、方差为1的高斯分布,未知系统的权向量 *w*<sub>0</sub>和滤波器权值向量*w*(*n*)均服从0均值高斯分布, 滤波器阶数*M*=128,每次采样点数为2×10<sup>4</sup>。在第 1×10<sup>4</sup>个采样点时刻系统发生突变,即未知系统权 向量由*w*<sub>0</sub>变为-*w*<sub>0</sub>,所有仿真结果由100次蒙特卡 洛仿真获得。算法性能由归一化均方权值偏差 (Normalized Mean Square Deviation, NMSD)曲 线<sup>[13]</sup>描述,该曲线能够衡量算法收敛速度和稳态误 差性能,反映了滤波器估计值*w*(*n*)与未知系统*w*<sub>0</sub> 之间的误差,NMSD值越小算法性能越好,其表达 式为

$$\text{NMSD} \triangleq 10 \lg \left[ \frac{\left| \left| \boldsymbol{w}_0 - \boldsymbol{w}(n) \right| \right|^2}{\left| \left| \boldsymbol{w}_0 \right| \right|^2} \right]$$
(16)

#### 4.2.1 参数对算法性能分析

研究参数a对VSS-LMP算法性能的影响。参数 b取值为0.01,平滑因子 $\beta$ 取值为0.98,算法范数 p取值为1.2,上述参数的选择均在满足步长稳定条 件下,采用试错法获得最佳取值<sup>[14]</sup>。参数a分别取 值为0.0002,0.0004,0.0006,0.0008,0.0010,0.0020 和0.0030,仿真脉冲噪声参数 $N_2$ =[1.4,0,0.03, 0]下,算法性能曲线如图3所示。

分析图3可知,当参数a分别为0.0002,0.0004, 0.0006,0.0008,0.0010,0.0020和0.0030时,算法收 敛时的NMSD值分别为-32.12 dB,-29.79 dB, -28.12 dB,-26.30 dB,-25.23 dB,-20.28 dB, -10.43 dB。当参数a取值大于0.0008时,算法收敛 所需的迭代次数相差不大,此时参数a主要影响算 法收敛时的稳态误差,参数a越小算法稳态误差越 低。当参数a取值小于0.0008时,随着参数a的减 小,算法初始收敛速度和系统突变后的收敛速度会 逐渐变差。当参数a为0.0008和0.001时,算法收敛 速度接近,但参数a为0.0008时稳态误差更低一 些。因此,在本仿真环境下,为获得更快的收敛速 度和更低的稳态误差,参数a取值为0.0008时,算 法性能相对更优。

研究参数b对VSS-LMP算法性能的影响。参数 a取值为0.0008,参数b分别取0.002,0.005,0.010, 0.020,0.030,0.040,0.050,其他参数设定不变,算 法性能曲线如图4所示。

分析图4可知,参数b分别为0.002,0.005,0.010, 0.020,0.030,0.040,0.050时,算法收敛所需迭代次 数分别为1471,2086,2396,3481,3545,4536,5449, 6633,可知参数b越小收敛速度越快但收敛时稳态 误差越高。随着参数b取值大于0.010时,参数b越 大稳态误差越低,但系统突变后算法收敛到稳定状 态需要更多的迭代次数。当参数b为0.005和0.010 时,收敛时的迭代次数分别为2086,2396,收敛时



图 3 不同参数a下VSS-LMP性能曲线



图 4 不同参数b下VSS-LMP算法性能曲线

的NMSD值分别为-23.49 dB, -24.78 dB, 可牺牲 一些收敛速度换取更低一点的稳态误差,因此参数 *b*取0.010时算法性能相对更优。

### 4.2.2 不同算法性能比较

将文献[15]基于Sigmoid函数、文献[16]基于双 曲正切函数和文献[17]基于高斯分布曲线的变步长 方法引入到LMP算法步长中,同时仿真了文献[6] 基于梯度加权平均的VSS-NLMP算法。将上述变 步长算法与本文提出的VSS-LMP算法和固定步长 LMP算法进行比较,分别在信噪比5 dB,15 dB, 25 dB下进行仿真实验。各变步长算法的步长表达 式如表2所示,各算法参数均取此仿真条件下性能 的最佳值,算法范数p均取值为1.2。 $\alpha$ 稳定分布噪 声参数可由式(15)得出,分别为 $N_1$ =[1.4,0,0.3,0],  $N_2$ =[1.4,0,0.03,0], $N_3$ =[1.4,0,0.003,0],各算法 性能曲线分别如图5、图6、图7所示。

由图5可知,当信噪比为5 dB时,本文提出的 VSS-LMP算法收敛速度快于其他仿真变步长算法, 同时该算法实现了最低的稳态误差。在低信噪比 下,文献[15]收敛时稳态误差与定步长LMP算法接 近,系统突变后收敛速度比定步长LMP算法略 快。文献[16]、文献[17]和VSS-NLMP算法牺牲了 收敛速度获得了更低一些的稳态误差。所提出的 VSS-LMP算法和VSS-NLMP算法稳态误差一致, 但VSS-LMP算法初始收敛速度和系统突变后收敛 速度显著更快。

由图6可知,当信噪比为15 dB时,VSS-LMP 算法具有更快的收敛速度和更低的稳态误差,且系 统突变后VSS-LMP算法能快速收敛到稳定状态, 表明该算法的系统跟踪能力强。文献[15]收敛时稳 态误差与定步长LMP算法相同,但文献[15]具有更 快的收敛速度;文献[16]收敛速度与定步长LMP算 法一致但具有更低的稳态误差;文献[17]比文献[15] 收敛速度更慢但文献[17]具有略低的稳态误差; VSS-NLMP算法比文献[16]收敛时稳态误差略低且 系统突变后收敛速度略快。本文提出的VSS-LMP 算法和己有的VSS-NLMP算法收敛时稳态误差接近, 但所提的VSS-LMP算法能实现更快的收敛速度。

由图7可知,当信噪比为25 dB时,VSS-LMP 算法和文献[15–17]收敛速度基本一致,且收敛速度 均快于定步长LMP算法。系统突变后变步长算法 比定步长LMP算法具有更快的收敛速度。VSS-NLMP 算法收敛速度相比于其他变步长算法略慢,但VSS-NLMP算法稳态误差接近本文提出的VSS-LMP算 法。文献[15]和定步长LMP算法稳态性能最差,收 敛时NMSD值为-28.95 dB;VSS-LMP稳态性能最

表 2 各算法比较

算法	步长	参数	信噪比5 dB	信噪比15 dB	信噪比25 dB	脉冲参数 $N_4$
定步长	$\mu$	μ	0.0065	0.0050	0.0050	0.0004
LMP算法						
文献[ <b>15</b> ]	$\mu = \beta \left\{ \frac{1}{1 + \exp(-\alpha  e(n) ^m)} - 0.5 \right\}$	$\alpha, \beta, m$	0.10.015, 3	0.2,0.015,3	0.2,0.02,3	0.3,  0.0014,  3
文献[16]	$\mu = \beta \left\{ 1 - \frac{2}{1 + \exp(\alpha  e(n) ^{\gamma})} \right\}$	$lpha,eta,\gamma$	0.2,  0.006,  2	0.3,0.005,2	0.3, 0.01, 2	0.3,  0.0007,  2
文献[ <b>17</b> ]	$\mu = c\{1 - \exp(-a e(n) ^b)\}$	a, b, c	0.4, 2, 0.006	0.4, 2, 0.006	0.2,  2,  0.01	0.4, 2, 0.0006
VSS-NLMP	$\bar{g}(n) = \lambda \bar{g}(n-1) + (1-\lambda) \{  e(n) ^{p-2} e(n) \boldsymbol{x}(n) \}$	$\lambda, \gamma_s, \rho$	0.99,  0.97,	0.99,  0.97,	0.99,  0.97,	0.995,  0.97,
	$\mu(n) = \rho \mu(n-1) + \gamma_s \{ \ \bar{g}(n-1)\ ^2  e(n-1) ^p \}$		0.0004	0.004	0.006	0.0008
本文算法	$\mu = \beta \mu(e(n-1)) + (1-\beta)a e(n) ^2 \exp(-b e(n) ^2)$	$a,b,\beta$	0.001,  0.02,	0.0008,  0.01,	0.0026,  0.015,	0.00008, 0.0009,
			0.98	0.98	0.98	0.99





好,收敛时NMSD值为-38.39 dB,与文献[15]和定 步长LMP算法相比NMSD值降低了9.44 dB。

通过上述对比分析可知,在低信噪比和高信噪 比下,相比于定步长LMP算法、文献[15-17]中变 步长算法和己有的VSS-NLMP算法,本文所提的 VSS-LMP算法具有更好的收敛速度和更强系统跟 踪能力。

### 4.2.3 实测水声信道辨识

为进一步研究各算法性能,在脉冲噪声下,本 节将实测水声信道脉冲响应作为权向量 $w_0$ 进行辨 识,仿真了各算法的估计性能。文献[18]指出某近 海领域的噪声参数可由 $N_4$ =[1.82,0,0.0317,0]表 示,因此本节选择此参数作为脉冲噪声参数。图8 为测得的宜昌清江某一时刻的信道冲击响应<sup>[19]</sup>,信 道长度为400,本节选择此作为待辨识的未知系统 响应。各算法参数均取最佳值,如表2所示,各算 法范数p均取值为1.2。采样点数为1×10<sup>5</sup>,在 5×10<sup>4</sup>采样时刻,系统发生突变,即对信道脉冲响 应取反,各算法的收敛曲线如图9所示。

由图9可知辨识实测水声信道时,VSS-LMP算 法和VSS-NLMP算法同时实现了最低的稳态误差。 与己有变步长算法和固定步长LMP算法相比,本 文所提VSS-LMP算法实现了最快的收敛速度,且 系统突变后算法依然能快速收敛到稳定状态。进一 步验证了本文所提VSS-LMP算法的性能。





图 9 实测水声信道辨识各算法性能曲线

#### 5 结束语

在α稳态分布脉冲噪声背景下,本文考虑脉冲 噪声对于步长改变的影响,通过改进的变形高斯函 数建立步长因子和误差信号之间的非线性关系式, 采用移动平均法构造变步长函数,提出了一种对脉 冲噪声具有鲁棒性的变步长LMP自适应滤波算法。 仿真实验表明,在低信噪比和高信噪比下,VSS-LMP 算法与定步长LMP算法和已有变步长算法相比具 有更快的收敛速度和更强的系统跟踪能力。通过实 际水声信道辨识仿真,进一步验证了所提的VSS-LMP算法保证低稳态误差的同时,实现了更快的 收敛速度。

### 参考文献

- KWONG R H and JOHNSTON E W. A variable step size LMS algorithm[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 1992, 40(7): 1633–1642. doi: 10.1109/78.143435.
- [2] AU W W L and BANKS K. The acoustics of the snapping shrimp Synalpheus parneomeris in Kaneohe Bay[J]. The Journal of the Acoustical Society of America, 1998, 103(1): 41-47. doi: 10.1121/1.423234.
- [3] ZHAO Haiquan, LIU Bing, and SONG Pucha. Variable step-size affine projection maximum correntropy criterion adaptive filter with correntropy induced metric for sparse system identification[J]. *IEEE Transactions on Circuits and Systems II:Express Briefs*, 2020, 67(11): 2782–2786. doi: 10. 1109/TCSII.2020.2973764.
- [4] SHAO Min and NIKIAS C L. Signal processing with fractional lower order moments: Stable processes and their applications[J]. *Proceedings of the IEEE*, 1993, 81(7): 986-1010. doi: 10.1109/5.231338.
- [5] BERSHAD N J and BERMUDEZ J C M. A switched variable step size NLMS adaptive filter[J]. *Digital Signal Processing*, 2020, 101: 102730. doi: 10.1016/j.dsp.2020. 102730.
- [6] 付柏成,赵知劲,尚俊娜. 一种新的变步长NLMP快速算法[J].
   计算机仿真,2008,25(8):90-92,112. doi: 10.3969/j.issn.
   1006-9348.2008.08.024.
  - FU Baicheng, ZHAO Zhijin, and SHANG Junna. A new

variable step-size NLMP fast algorithm[J]. Computer Simulation, 2008, 25(8): 90–92, 112. doi: 10.3969/j.issn.1006-9348.2008.08.024.

[7] 郝燕玲, 单志明, 吕东泽, 等. 脉冲噪声下基于梯度加权平均的 变步长NLMP算法[J]. 宇航学报, 2012, 33(5): 655-660. doi: 10.3873/j.issn.1000-1328.2012.05.019.

HAO Yanling, SHAN Zhiming, LV Dongze, *et al.* Variable step-size NLMP algorithm with a gradient-based weighted average in impulsive environments[J]. *Journal of Astronautics*, 2012, 33(5): 655–660. doi: 10.3873/j.issn.1000-1328.2012.05.019.

[8] 陈思佳,赵知劲.用于稀疏系统辨识的变步长加权零吸引最小平均p范数算法[J]. 控制理论与应用, 2020, 37(5): 1103–1108.
 doi: 10.7641/CTA.2019.90014.

CHEN Sijia and ZHAO Zhijin. Variable step-size reweighted zero attracting least mean *p*-norm algorithm for sparse system identification[J]. *Control Theory & Applications*, 2020, 37(5): 1103–1108. doi: 10.7641/CTA.2019.90014.

- [9] WANG Weihua, ZHAO Jihong, QU Hua, et al. A correntropy inspired variable step-size sign algorithm against impulsive noises[J]. Signal Processing, 2017, 141: 168–175. doi: 10.1016/j.sigpro.2017.05.028.
- [10] WANG Biao, GAO Shijie, GE Huilin, et al. A variable step size for maximum correntropy criterion algorithm with improved variable kernel width[J]. *IEEJ Transactions on Electrical and Electronic Engineering*, 2020, 15(10): 1465–1474. doi: 10.1002/tee.23217.
- [11] 赵集. Alpha稳定分布环境下自适应滤波算法研究[D]. [博士论 文],电子科技大学,2020. doi: 10.27005/d.cnki.gdzku. 2020.000710.

ZHAO Ji. Research on adaptive filtering algorithms under alpha stable distributed environments[D]. [Ph. D. dissertation], University of Electronic Science and Technology of China, 2020. doi: 10.27005/d.cnki. gdzku.2020.000710.

- [12] 朱晓梅,朱卫平,李森. 一种基于分数低阶矩的α稳定分布噪声 中频谱感知方案[J]. 南京邮电大学学报:自然科学版, 2014, 34(3): 23-27, 35. doi: 10.3969/j.issn.1673-5439.2014.03.004.
  ZHU Xiaomei, ZHU Weiping, and LI Sen. An FLOM-based spectrum sensing scheme in α-stable distributed noise[J]. Journal of Nanjing University of Posts and Telecommunications:Natural Science, 2014, 34(3): 23-27, 35. doi: 10.3969/j.issn.1673-5439.2014.03.004.
- [13] SHI Long, ZHAO Haiquan, and ZAKHAROV Y. An improved variable kernel width for maximum correntropy criterion algorithm[J]. *IEEE Transactions on Circuits and Systems II:Express Briefs*, 2020, 67(7): 1339–1343. doi: 10. 1109/TCSII.2018.2880564.
- [14] 杨威, 刘宏清, 黎勇, 等. 冲击噪声下的LMS和RLS联合滤波算

法[J]. 西安电子科技大学学报:自然科学版, 2017, 44(2): 165-170. doi: 10.3969/j.issn.1001-2400.2017.02.028.

YANG Wei, LIU Hongqing, LI Yong, *et al.* Joint estimation algorithms based on LMS and RLS in the presence of impulsive noise[J]. *Journal of Xidian University*, 2017, 44(2): 165–170. doi: 10.3969/j.issn.1001-2400.2017.02.028.

- [15] 罗小东,贾振红,王强.一种新的变步长LMS自适应滤波算法[J].电子学报,2006,34(6):1123-1126.doi:10.3321/j.issn:0372-2112.2006.06.030.
  LUO Xiaodong, JIA Zhenghong, and WANG Qiang. A new variable step size LMS adaptive filtering algorithm[J]. Acta Electronica Sinica, 2006, 34(6):1123-1126.doi: 10.3321/
- j.issn:0372-2112.2006.06.030.
  [16] 杜秀群,冯西安,杜伟.一种应用于自适应降噪的变步长 LMS算法[J]. 机械科学与技术, 2010, 29(12): 1732-1734, 1738. doi: 10.13433/j.cnki.1003-8728.2010.12.028.
  DU Xiuqun, FENF Xi'an, and DU Wei. A variable step size LMS algorithm applied to adaptive noise cancellation[J]. *Mechanical Science and Technology for Aerospace Engineering*, 2010, 29(12): 1732-1734, 1738. doi: 10.13433/ j.cnki.1003-8728.2010.12.028.
- [17] 王平波,马凯,武彩.基于正态分布曲线的分段式变步长
   LMS算法[J].国防科技大学学报,2020,42(5):16-22. doi: 10.
   11887/j.cn.202005003.

WANG Pingbo, MA Kai, and WU Cai. Segmented variablestep-size LMS algorithm based on normal distribution curve[J]. Journal of National University of Defense Technology, 2020, 42(5): 16-22. doi: 10.11887/j.cn. 202005003.

- [18] CHITRE M A, POTTER J R, and ONG S H. Optimal and near-optimal signal detection in snapping shrimp dominated ambient noise[J]. *IEEE Journal of Oceanic Engineering*, 2006, 31(2): 497–503. doi: 10.1109/JOE.2006.875272.
- [19] 王彪,方涛,戴跃伟.时间反转滤波器组多载波水声通信方法[J]. 声学学报,2020,45(1):38-44. doi: 10.15949/j.cnki.
   0371-0025.2020.01.004.
   WANG Biao, FANG Tao, and DAI Yuewei. Method of

Time reversal filter bank multicarrier underwater acoustic communication[J]. *Acta Acustica*, 2020, 45(1): 38–44. doi: 10.15949/j.cnki.0371-0025.2020.01.004.

王 彪: 男,1980年生,教授,研究方向为水声通信.
李涵琼: 女,1996年生,硕士生,研究方向为自适应水声信道估计.
高世杰: 男,1995年生,硕士生,研究方向为自适应干扰消除.
张明亮: 男,1995年生,硕士生,研究方向为水声通信.
徐 晨: 男,1997年生,硕士生,研究方向为水声安全通信.

责任编辑:余 蓉