

毫米波单用户多天线系统的混合预编码设计

刘文龙 黄雯静 王本巍 金明录*

(大连理工大学信息与通信工程学院 大连 116024)

摘要: 在毫米波MIMO通信系统中, 针对如何提升频谱效率的问题, 该文提出一种有效的混合预编码双层交替迭代算法。外层交替使用分解的方法解耦收发端, 减少1次计算中所求变量的个数; 而内层交替只对接收或者发送端进行, 利用模拟域矩阵按列分解, 数字域矩阵按行分解, 将频谱效率表达式化简为一系列子问题。考虑到模拟域矩阵中单个元素对函数的影响和模为1的限制, 对列元素采取逐个优化的方案, 并对每一次的解加上约束, 使解始终处在收敛域内。实验结果表明, 所提交替优化解决方案可以获得更好的性能且有着较低的复杂度。

关键词: 多输入多输出系统; 毫米波; 混合预编码; 双层交替迭代算法

中图分类号: TN929.5

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2022)02-0620-07

DOI: 10.11999/JEIT202019

Hybrid Precoding Design in Millimeter Wave Single-user Large-scale Multiple-Input Multiple-Output System

LIU Wenlong HUANG Wenjing WANG Benwei JIN Minglu

(School of Information and Communication Engineering, Dalian University of Technology, Dalian 116024, China)

Abstract: In the millimeter wave Multiple Input Multiple Output (MIMO) system, in order to improve the spectral efficiency, an effective hybrid precoding double-layer alternating iterative algorithm is proposed. The alternation of the outer layer uses the decomposition method to decouple the transmitter and receiver, which reduces the number of solved variables in one calculation. The alternation of the inner layer is only used for the receiver or transmitter. The analog domain matrix is decomposed by columns and the digital domain matrix is decomposed by rows, which reduces the spectrum efficiency expression into a series of sub-problems. Considering the influence of single element in the analog domain matrix on the function and the limitation of amplitude 1, the column elements are optimized one by one, and each solution is constrained to make solution be always in the convergence domain. Experimental results show that the proposed alternative optimization solution can obtain better performance and low complexity.

Key words: Multi-Input Multi-Output (MIMO) systems; Millimeter wave; Hybrid precoding; Double-layer alternating iterative algorithm

1 引言

由于30~300 GHz中存在大量可利用的较宽的频带, 毫米波通信被认为是第5代无线通信系统的有前景的技术^[1]。在实际的环境中, 天线尺寸和波长呈正比关系。正因为这一性质, 毫米波能够与大规模多输入多输出(Multiple-Input Multiple-Output, MIMO)结合起来, 具体来说就是: 大型天线

阵列能够以小的物理尺寸封装在基站端^[2], 并且毫米波信号引起的路径损耗可以由大型天线阵列和预编码技术来补偿^[3]。

在毫米波大规模MIMO系统中, 基站发射端的天线很多, 因此, 传统MIMO中为每一个发送天线配备的射频(Radio Frequency, RF)链路的方案已不再适用。为了解决这一问题, 数字/模拟预编码架构^[4]受到了广泛的关注和研究, 这一架构的优势是有效地减少了射频链路的数量, 降低了硬件的开销。

目前有一些针对单用户毫米波MIMO系统的混合预编码方案。文献^[4]提出一种适合毫米波系统中的基于正交匹配追踪(Orthogonal Matching

收稿日期: 2020-12-04; 改回日期: 2021-07-10; 网络出版: 2021-12-06

*通信作者: 金明录 mljin@dlut.edu.cn

基金项目: 国家重点研究发展计划(2018YFE0197700)

Foundation Item: The National Key Research and Development Program of China (2018YFE0197700)

Pursuit, OMP)的空间稀疏混合预编码方法。该方法利用毫米波 MIMO 信道的稀疏特性将混合预编码的设计问题视为多元稀疏信号恢复的问题,并实现了很好的性能。之后,文献[5,6]都对基于 OMP 的算法进行了改进,取得了较好的性能。文献[7]基于信漏噪比(Signal to Leakage and Noise Ratio, SLNR)设计出最优全数字预编码矩阵,将 OMP 中的阵列响应矩阵换为离散傅里叶变换(Discrete Fourier Transform, DFT)码本矩阵进行模拟预编码矩阵的求解。文献[8]假设数字预编码矩阵为对角矩阵,并利用连续干扰消除(Successive Interference Cancellation, SIC)的思想,提出了一种基于分解的混合预编码方案。文献[9]设计了一种基于相位提取的交替最小化(Alternating Minimization using Phase Extraction, PE-AltMin)混合预编码方案,它将优化问题等效于矩阵分解,得到了较好的性能。文献[10]将混合预编码问题分解为几个子问题,并采用相位追踪(Phase Pursuit, PP)方法来解决。文献[11]提出的联合混合预编码算法(Joint Hybrid Precoding algorithm, JHP)将模拟预编码器和组合器的设计转化为最大化等效信道增益的问题,然后用交替优化的思想来完成模拟域部分的设计,同样取得了较好的性能。

上述文献所提出的算法考虑的是对整个模拟预编码矩阵进行优化或者按列优化,并没有考虑到模拟预编码矩阵中单个元素对整个函数的影响,或者是复杂度较高。针对上述问题,本文为毫米波大规模 MIMO 系统设计了一种双层交替优化混合预编码方案。具体贡献如下:

(1)设计了双层的交替迭代优化方案,外层为收发端的交替,内层为模拟和数字域的交替。

(2)内层交替中,对频谱效率表达其中的混合预编码矩阵(合并矩阵)进行分解,其中模拟预编码矩阵按列分解,数字预编码矩阵按行分解。得到一个新的目标函数后,继续采用交替迭代的方法。具

体来说,对模拟域矩阵列的元素逐个求解,为了提高收敛速度,对解加上了约束,使其处于收敛域内。对数字域矩阵的行采用最小二乘法计算。计算和仿真结果表明,所提出的交替优化的算法具有低的复杂度和较好的性能。

2 系统与信道模型

2.1 系统模型

图1展示了单用户毫米波大规模 MIMO 混合预编码系统模型。假定基站配有 N_t 根天线接收端配有 N_r 根天线。它们配有的 RF 链的个数分别为 N_{RF}^t 条和 N_{RF}^r 条。假设发送数据流个数为 N_s , 则它们之间应满足 $N_s \leq N_{RF}^t \leq N_t, N_s \leq N_{RF}^r \leq N_r, N_{RF}^t = N_{RF}^r = N_{RF}$ 。

根据模型可以看出,数据流首先通过基带数字预编码器进行预编码,然后通过模拟预编码器进入到模拟域。通过预编码后的发送信号为

$$\mathbf{x} = \mathbf{F}_{RF} \mathbf{F}_{BB} \mathbf{s} \quad (1)$$

其中, $\mathbf{F}_{RF} \in \mathbb{C}^{N_t \times N_{RF}^t}$ 为模拟预编码矩阵,由于它是由移相器实现的,其元素被假定为具有相同的模值。 $\mathbf{F}_{BB} \in \mathbb{C}^{N_{RF}^t \times N_s}$ 为数字预编码矩阵, $\mathbf{s} \in \mathbb{C}^{N_s \times 1}$ 是原始信号矢量,满足 $E(\mathbf{s}\mathbf{s}^H) = N_s^{-1} \mathbf{I}_{N_s}$ 。为了满足发射端的功率限制,有 $\|\mathbf{F}_{RF} \mathbf{F}_{BB}\|_F^2 = N_s$ 。接收端获得的处理过后的信号为

$$\mathbf{y} = \sqrt{\rho} \mathbf{W}_{BB}^H \mathbf{W}_{RF}^H \mathbf{H} \mathbf{F}_{RF} \mathbf{F}_{BB} \mathbf{s} + \mathbf{W}_{BB}^H \mathbf{W}_{RF}^H \mathbf{n} \quad (2)$$

其中, $\mathbf{W}_{RF} \in \mathbb{C}^{N_r \times N_{RF}^r}$ 是模拟合并矩阵,其元素也被假定具有相同的模值。 $\mathbf{W}_{BB} \in \mathbb{C}^{N_{RF}^r \times N_s}$ 是基带合并矩阵, \mathbf{H} 是 $N_r \times N_t$ 信道矩阵。假设信道矩阵 \mathbf{H} 在发送和接收端是已知的,表示接收信号的平均接收功率, \mathbf{n} 表示噪声矢量,其服从均值为 0, 方差为 σ_n^2 的独立同分布的复高斯分布。

经过信道后,可实现的频谱效率可以表示为

$$R = \log_2 \left(\left| \mathbf{I}_{N_s} + \frac{\rho}{N_s} \mathbf{R}_n^{-1} \mathbf{W}_{BB}^H \mathbf{W}_{RF}^H \mathbf{H} \mathbf{F}_{RF} \mathbf{F}_{BB} \mathbf{F}_{BB}^H \mathbf{F}_{RF}^H \mathbf{H}^H \mathbf{W}_{RF} \mathbf{W}_{BB} \right| \right) \quad (3)$$

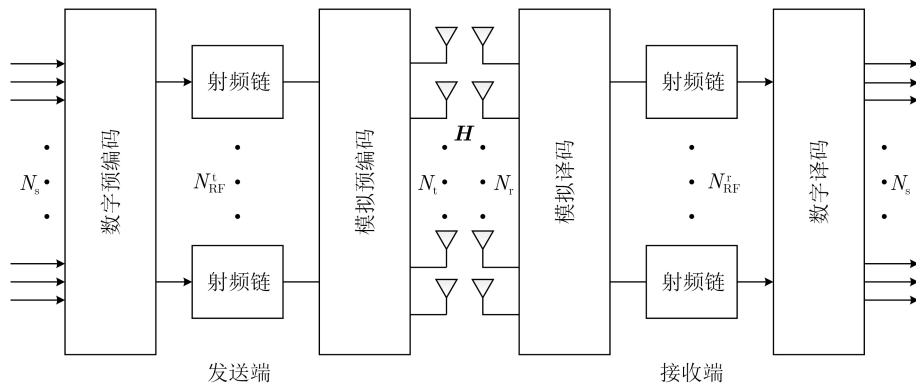


图1 单用户毫米波大规模MIMO混合预编码系统模型

其中, $\mathbf{R}_n = \sigma_n^2 \mathbf{W}_{\text{BB}}^H \mathbf{W}_{\text{RF}}^H \mathbf{W}_{\text{RF}} \mathbf{W}_{\text{BB}}$ 是组合后的噪声协方差矩阵。

2.2 信道模型

本文采用文献[12,13]中的窄带群簇信道模型, 其表达式为

$$\mathbf{H} = \sqrt{\frac{N_t N_r}{N_{\text{cl}} N_{\text{ray}}}} \sum_{i=1}^{N_{\text{cl}}} \sum_{l=1}^{N_{\text{ray}}} \alpha_{i,l} \mathbf{a}_r(\phi_{il}^r, \theta_{il}^r) \mathbf{a}_t(\phi_{il}^t, \theta_{il}^t)^H \quad (4)$$

其中, N_{cl} 表示簇的数量, N_{ray} 表示簇中射线的数量。 $\alpha_{i,l}$ 表示第 i 个反射簇中的第 l 条路径的增益。 $\mathbf{a}_r(\phi_{il}^r, \theta_{il}^r)$ 和 $\mathbf{a}_t(\phi_{il}^t, \theta_{il}^t)$ 分别表示接收端和发送端的阵列响应向量。其中, 参数 ϕ_{il}^r 和 θ_{il}^r 表示接收端的方位角和仰角(发送端同)。当天线阵列采用均匀线性阵列时, $\mathbf{a}_r(\phi_{il}^r, \theta_{il}^r)$ 和 $\mathbf{a}_t(\phi_{il}^t, \theta_{il}^t)$ 的形式为

$$\mathbf{a}(\phi) = \frac{1}{\sqrt{N}} \left[1, 2, e^{jkd \sin(\phi)}, \dots, e^{jkd(N-1) \sin(\phi)} \right]^T \quad (5)$$

其中, $k=2\pi/\lambda$, λ 是信号波长, d 是天线间距。另外, 式(5)中未包含 θ , 这是由于阵列的响应向量与仰角无关。

3 混合预编码矩阵和合并矩阵的设计

3.1 问题描述

本文的目的是找到最优的预编码矩阵和合并矩阵以最大化频谱效率, 其优化问题表述为

$$\left. \begin{array}{l} \max R(\mathbf{F}_{\text{RF}}, \mathbf{F}_{\text{BB}}, \mathbf{W}_{\text{RF}}, \mathbf{W}_{\text{BB}}) \\ \text{s.t. } \mathbf{F}_{\text{RF}} \in \mathcal{F}_{\text{RF}} \\ \mathbf{W}_{\text{RF}} \in \mathcal{W}_{\text{RF}} \\ \|\mathbf{F}_{\text{RF}} \mathbf{F}_{\text{BB}}\|_{\text{F}}^2 = N_s \end{array} \right\} \quad (6)$$

其中, R 的具体表达式见式(3), \mathcal{F}_{RF} 表示 \mathbf{F}_{RF} 的可行集, \mathcal{W}_{RF} 表示 \mathbf{W}_{RF} 的可行集, 其中的元素具有相同的模值。

文献[9]中已经提到, 如果最佳无约束预编码器的列是从信道的右奇异向量得出的, 则它们是相互正交的, 从而消除了数据流之间的干扰。受到这种结构的启发, 本文假定 \mathbf{W}_{BB} 的列相互正交, 即 $\mathbf{W}_{\text{BB}}^H \mathbf{W}_{\text{BB}} = \mathbf{I}_{N_s}$ 。尽管在混合预编码中, 对于数字预编码器的最优结构并没有确切的结论, 但是在数字预编码器的正交约束下, 去设计数字预编码器是自然并且吸引人的。

另外, 文献[14]提到, 在毫米波系统中, 当满足大型天线阵列时, 模拟组合矩阵近似正交, 即 $\mathbf{W}_{\text{RF}}^H \mathbf{W}_{\text{RF}} \approx N_r \mathbf{I}_{N_s}$ 。运用假设的条件和已有的结论, 噪声协方差矩阵 \mathbf{R}_n 可以化简为: $\mathbf{R}_n \approx \sigma_n^2 N_r \mathbf{I}_{N_s}$ 。将其代入式(3), 则待优化函数可以被转化为

$$R \approx \log_2 \left(\left| \mathbf{I}_{N_s} + \frac{\rho}{N_s \sigma_n^2 N_r} \mathbf{W}_{\text{BB}}^H \mathbf{W}_{\text{RF}}^H \mathbf{H} \mathbf{F}_{\text{RF}} \mathbf{F}_{\text{BB}} \mathbf{F}_{\text{BB}}^H \mathbf{F}_{\text{RF}}^H \mathbf{H}^H \mathbf{W}_{\text{RF}} \mathbf{W}_{\text{BB}} \right| \right) \quad (7)$$

值得注意的是, 文献[15]提到, 虽然毫米波系统中的每天线SNR通常较低, 但合并后的SNR应足够高以证明如式(8)近似成立

$$R \approx \log_2 \left(\left| \frac{\rho}{N_s N_r \sigma_n^2} \mathbf{W}_{\text{BB}}^H \mathbf{W}_{\text{RF}}^H \mathbf{H} \mathbf{F}_{\text{RF}} \mathbf{F}_{\text{BB}} \mathbf{F}_{\text{BB}}^H \mathbf{F}_{\text{RF}}^H \mathbf{H}^H \mathbf{W}_{\text{RF}} \mathbf{W}_{\text{BB}} \right| \right) \quad (8)$$

由于发送端预编码矩阵的设计和接收端合并矩阵的设计思路和方法基本类似, 所以下文中以发送端为例, 来进行公式的推导。

3.2 交替迭代求解算法

考虑到模拟预编码中元素之间的影响以及低复杂度, 本文设计了一种双层交替迭代的算法。外层交替迭代中, 主要分为两个步骤。步骤A: 固定上一次迭代求得的接收端合并矩阵, 求解发送端预编码矩阵。步骤B: 固定上一次迭代得到的发送端预编码矩阵, 求解接收端合并矩阵。内层交替迭代存在于步骤A或者步骤B中, 具体步骤是: 对 \mathbf{F}_{RF} (\mathbf{W}_{RF}) 的列、 \mathbf{F}_{BB} (\mathbf{W}_{BB}) 的行分别进行拆分, 交替求解模拟域的行和数字域的列, 并迭代多次最后求得次优解。下面具体介绍步骤A(3.2.1)、步骤B(3.2.2)和内层交替迭代。

3.2.1 固定接收端的合并矩阵, 求解发送端的预编码矩阵。

由于采用的是交替迭代的思想, 因此接收端的合并矩阵是上一次迭代的结果。假设 $\mathbf{F} = \mathbf{F}_{\text{RF}} \mathbf{F}_{\text{BB}}$, $\mathbf{W} = \mathbf{W}_{\text{RF}} \mathbf{W}_{\text{BB}}$, $\hat{\mathbf{H}} = \mathbf{W}^H \mathbf{H}$, 则运用矩阵的知识化简表达式(8)可得

$$\begin{aligned} R &\approx \log_2 \left(\left| \frac{\rho}{N_s N_r \sigma_n^2} \mathbf{W}^H \mathbf{H} \mathbf{F} \mathbf{F}^H \mathbf{H}^H \mathbf{W} \right| \right) \\ &= N_s \log_2 \left(\frac{\rho}{N_s N_r \sigma_n^2} \right) + \log_2 \left(\left| \hat{\mathbf{H}} \mathbf{F}_{\text{RF}} \mathbf{F}_{\text{BB}} \mathbf{F}_{\text{BB}}^H \mathbf{F}_{\text{RF}}^H \hat{\mathbf{H}}^H \right| \right) \\ &= \log_2 \left(\left| \hat{\mathbf{H}} \mathbf{F}_{\text{RF}} \mathbf{F}_{\text{BB}} \right| \right) + \log_2 \left(\left| \mathbf{F}_{\text{BB}}^H \mathbf{F}_{\text{RF}}^H \hat{\mathbf{H}}^H \right| \right) \\ &\quad + N_s \log_2 \left(\frac{\rho}{N_s N_r \sigma_n^2} \right) \end{aligned} \quad (9)$$

在式(9)中的 $\mathbf{F}_{\text{RF}} \mathbf{F}_{\text{BB}}$ 可以拆分为

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_{\text{RF}} \mathbf{F}_{\text{BB}} &= \mathbf{F}_{\text{RF}(:,l)} \mathbf{F}_{\text{BB}(1,:)} + \dots + \mathbf{F}_{\text{RF}(:,i)} \mathbf{F}_{\text{BB}(i,:)} \\ &\quad + \dots + \mathbf{F}_{\text{RF}(:,N_{\text{RF}})} \mathbf{F}_{\text{BB}(N_{\text{RF}},:)} \end{aligned} \quad (10)$$

受到SIC的启发, 本文对模拟预编码矩阵和数字预编码矩阵分别进行按列和按行连续优化。首先对模拟预编码矩阵进行拆分, $\mathbf{F}_{\text{RF}} = [\mathbf{F}_{N-1}, \mathbf{f}_N]$, 其中 $N = N_{\text{RF}}$, \mathbf{F}_{N-1} 为 \mathbf{F}_{RF} 的前 $N-1$ 列, \mathbf{f}_N 为 \mathbf{F}_{RF} 的第 N 列。同样地, 对 \mathbf{F}_{BB} 也进行类似的拆分, $\mathbf{F}_{\text{BB}} = \begin{bmatrix} \mathbf{F}_{\text{BB}(N-1)} \\ \mathbf{f}_{\text{BB}(N)} \end{bmatrix}$ 。 $\mathbf{F}_{\text{BB}(N-1)}$ 是 \mathbf{F}_{BB} 前 $N-1$ 行, $\mathbf{f}_{\text{BB}(N)}$ 是 \mathbf{F}_{BB} 的第 N 行。

接下来，对式(9)中的第1项进行化简

$$\begin{aligned} & \log_2(|\hat{\mathbf{H}}\mathbf{F}_{\text{RF}}\mathbf{F}_{\text{BB}}|) \\ & \stackrel{(a)}{\approx} \log_2(|\alpha\mathbf{I}_{N_s} + \hat{\mathbf{H}}\mathbf{F}_{\text{RF}}\mathbf{F}_{\text{BB}}|) \\ & = N_s \log_2(\alpha) + \log_2(|\mathbf{I}_{N_s} + \alpha^{-1}\hat{\mathbf{H}}\mathbf{F}_{\text{RF}}\mathbf{F}_{\text{BB}}|) \quad (11) \end{aligned}$$

其中，不等式(a)成立是因为添加了一个较小的因子以确保不等式正确。因为式(11)中的第1项固定，所以第2项可以化简为

$$\begin{aligned} & \log_2(|\mathbf{I}_{N_s} + \alpha^{-1}\hat{\mathbf{H}}\mathbf{F}_{\text{RF}}\mathbf{F}_{\text{BB}}|) \\ & = \log_2\left(\left|\mathbf{I}_{N_s} + \alpha^{-1}\hat{\mathbf{H}}[\mathbf{F}_{\text{RF}(N-1)}, \mathbf{f}_{\text{RF}(N)}]\right.\right. \\ & \quad \left.\left.\cdot \begin{bmatrix} \mathbf{F}_{\text{BB}(N-1)} \\ \mathbf{f}_{\text{BB}(N)} \end{bmatrix}\right|\right) \\ & = \log_2(|\mathbf{I}_{N_s} + \alpha^{-1}\hat{\mathbf{H}}\mathbf{F}_{\text{RF}(N-1)}\mathbf{F}_{\text{BB}(N-1)} \\ & \quad + \alpha^{-1}\hat{\mathbf{H}}\mathbf{f}_{\text{RF}(N)}\mathbf{f}_{\text{BB}(N)}|) \quad (12) \end{aligned}$$

假定 $\mathbf{T}_{N-1} = \mathbf{I}_{N_s} + \alpha^{-1}\hat{\mathbf{H}}\mathbf{F}_{\text{RF}(N-1)}\mathbf{F}_{\text{BB}(N-1)}$ ，式(12)可以被化简为

$$\begin{aligned} & \log_2(|\mathbf{I}_{N_s} + \alpha^{-1}\hat{\mathbf{H}}\mathbf{F}_{\text{RF}(N-1)}\mathbf{F}_{\text{BB}(N-1)} \\ & \quad + \alpha^{-1}\hat{\mathbf{H}}\mathbf{f}_{\text{RF}(N)}\mathbf{f}_{\text{BB}(N)}|) \\ & = \log_2(|\mathbf{T}_{N-1}|) \\ & + \log_2(|\mathbf{I}_{N_s} + \alpha^{-1}\mathbf{T}_{N-1}^{-1}\hat{\mathbf{H}}\mathbf{f}_{\text{RF}(N)}\mathbf{f}_{\text{BB}(N)}|) \\ & = \sum_{n=1}^{N_{\text{RF}}} \log_2(|1 + \alpha^{-1}\mathbf{f}_{\text{BB}(n)}\mathbf{T}_{n-1}^{-1}\hat{\mathbf{H}}\mathbf{f}_{\text{RF}(n)}|) \quad (13) \end{aligned}$$

其中， $\mathbf{T}_{n-1} = \mathbf{I}_{N_s} + \alpha^{-1}\hat{\mathbf{H}}\mathbf{F}_{\text{RF}(n-1)}\mathbf{F}_{\text{BB}(n-1)}$ ， $\mathbf{T}_0 = \mathbf{I}_{N_s}$ 。

注意到，式(13)由几个子速率的总和组成，这些子速率涉及 \mathbf{F}_{RF} 的列和 \mathbf{F}_{BB} 的行。在优化模拟预编码矩阵的列时，如果前 $n-1$ 列已经进行了优化，则第 n 列的优化问题为

$$\begin{aligned} & \max \quad \mathbf{f}_{\text{BB}(n)}\mathbf{T}_{n-1}^{-1}\hat{\mathbf{H}}\mathbf{f}_{\text{RF}(n)} \\ & \text{s.t.} \quad \mathbf{f}_{\text{RF}(n)} \in \mathcal{F}_{\text{RF}} \\ & \quad \|\mathbf{F}_{\text{RF}}\mathbf{F}_{\text{BB}}\|_{\text{F}}^2 = N_s \end{aligned} \quad (14)$$

此时，对式(9)中的第2项进行同样方法的化简，可以得到

$$\begin{aligned} & \log_2(|\mathbf{F}_{\text{BB}}^{\text{H}}\mathbf{F}_{\text{RF}}^{\text{H}}\hat{\mathbf{H}}^{\text{H}}|) \\ & \approx N_s \log_2(\alpha) + \log_2\left(|\mathbf{I}_{N_s} + \alpha^{-1}\mathbf{F}_{\text{BB}}^{\text{H}}\mathbf{F}_{\text{RF}}^{\text{H}}\hat{\mathbf{H}}^{\text{H}}|\right) \\ & = N_s \log_2(\alpha) \\ & + \sum_{n=1}^{N_{\text{RF}}} \log_2\left(1 + \alpha^{-1}\mathbf{f}_{\text{RF}(n)}^{\text{H}}\hat{\mathbf{H}}^{\text{H}}(\mathbf{T}_{n-1}^{-1})^{\text{H}}\mathbf{f}_{\text{BB}(n)}^{\text{H}}\right) \quad (15) \end{aligned}$$

式(15)也由几个子速率的总和组成。对应的模拟预编码矩阵第 n 列的优化问题为

$$\max \quad \mathbf{f}_{\text{RF}(n)}^{\text{H}}\hat{\mathbf{H}}^{\text{H}}(\mathbf{T}_{n-1}^{-1})^{\text{H}}\mathbf{f}_{\text{BB}(n)}^{\text{H}} \quad (16)$$

由于存在等式

$$\begin{aligned} 2\text{Re}(\mathbf{f}_{\text{BB}(n)}\mathbf{T}_{n-1}^{-1}\hat{\mathbf{H}}\mathbf{f}_{\text{RF}(n)}) & = \mathbf{f}_{\text{RF}(n)}^{\text{H}}\hat{\mathbf{H}}^{\text{H}}(\mathbf{T}_{n-1}^{-1})^{\text{H}}\mathbf{f}_{\text{BB}(n)}^{\text{H}} \\ & \quad + \mathbf{f}_{\text{BB}(n)}\mathbf{T}_{n-1}^{-1}\hat{\mathbf{H}}\mathbf{f}_{\text{RF}(n)} \end{aligned} \quad (17)$$

所以待优化的目标函数变为

$$\begin{aligned} & \max \quad \text{Re}(\mathbf{f}_{\text{BB}(n)}\mathbf{T}_{n-1}^{-1}\hat{\mathbf{H}}\mathbf{f}_{\text{RF}(n)}) \\ & \text{s.t.} \quad \mathbf{f}_{\text{RF}(n)} \in \mathcal{F}_{\text{RF}} \\ & \quad \|\mathbf{F}_{\text{RF}}\mathbf{F}_{\text{BB}}\|_{\text{F}}^2 = N_s \end{aligned} \quad (18)$$

(1) 内层迭代。模拟预编码矩阵第 n 列元素的求解。为了清晰地展示 \mathbf{F}_{RF} 第 n 列第 m 行的元素，令 $\mathbf{b} = \mathbf{F}_{\text{BB}(n, :)}\mathbf{T}_{n-1}^{-1}\hat{\mathbf{H}}$ ， $a = \mathbf{b}(1, m)$ ，为 $\mathbf{F}_{\text{RF}}(m, n)$ 对应的角度值，则式(18)中的优化函数可以被表示为 $f(\mathbf{F}_{\text{RF}}(m, n)) = \text{Re}(a\mathbf{F}_{\text{RF}}(m, n)) = (ae^{j\theta} + a^{\text{H}}e^{-j\theta})/2$ (19)

对式(19)求导可以得到目标函数 $f(\mathbf{F}_{\text{RF}}(m, n))$ 的极大值和极小值。

$$\frac{\partial(f(\mathbf{F}_{\text{RF}}(m, n)))}{\partial(\mathbf{F}_{\text{RF}}(m, n))} = \frac{j}{2}(ae^{j\theta} - a^{\text{H}}e^{-j\theta}) \quad (20)$$

求解式(20)令其为零，可得

$$\text{Im}(a) \cos(\theta) + \text{Re}(a) \sin(\theta) = 0 \quad (21)$$

通过三角公式，式(21)可以被化简为

$$\begin{aligned} & |a| \sin(\theta + \phi) = 0 \\ & \phi = \begin{cases} \arcsin\left(\frac{\text{Im}(a)}{|a|}\right), \text{Re}(a) \geq 0 \\ \pi - \arcsin\left(\frac{\text{Im}(a)}{|a|}\right), \text{Re}(a) < 0 \end{cases} \quad (22) \end{aligned}$$

可以看出式(22)在 $0 \sim 2\pi$ 周期内有两个解 $\theta_1 = -\phi$ ， $\theta_2 = \pi - \phi$ 。这两个解中有一个解对应着 $f(\mathbf{F}_{\text{RF}}(m, n))$ 的极大值，所以所求的 $\theta_{m,n}$ 可以被写为

$$\theta_{m,n} = \arg \max(f(\theta_{m,n}^1), f(\theta_{m,n}^2)) \quad (23)$$

(2) 内层迭代。数字预编码矩阵第 n 行的求解。求解得到模拟预编码矩阵第 n 列的所有元素后，数字预编码矩阵的第 n 行可以用最小二乘的方法求解。计算过程主要分为以下两步

$$\begin{aligned} & \mathbf{F} = \mathbf{F}_{\text{opt}} - \sum_{i=1, i \neq n}^{N_{\text{RF}}} \mathbf{F}_{\text{RF}}(:, i)\mathbf{F}_{\text{BB}}(i, :) \\ & \mathbf{F}_{\text{BB}}(n, :) = (\mathbf{F}_{\text{RF}}^{\text{H}}(:, n)\mathbf{F}_{\text{RF}}(:, n))^{-1}\mathbf{F}_{\text{RF}}^{\text{H}}(:, n)\mathbf{F} \end{aligned} \quad (24)$$

(3) 功率约束的处理。由于发送端发送功率的约束 $\|\mathbf{F}_{\text{RF}}\mathbf{F}_{\text{BB}}\|_{\text{F}}^2 = N_s$ ，因此在求解出所有的解之后，需要处理 \mathbf{F}_{BB} 以满足功率约束。

3.2.2 固定发送端的预编码矩阵，求解接收端的合并矩阵。

与前面的步骤3.2.1类似，固定的发送端的预编

码矩阵使用的是上一次迭代求得的结果。假设 $\hat{\mathbf{H}} = \mathbf{H}\mathbf{F}$ ，运用矩阵的知识化简表达式(8)可得

$$\begin{aligned} R &\approx \log_2 \left(\left| \frac{\rho}{N_s N_r \sigma_n^2} \mathbf{W}^H \mathbf{H} \mathbf{F} \mathbf{F}^H \mathbf{H}^H \mathbf{W} \right| \right) \\ &= \log_2 \left(\left| \mathbf{W}_{\text{BB}}^H \mathbf{W}_{\text{RF}}^H \hat{\mathbf{H}} \right| \right) + \log_2 \left(\left| \hat{\mathbf{H}}^H \mathbf{W}_{\text{RF}} \mathbf{W}_{\text{BB}} \right| \right) \\ &\quad + N_s \log_2 \left(\frac{\rho}{N_s N_r \sigma_n^2} \right) \end{aligned} \quad (25)$$

可以看出，经过化简后与式(9)较为相似。因此，采用与发送端相同的方法进行接收端矩阵的求解。另外，由于在开始化简前假设了 \mathbf{W}_{BB} 为列正交矩阵，因此采取施密特正交化来化简最后得到的结果。

3.3 算法步骤

由于接收端的混合合并矩阵设计与发送端的混合预编码矩阵设计框架相同。因此，仅给出发送端的模拟预编码矩阵设计流程。具体算法流程如下

输入： \mathbf{F}_{RF} ， \mathbf{F}_{BB} ， \mathbf{F}_{opt} ，循环次数 K 。

步骤1 初始化 \mathbf{F}_{RF} 从信道奇异值分解后的右奇异向量中导出，并利用最小二乘法得到 \mathbf{F}_{BB} ，计算等效信道 $\hat{\mathbf{H}} = \mathbf{W}^H \mathbf{H}$ ，令 $\mathbf{T}_0 = \mathbf{I}_{N_s}$ 。

步骤2 令 $k=1$ ，如果 $k \leq K$ ，则执行步骤3，否则执行步骤10。

步骤3 令 $n=1$ ，如果 $n \leq N_{\text{RF}}$ ，执行步骤4，否则返回步骤2。

步骤4 计算 $\mathbf{b} = \mathbf{F}_{\text{BB}}(n, :)\mathbf{T}_{n-1}^{-1}\hat{\mathbf{H}}$ 。

步骤5 令 $m=1$ ，如果 $m \leq N_t$ ，则执行步骤6，否则执行步骤8。

步骤6 令 $a = \mathbf{b}(1, m)$ 。判断 $\text{Re}(a)$ 是否大于等于 0，根据判断结果可得出 ϕ ，再得到两个解 $\theta_1 = -\phi$ ， $\theta_2 = \pi - \phi$ 。

步骤7 将两个解代入目标函数(19)中进行计算，比较两个值的大小。选出大的得到最终的，并得到 $\mathbf{F}_{\text{RF}}(m, n)$ 。 $m = m+1$ ，转步骤5。

步骤8 根据式(24)来更新 \mathbf{F}_{BB} 的第 n 行。

步骤9 计算 $\mathbf{T}_n = \mathbf{I}_{N_s} + \alpha^{-1} \hat{\mathbf{H}} \mathbf{F}_{\text{RF}}(n) \mathbf{F}_{\text{BB}}(n)$ 。 $n = n+1$ ，转步骤3。

步骤10 迭代结束，得到 \mathbf{F}_{RF} 和 \mathbf{F}_{BB} 。再处理 \mathbf{F}_{BB} 满足功率约束。

4 复杂度分析

在复杂度方面，为了简便计算，假设射频链路数等于数据流数。在3.2节中，介绍的步骤A的复杂度主要分为以下几个部分

(1) 步骤4中求解 $\mathbf{b} = \mathbf{F}_{\text{BB}}(n, :)\mathbf{T}_{n-1}^{-1}\hat{\mathbf{H}}$ ，复杂度约为 $O(N_t N_{\text{RF}})$ 。 n 从1增加到 N_{RF} ，循环的复杂度为 $O(N_t N_{\text{RF}}^2)$ 。

(2) 步骤6到步骤7是计算每个元素的取值，共有 $N_t N_{\text{RF}}$ 个元素，复杂度约为 $O(N_t N_{\text{RF}})$ 。

(3) 步骤8中，更新 $\mathbf{F}_{\text{BB}}(n, :)$ 的复杂度约为 $O(N_t N_{\text{RF}}^2)$ 。一共有 N_{RF} 列，则总的复杂度为 $O(N_t N_{\text{RF}}^3)$ 。

(4) 步骤9中更新 \mathbf{T}_n ， N_{RF} 次循环之后总的复杂度大约为 $O(N_t N_{\text{RF}}^3)$ 。

步骤2中，循环了 K 次，所以所提算法步骤A中的循环部分的总复杂度约为 $O(K N_t N_{\text{RF}}^3)$ 。同理可得，步骤B的复杂度约为 $O(K N_r N_{\text{RF}}^3)$ 。由于算法需要提前已知最优的预编码矩阵 \mathbf{F}_{opt} ，而对于信道进行奇异值分解的复杂度主要为 $O(N_r N_t^2)$ 。在仿真中我们发现当循环次数 K 取4, 5时，所提算法已经可以取得较好的性能，且随着天线数增多， $N_r N_t^2$ 项在复杂度中所占的比例越大，所以可以得出所提算法的复杂度主要来源于奇异值分解，约为 $O(N_r N_t^2)$ 。

为了进行复杂度的比较，本文分析了其他交替优化算法的复杂度。其中PE-AltMin算法和PP算法的复杂度主要来源于信道矩阵的奇异值分解 $O(N_r N_t^2)$ ，OMP算法的复杂度主要来源于奇异值分解和计算码本矩阵和残差矩阵之间的内积，复杂度主要为： $O(N_r N_t^2 + N_t N_{\text{RF}} N_{\text{cl}} N_{\text{ray}})$ 。JHP算法的复杂度主要来源于等效信道的奇异值分解，假设循环了 K 次，主要复杂度为 $O(K N_r N_t^2)$ 。通过对比可以看出所提算法只需要1次奇异值分解，便可以取得较好的性能。

5 仿真分析

本节仿真了几种混合预编码算法的频谱效率。在仿真中，采用聚类窄带信道模型，由于毫米波在自由空间中传播时的较高的路径损耗和反射之后的能量急剧衰减，导致其稀疏的信道特性，因此我们选择设置有效通道的个数为30。另外假设发射端和接收端的的天线数分别为256和64，发射和接收器采用均匀线性阵列，其中天线元件间隔是半波长距离。由于基站通常采用定向天线来消除干扰和增加天线增益，离开的方位角设置为在 $[-\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{6}]$ 内服从均匀分布。由于用户位置的随机性，到达的方位角设置为在 $[-\pi, \pi]$ 服从均匀分布。角度扩展是拉普拉斯角度分布的标准偏差，设定为 10° 。

图2表示不同算法在毫米波MIMO系统中随着信噪比变化的频谱效率。其中射频链路为4，传输数据流个数为4。从图2可以看出所提出算法的性能比PE-AltMin^[9]，PP^[10]，JHP^[11]有部分提升，相比于OMP^[4]算法，本文算法的频谱效率有了较大的提升。

图3表示在量化情况下不同算法随着信噪比变化的频谱效率。其中收发器均采用4个射频链路，传输数据流个数为4，量化位数为2 bit。可以看出，所提出的算法在量化的情况下仍然具有较好的性能。

图4展示了不同算法随着数据流增长的频谱效率变化曲线。从图4可以看出所提出算法在不同数据流的情况下都能保持良好的性能，且随着数据流的增大，其性能的优势更加明显。

由于所提的算法具有双层的交替过程，经过仿真，取内层循环次数 $K=5$ 。图5展示了所提算法的频谱效率随着外层循环次数的增加的变化情况。其中收发器均采用4个射频链路，传输数据流个数为4。从图5可以看出，所提算法在4次迭代后，纵坐标的数值相差几乎为0.1，因此可以认为它已经收敛。

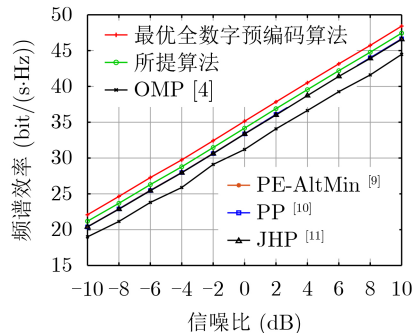


图2 不同算法的频谱效率

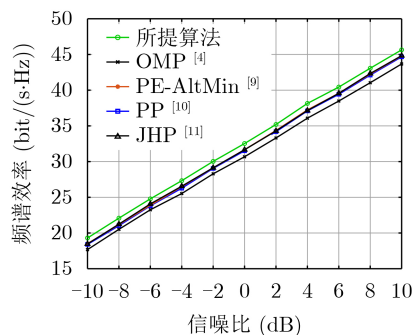


图3 不同算法的频谱效率(量化比特数: 2)

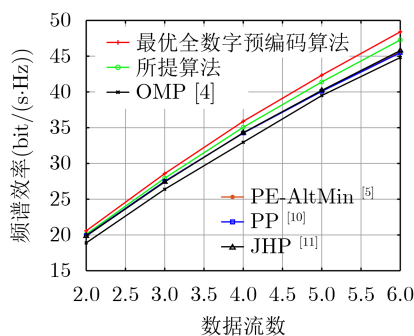


图4 频率效率随着数据流的变化情况

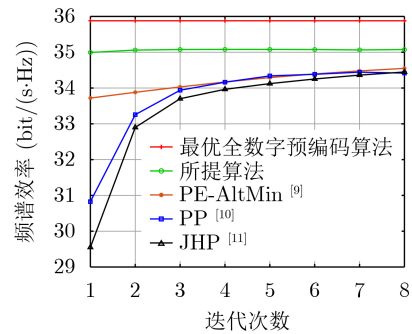


图5 所提算法的收敛性

6 结束语

本文主要研究的是毫米波MIMO预编码算法。根据交替优化以及矩阵行列分解的思想，并且考虑到列元素对整体优化函数的影响，设计了双层交替迭代优化算法，通过化简频谱效率得出了一个新的优化函数。为了验证所提算法的有效性，针对不同的射频链路个数、量化情况，以及收敛速度进行仿真实验，结果表明与现有的交替优化算法相比，本文算法可以取得更好的性能，且在复杂度方面也只涉及1次奇异值分解，有着较低的复杂度。在实际的环境中，我们只需要提前计算好模拟预编码矩阵、模拟合并矩阵、数字预编码矩阵、数字合并矩阵，之后将结果输入到基带和射频芯片中即可，但芯片的选择仍是要面临的问题之一。

参考文献

- [1] RAPPAPORT T S, SUN Shu, MAYZUS R, *et al.* Millimeter wave mobile communications for 5G cellular: It will Work![J]. *IEEE Access*, 2013, 1: 335–349. doi: [10.1109/ACCESS.2013.2260813](https://doi.org/10.1109/ACCESS.2013.2260813).
- [2] WEI Lili, HU R Q, QIAN Yi, *et al.* Key elements to enable millimeter wave communications for 5G wireless systems[J]. *IEEE Wireless Communications*, 2014, 21(6): 136–143. doi: [10.1109/MWC.2014.7000981](https://doi.org/10.1109/MWC.2014.7000981).
- [3] ALKHATEEB A, MO Jianhua, GONZALEZ-PRELCIC N, *et al.* MIMO precoding and combining solutions for millimeter-wave systems[J]. *IEEE Communications Magazine*, 2014, 52(12): 122–131. doi: [10.1109/MCOM.2014.6979963](https://doi.org/10.1109/MCOM.2014.6979963).
- [4] EL AYACH O, RAJAGOPAL S, ABU-SURRA S, *et al.* Spatially sparse precoding in millimeter wave MIMO systems[J]. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 2014, 13(3): 1499–1513. doi: [10.1109/TWC.2014.011714.130846](https://doi.org/10.1109/TWC.2014.011714.130846).
- [5] UWAECHIA A N, MAHYUDDIN N M, AIN M F, *et al.* On the spectral-efficiency of low-complexity and resolution hybrid precoding and combining transceivers for mmWave

- MIMO systems[J]. *IEEE Access*, 2019, 7: 109259–109277. doi: [10.1109/ACCESS.2019.2933785](https://doi.org/10.1109/ACCESS.2019.2933785).
- [6] LIU Xianru, LI Xueming, CAO Shu, *et al.* Hybrid precoding for massive mmWave MIMO systems[J]. *IEEE Access*, 2019, 7: 33577–33586. doi: [10.1109/ACCESS.2019.2903166](https://doi.org/10.1109/ACCESS.2019.2903166).
- [7] 袁怡圃, 吴健. 毫米波大规模MIMO系统预编码算法[J]. 泉州师范学院学报, 2019, 37(2): 46–51. doi: [10.16125/j.cnki.1009-8224.2019.02.009](https://doi.org/10.16125/j.cnki.1009-8224.2019.02.009).
YUAN Yipu and WU Jian. Hybrid beamforming based on SLNR for mmWave multi-user massive MIMO system[J]. *Journal of Quanzhou Normal University*, 2019, 37(2): 46–51. doi: [10.16125/j.cnki.1009-8224.2019.02.009](https://doi.org/10.16125/j.cnki.1009-8224.2019.02.009).
- [8] GAO Xinyu, DAI Linglong, HAN Shuangfeng, *et al.* Energy-efficient hybrid analog and digital precoding for mmWave MIMO systems with large antenna arrays[J]. *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, 2016, 34(4): 998–1009. doi: [10.1109/JSAC.2016.2549418](https://doi.org/10.1109/JSAC.2016.2549418).
- [9] YU Xianghao, SHEN J C, ZHANG Jun, *et al.* Alternating minimization algorithms for hybrid precoding in millimeter wave MIMO systems[J]. *IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing*, 2016, 10(3): 485–500. doi: [10.1109/JSTSP.2016.2523903](https://doi.org/10.1109/JSTSP.2016.2523903).
- [10] WANG Ye and ZOU Weixia. Low complexity hybrid precoder design for millimeter wave MIMO systems[J]. *IEEE Communications Letters*, 2019, 23(7): 1259–1262. doi: [10.1109/LCOMM.2019.2917090](https://doi.org/10.1109/LCOMM.2019.2917090).
- [11] CUI Mingyang and ZOU Weixia. Low complexity joint hybrid precoding for millimeter wave MIMO systems[J]. *China Communications*, 2019, 16(2): 49–58. doi: [10.12676/j.cc.2019.02.003](https://doi.org/10.12676/j.cc.2019.02.003).
- [12] AKDENIZ M R, LIU Yuanpeng, SAMIMI M K, *et al.* Millimeter wave channel modeling and cellular capacity evaluation[J]. *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, 2014, 32(6): 1164–1179. doi: [10.1109/JSAC.2014.2328154](https://doi.org/10.1109/JSAC.2014.2328154).
- [13] RAGHAVAN V and SAYEED A M. Sublinear capacity scaling laws for sparse MIMO channels[J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2011, 57(1): 345–364. doi: [10.1109/TIT.2010.2090255](https://doi.org/10.1109/TIT.2010.2090255).
- [14] SOHRABI F and YU Wei. Hybrid digital and analog beamforming design for large-scale antenna arrays[J]. *IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing*, 2016, 10(3): 501–513. doi: [10.1109/JSTSP.2016.2520912](https://doi.org/10.1109/JSTSP.2016.2520912).
- [15] WANG Zihuan, LI Ming, LI Hongyu, *et al.* Hybrid beamforming with one-bit quantized phase shifters in mmWave MIMO systems[C]. 2018 IEEE International Conference on Communications (ICC), Kansas, USA, 2018: 1–6. doi: [10.1109/ICC.2018.8422249](https://doi.org/10.1109/ICC.2018.8422249).
- 刘文龙: 男, 1973年生, 教授, 研究方向为信息与信号处理。
黄雯静: 女, 1995年生, 硕士生, 研究方向为MIMO预编码算法。
王本巍: 男, 1996年生, 硕士生, 研究方向为峰均比抑制算法。
金明录: 男, 1958年生, 教授, 研究方向为现代通信关键技术、无线传感器网络、雷达信号处理。
- 责任编辑: 马秀强